الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد مرواني الجيلالي امتحان بكالوريا تجريبي دورة: ماي2019

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين المدة:4سا و30د

الموضوع الأول

التمرين الاول :

الجزء (I) : N عدد طبيعي غير معدوم يكتب $\overline{abcca}^{5}$ في نظام التعداد ذي الاساس 5 و يكتب $\overline{bbab}^{8}$ في نظام التعداد ذي الاساس 8

1)بين أن : N يحقق: $309a+15c=226b$ 2)بين أن العدد 3 قاسم للعدد b

الجزء (II) : في مايلي نأخذ $b=3$ أ)بين أن : $309(a-2)=60-15c$

ب)استنتج أن العدد 5 قاسم للعدد $(a-2)$ ثم استنتج كلا من a و c جـ)اكتب العدد N في نظام التعداد ذي الاساس 10

التمرين الثاني :

يحتوي كيس علي 10 كرات منها 3بيضاء تحمل ارقام 1، 1، α و اربعة حمراء تحمل الارقام :1،1 ،2، 2α و ثلاثة سوداء تحمل الارقام: 2، $1+\alpha$ ،1 ، كل الكرات متماثلة عند اللمس ،(α عدد طبيعي فرديا موجب تماما) نسحب عشوائيا كرتان دفعة واحدة

$(I$ احسب : أ) احتمال الحصول علي كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا .

ب)احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين علي الكرتين زوجيا .

$(II$ $a)$ في ما يلي نأخذ : $\alpha=1$.

1- احسب $P(A)$ احتمال سحب كرتان من نفس اللون .

2- احسب $P(B)$ احتمال سحب كرتان من نفس الرقم.

3- احسب $P(A\cap B)$ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

4- احسب احتمال سحب كرتان من نفس اللون علما انهما من نفس الرقم.

$b)$ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة لكرتين دفعة واحدة مجموع الرقمين الظاهرين .

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث :

1)أ)حل في C المعادلة : $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$.

ب)نضع $z_A=2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=-\sqrt{3}-i$ اكتب الاعداد z_A ، z_B ، z_C على الشكل الاسي .

جـ)بين أن العدد z_B^{2019} تخيلي صرف .

2)المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3}+i$ ، $z_C = -\sqrt{3}-i$.

أ)احسب قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

ب)اثبت أن الرباعي $OABC$ معين يطلب حساب مساحته.

3)أ)حدد زاوية الدوران r الذي مركزه B ويحول O الى A .

ب)اكتب العبارة المركبة للتحاكي h ذو المركز B و النسبة 2 .

جـ)حدد طبيعة التحويل $S = r \circ h$ واعط عناصره المميزة .

- عين طبيعة صورة المعين $OABC$ بالتحويل S ثم استنتج مساحته.
- عين مجموعة النقط ذات اللاحقة z حيث : $\left(z+\sqrt{3}-i\right)\left(\bar{z}+\sqrt{3}+i\right)=4$.

التمرين الرابع :

(I) لتكن الدالة العددية f المعرفة على R بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$.

(C_f) تمثيلها في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $(2cm)$.

1) أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1-e^{-x}}{e^{-x}+1}=1-\frac{2}{e^x+1}$. ب)بين أن الدالة f فردية ثم احسب كل من $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$. ب)استنتج اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها .

جـ)بين أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$ لدينا : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

3) أ)احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائلا أخر (Δ) يطلب تعين معادلته.

4) ارسم المستقيم (d) ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) .

5) ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما . أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

ب)احسب بالـ cm^2 مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بـ : (C_f) و (d) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ و $x=\lambda$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

(II) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الاول $u_0=1$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1}=1-\dfrac{2}{e^{u_n}+1}$.

1)اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

2) أ)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\le\dfrac{1}{2}u_n$.

ب)استنتج ان المتتالية (u_n) متناقصة ، ماذ يمكن القول عن تقاربها.

3)بين أنه من أجل كل n من N : $u_n\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

انتهي الموضوع الأول.

الموضوع الثاني

التمرين الاول

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;1;0)$ و $B(2;0;-1)$ و $C(0;3;-1)$ و $D(-1;4;0)$.

1) أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

2) بين أن المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$.

3) عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي (ABC) .

4)) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2;0;-3)$ و العمودي على المستوي (Q) .

4) أكتب معادلة لسطح الكرة (S) الذي مركزه H و مماس للمستوي (ABC) .

التمرين الثاني

المستوي المركب منسوب الي متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A و B و C ذات اللواحق $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب

1) 1. اعط الكتابة الاسية للعدد z_B ثم العدد z_C .

2. بين أن النقط تنتمي A و B و C تنتمي الي نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و تصف قطرها

3 .انشئ النقط A و B و C ثم عين طبيعة الرباعي $OABC$.

4.عين ثم انشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z|=|z-2|$.

ب) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M تختلف عن A ذات اللاحقة z و بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=\frac{-4}{z-2}$$

1.حل في مجموعة الاعداد المركبة C المعادلة : $\frac{-4}{z-2}=z$ ثم استنتج صورتي B و C بالتحول T .

2 . G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم انشئ النقطة G' صورة G بالتحويل T .

3. a) من اجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM'\times AM=2\times OM$.

b) نفرض أن النقطة M تنتمي الي المجموعة (E) ماهي مجموعة النقط M' ؟.

التمرين الثالث :

نعتبر في Z^2 المعادلة : $11x-5y=2$ ..... (E)

1)أ)اثبت أنه اذا كانت الثنائية (x,y) من Z^2 حلا للمعادلة (E) فإن : $y\equiv 4[11]$

ب)استنتج حلول المعادلة (E)

2)ليكن n عدد طبيعيا غير معدوم نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$

أ- عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الاكبرللعددين a و b

ب- عين قيم n بحيث يكون : $PGCD(a,b)=2$

جـ- استنتج قيم n العدد الطبيعي بحيث يكون العددان a و b اوليان بينهما

3) أ)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n غير المعدوم بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n علي 10

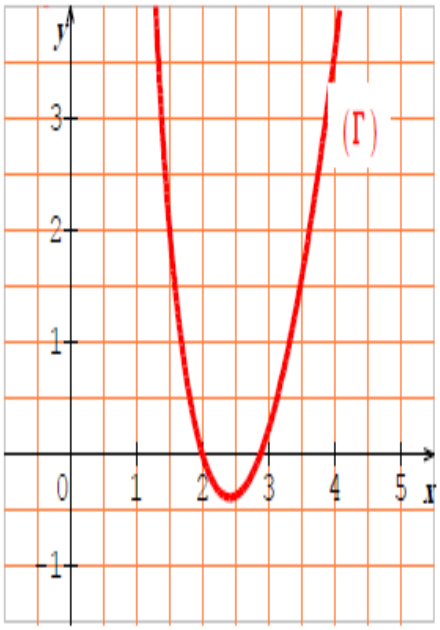
ب)استنتج رقم احاد العدد 2^{2019}

ج) عين كل الثنائيات (x,y) من $N^* \times N^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق: $2^{y-2x} \equiv 8[10]$

التمرين الرابع

$(I$ لتكن الدالة g المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل :



1)بقراءة بيانية للمنحني (Γ) عين حلول المعادلة $g(x) = 0$

2)احسب $g(2)$ و بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2.87 < \alpha < 2.88$

3)استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

$(II$ لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ)بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب)ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ)بين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 3.9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = \left(\ln(x-1)\right)^2$

أ)احسب h' ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب)احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

بالتوفيق