

Latihan Soal TKA 2026

Subject: Matematika Tingkat Lanjut | Topic: Vektor dan Geometri Ruang

Soal No. 1 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah menara pengawas berbentuk limas segitiga dibangun pada koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemantauan wilayah pelabuhan. Titik-titik sudut alas menara terletak pada , , dan , di mana semua satuan panjang dinyatakan dalam

meter. Puncak menara terletak pada koordinat . Sebagai bagian dari penguatan struktur, sebuah kabel baja dipasang lurus menghubungkan titik tengah rusuk (titik) dan titik tengah rusuk (titik). Selain kabel tersebut, terdapat jalur lintasan sensor otomatis yang bergerak dalam garis lurus dari titik pusat menuju titik tengah rusuk (titik).

Pertanyaan: Sebuah menara pengawas direpresentasikan dalam koordinat Kartesius dengan titik-titik sudut yang telah ditentukan. Berdasarkan koordinat titik-titik pada struktur menara tersebut, manakah pernyataan yang benar?

- A. Panjang vektor posisi titik puncak T dari titik asal O adalah meter.
- B. Vektor posisi titik tengah rusuk OA adalah dalam satuan meter.
- C. Vektor dan saling tegak lurus karena hasil kali titik keduanya bernilai nol.
- D. Besar sudut yang terbentuk antara vektor dan adalah tepat .
- E. Jarak antara titik dasar O dan titik dasar B adalah tepat 6 meter.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, E

Pernyataan A benar karena . Pernyataan B benar karena titik tengah OA adalah . Pernyataan C benar karena . Pernyataan D salah karena . Pernyataan E benar karena meter.

Soal No. 2 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah menara pengawas berbentuk limas segitiga dibangun pada koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemantauan wilayah pelabuhan. Titik-titik sudut alas menara terletak pada , , dan , di mana semua satuan panjang dinyatakan dalam

meter. Puncak menara terletak pada koordinat . Sebagai bagian dari penguatan struktur, sebuah kabel baja dipasang lurus menghubungkan titik tengah rusuk (titik) dan titik tengah rusuk (titik). Selain kabel tersebut, terdapat jalur lintasan sensor otomatis yang bergerak dalam garis lurus dari titik pusat menuju titik tengah rusuk (titik).

Pertanyaan: Berdasarkan stimulus tersebut, informasi yang tepat mengenai koordinat dan dimensi elemen struktur menara adalah

- A. koordinat titik tengah rusuk TB (titik N) adalah
- B. panjang kabel baja yang menghubungkan titik M dan N adalah 6 meter
- C. titik tengah rusuk AB (titik K) berada pada koordinat
- D. jarak tegak lurus dari titik puncak T ke bidang alas (bidang XY) adalah 2 meter
- E. vektor yang mewakili arah kabel baja dari titik M ke titik N adalah

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, E

Pernyataan A benar karena . Pernyataan

B benar karena , sehingga

. Pernyataan C benar karena

. Pernyataan D salah karena jarak T ke bidang XY adalah nilai koordinat z-nya, yaitu 8 meter. Pernyataan E benar karena

yang bersesuaian dengan .

Soal No. 3 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah menara pengawas berbentuk limas segitiga dibangun pada koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemantauan wilayah pelabuhan. Titik-titik sudut alas menara terletak pada , , dan , di mana semua satuan panjang dinyatakan dalam

meter. Puncak menara terletak pada koordinat . Sebagai bagian dari penguatan struktur, sebuah kabel baja dipasang lurus menghubungkan titik tengah rusuk (titik) dan titik tengah rusuk (titik). Selain kabel tersebut, terdapat jalur lintasan sensor otomatis yang bergerak dalam garis lurus dari titik pusat menuju titik tengah rusuk (titik).

Pertanyaan: Analisis terhadap lintasan sensor dan proyeksi vektor pada struktur menara menunjukkan bahwa ...

- A. Vektor satuan yang searah dengan lintasan sensor OK adalah .
- B. Proyeksi skalar vektor pada vektor adalah 2.
- C. Lintasan sensor (garis OK) terbukti tegak lurus dengan rusuk alas AB.
- D. Panjang lintasan sensor dari titik O ke titik K adalah meter.
- E. Vektor proyeksi ortogonal pada adalah .

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, E

Pernyataan A benar karena , , maka vektor satuannya

. Pernyataan B benar karena proyeksi skalar pada

. Pernyataan C benar karena

dan , maka (tegak lurus).

Pernyataan D salah karena , bukan . Pernyataan E benar karena proyeksi

vektor pada

Soal No. 4 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah perusahaan arsitektur merancang sebuah paviliun modern berbentuk limas segiempat $TABCD$. Dalam sistem koordinat kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), titik-titik sudut alas paviliun tersebut terletak pada bidang lantai ($z = 0$) dengan koordinat $A(4, 0, 0)$, $B(4, 6, 0)$, $C(0, 6, 0)$, dan $D(0, 0, 0)$. Puncak paviliun tersebut diletakkan pada koordinat titik $T(2, 3, 6)$. Kerangka paviliun

ini menggunakan balok baja pada setiap rusuk tegaknya (TA , TB , TC , dan TD) untuk menopang atap.

Pertanyaan: Berdasarkan koordinat struktur paviliun tersebut, manakah pernyataan-pernyataan berikut yang benar terkait ukuran dan hubungan antar vektor rusuk tegaknya?

- A. Panjang rusuk tegak TA sama dengan panjang rusuk tegak TC , yaitu 7 meter.
- B. Nilai cosinus sudut yang dibentuk oleh vektor TA dan vektor TD adalah $41/49$.
- C. Panjang proyeksi skalar ortogonal vektor TA pada vektor TB adalah $31/49$ meter.
- D. Vektor AC tegak lurus terhadap vektor BD karena hasil kali titik keduanya bernilai nol.
- E. Jarak tegak lurus dari titik puncak T ke bidang alas $ABCD$ adalah 6 meter.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, E

Pernyataan A benar karena panjang $TA = \sqrt{(4-2)^2 + (0-3)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{4+9+36} = 7$ m, dan $TC = \sqrt{(0-2)^2 + (6-3)^2 + (0-6)^2} = 7$ m. Pernyataan B benar karena vektor $TA = (2, -3, -6)$ dan $TD = (-2, -3, -6)$. $TA \cdot TD = (2)(-2) + (-3)(-3) + (-6)(-6) = -4 + 9 + 36 = 41$. $\cos \theta = (TA \cdot TD) / (|TA||TD|) = 41 / (7 \cdot 7) = 41/49$. Pernyataan C salah karena proyeksi skalar TA pada TB adalah $(TA \cdot TB) / |TB| = (4 - 9 + 36) / 7 = 31/7$ meter, bukan $31/49$. Pernyataan D salah karena $AC = (-4, 6, 0)$ dan $BD = (-4, -6, 0)$, $AC \cdot BD = 16 - 36 = -20$ (tidak tegak lurus). Pernyataan E benar karena jarak puncak ke alas adalah koordinat z dari titik T , yaitu 6 meter.

Soal No. 5 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah perusahaan arsitektur merancang sebuah paviliun modern berbentuk limas segiempat $TABCD$. Dalam sistem koordinat kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), titik-titik sudut alas paviliun tersebut terletak pada bidang lantai ($z = 0$) dengan koordinat $A(4, 0, 0)$, $B(4, 6, 0)$, $C(0, 6, 0)$, dan $D(0, 0, 0)$. Puncak paviliun tersebut diletakkan pada koordinat titik $T(2, 3, 6)$. Kerangka paviliun

ini menggunakan balok baja pada setiap rusuk tegaknya (TA , TB , TC , dan TD) untuk menopang atap.

Pertanyaan: Dalam analisis stabilitas struktur, karakteristik bidang dan posisi titik sangat menentukan. Pernyataan yang tepat mengenai geometri bidang pada paviliun tersebut adalah

- A. Vektor normal yang mewakili bidang alas ABCD dapat dinyatakan sebagai $(0, 0, 1)$
- B. Persamaan bidang yang memuat sisi tegak TAD adalah $3x + z = 12$
- C. Jarak dari titik sudut B ke bidang TAD adalah 12 dibagi akar 5 meter
- D. Luas bidang alas ABCD yang menjadi dasar bangunan adalah 24 meter persegi
- E. Vektor AB memiliki arah yang sejajar dengan sumbu Y koordinat kartesius

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, C, D, E

A benar karena bidang alas terletak pada xy -plane ($z=0$), sehingga normalnya searah sumbu Z. B salah karena bidang TAD melalui $(0,0,0)$, $(4,0,0)$, dan $(2,3,6)$. Karena melalui sumbu X, persamaannya berbentuk $by + cz = 0$. Substitusi $(2,3,6) \rightarrow 3b + 6c = 0 \rightarrow b = -2c$. Persamaannya adalah $-2y + z = 0$. C benar karena jarak B $(4,6,0)$ ke bidang $-2y + z = 0$ adalah $\frac{|(-2)(6) + 0|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$. D benar karena alas berbentuk persegi panjang dengan panjang 4m dan lebar 6m (Luas = 24). E benar karena $AB = (4-4, 6-0, 0-0) = (0, 6, 0)$ yang hanya memiliki komponen y.

Soal No. 6 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah perusahaan arsitektur merancang sebuah paviliun modern berbentuk limas segiempat $TABCD$. Dalam sistem koordinat kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), titik-titik sudut alas paviliun tersebut terletak pada bidang lantai ($z = 0$) dengan koordinat $A(4, 0, 0)$, $B(4, 6, 0)$, $C(0, 6, 0)$, dan $D(0, 0, 0)$. Puncak paviliun tersebut diletakkan pada koordinat titik $T(2, 3, 6)$. Kerangka paviliun

ini menggunakan balok baja pada setiap rusuk tegaknya (TA , TB , TC , dan TD) untuk menopang atap.

Pertanyaan: Setelah melakukan pemodelan matematis pada desain paviliun, manakah hasil perhitungan berikut yang sesuai dengan fakta geometri struktur tersebut?

- A. Volume ruang di dalam paviliun tersebut adalah 48 meter kubik.
- B. Garis yang menghubungkan titik tengah rusuk AB dan rusuk CD sejajar dengan sumbu X .
- C. Nilai tangen sudut antara bidang tegak TBC dengan bidang alas $ABCD$ adalah 2.
- D. Titik berat dari segitiga ABC pada dasar bangunan berada pada koordinat $(8/3, 4, 0)$.
- E. Jarak terpendek antara rusuk alas AB dan rusuk alas CD adalah 4 meter.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, D

A benar: Volume limas = $1/3$ Luas Alas Tinggi = $1/3 \cdot 24 \cdot 6 = 48 \text{ m}^3$. B benar: Titik tengah AB $(4,3,0)$ dan CD $(0,3,0)$, vektornya $(-4,0,0)$ yang sejajar sumbu X . C benar: Bidang TBC melalui $T(2,3,6)$ dan garis BC ($y=6$). Proyeksi T ke alas adalah $P(2,3,0)$. Titik tengah BC adalah $M(2,6,0)$. Sudut bidang adalah sudut TPM pada segitiga siku-siku TPM . $\tan \theta = TP/PM = 6 / (6-3) = 6/3 = 2$. D benar: Titik berat = $((4+4+0)/3, (0+6+6)/3, (0+0+0)/3) = (8/3, 4, 0)$. E salah: Rusuk AB berada di $y=0$ dan CD di $y=6$ pada bidang yang sama, maka jaraknya adalah 6 meter, bukan 4 meter.

Soal No. 7 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam proyek pembangunan gedung modern, seorang arsitek merancang sebuah struktur atap berbentuk limas segi empat. Pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), alas limas terletak pada bidang xy dengan titik sudut $O(0,0,0)$, $A(6,0,0)$, $B(6,4,0)$, dan $C(0,4,0)$. Puncak limas berada pada titik $T(3,2,6)$. Arsitek tersebut perlu menghitung berbagai parameter geometris

vektor untuk menentukan kebutuhan material rangka baja dan kemiringan atap agar aliran air hujan optimal.

Pertanyaan: Berdasarkan koordinat struktur atap yang dirancang oleh arsitek tersebut, manakah pernyataan-pernyataan berikut yang benar?

- A. Panjang rusuk tegak OT adalah 7 meter.
- B. Hasil kali titik (dot product) antara vektor OA dan OC adalah 24.
- C. Panjang rusuk tegak AT sama dengan panjang rusuk tegak OT.
- D. Proyeksi skalar ortogonal vektor OT pada OA adalah 3 meter.
- E. Vektor posisi titik berat alas limas adalah (3, 2, 2).

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, C, D

A benar karena panjang $OT = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$. B salah karena $OA = (6,0,0)$ dan $OC = (0,4,0)$ saling tegak lurus sehingga dot product-nya adalah 0. C benar karena $AT = T - A = (-3, 2, 6)$ dan panjangnya $\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 6^2} = 7$. D benar karena proyeksi skalar OT pada OA = $(OT \cdot OA) / |OA| = (18+0+0) / 6 = 3$. E salah karena titik berat alas persegi panjang OABC adalah rata-rata koordinat keempat titiknya, yaitu (3, 2, 0).

Soal No. 8 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam proyek pembangunan gedung modern, seorang arsitek merancang sebuah struktur atap berbentuk limas segi empat. Pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), alas limas terletak pada bidang xy dengan titik sudut $O(0,0,0)$, $A(6,0,0)$, $B(6,4,0)$, dan $C(0,4,0)$. Puncak limas berada pada titik $T(3,2,6)$. Arsitek tersebut perlu menghitung berbagai parameter geometris

vektor untuk menentukan kebutuhan material rangka baja dan kemiringan atap agar aliran air hujan optimal.

Pertanyaan: Analisis terhadap sudut-sudut pada struktur atap tersebut menunjukkan bahwa...

- A. Nilai sinus sudut antara rusuk OT dan bidang alas OABC adalah $6/7$.
- B. Nilai kosinus sudut antara rusuk OT dan bidang alas OABC adalah $1/7$.
- C. Tangen sudut antara bidang tegak TBC dan bidang alas OABC adalah 3.
- D. Bidang TAB dan bidang TBC membentuk sudut 90 derajat.
- E. Kosinus sudut antara bidang TBC dan bidang alas OABC adalah $0,10 \sqrt{10}$.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, C, E

A benar karena sinus sudut antara garis dan bidang alas (bidang xy dengan normal $k = (0,0,1)$) adalah $|OT \cdot k| / (|OT||k|) = 6 / (7 \cdot 1) = 6/7$. B salah karena jika $\sin = 6/7$, maka $\cos = \sqrt{13}/7$. C benar karena normal bidang TBC adalah $(0, 3, 1)$ dan normal alas adalah $(0, 0, 1)$, sudut antaranya memiliki $\cos = 1/\sqrt{10}$, sehingga $\tan = 3$. D salah karena hasil kali titik normal bidang TAB $(0, -3, 1)$ dan normal TBC $(0, 3, 1)$ adalah -8 (bukan nol). E benar karena $\cos = 1/\sqrt{10} = 0,10 \sqrt{10}$.

Soal No. 9 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam proyek pembangunan gedung modern, seorang arsitek merancang sebuah struktur atap berbentuk limas segi empat. Pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi (satuan dalam meter), alas limas terletak pada bidang xy dengan titik sudut $O(0,0,0)$, $A(6,0,0)$, $B(6,4,0)$, dan $C(0,4,0)$. Puncak limas berada pada titik $T(3,2,6)$. Arsitek tersebut perlu menghitung berbagai parameter geometris

vektor untuk menentukan kebutuhan material rangka baja dan kemiringan atap agar aliran air hujan optimal.

Pertanyaan: Jika dilakukan pengukuran lebih lanjut pada dimensi struktur tersebut, maka pernyataan yang tepat adalah...

- A. Jarak puncak T ke bidang alas OABC adalah 6 meter.
- B. Titik tengah rusuk TC berada pada koordinat (1,5; 3; 3).
- C. Jarak titik O ke garis AB adalah 4 meter.
- D. Luas alas limas tersebut adalah 24 meter persegi.
- E. Jarak titik puncak T ke titik asal O adalah 9 meter.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, D

*A benar karena jarak titik ke bidang xy adalah nilai mutlak koordinat z dari titik T, yaitu 6. B benar karena titik tengah TC = $((3+0)/2, (2+4)/2, (6+0)/2) = (1,5; 3; 3)$. C salah karena garis AB berada pada $x=6$, sehingga jarak titik asal $O(0,0,0)$ ke garis tersebut adalah 6 meter. D benar karena alas adalah persegi panjang dengan panjang $OA=6$ dan lebar $OC=4$, sehingga luas = $6 * 4 = 24$. E salah karena jarak T ke O adalah panjang vektor OT yaitu 7 meter.*

Soal No. 10 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:

Sebuah struktur atap museum berbentuk limas segitiga OABT ditempatkan pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemodelan arsitektur. Titik pusat koordinat $O(0, 0, 0)$ merupakan salah satu sudut alas. Dua sudut alas lainnya terletak pada sumbu-X dan sumbu-Y positif, masing-masing adalah titik $A(6, 0, 0)$ dan titik $B(0, 6, 0)$. Puncak atap limas tersebut berada pada koordinat titik $T(2, 2, 8)$. Seluruh satuan panjang dalam koordinat tersebut diukur dalam meter. Arsitek menggunakan representasi vektor untuk menghitung kekuatan rangka rusuk dan luas panel kaca yang akan dipasang pada sisi-sisi tegak limas tersebut.

Pertanyaan: Berdasarkan stimulus tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar terkait hubungan antarvektor pada struktur atap museum tersebut?

- A. Hasil perkalian titik vektor OA dan vektor OB bernilai 0.
- B. Panjang rusuk TA adalah akar kuadrat dari 84 meter.
- C. Sudut yang terbentuk antara rusuk OA dan OB adalah 45 derajat.
- D. Vektor AB dapat dinyatakan sebagai vektor $(-6, 6, 0)$.
- E. Vektor posisi titik puncak T terhadap titik O adalah $2i + 2j - 8k$.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, D

Pernyataan A benar karena vektor OA $(6,0,0)$ dan OB $(0,6,0)$ berada pada sumbu yang saling tegak lurus (sumbu-X dan sumbu-Y), sehingga perkalian titiknya adalah $(6)(0) + (0)(6) + (0)(0) = 0$. Pernyataan B benar karena panjang TA dihitung dengan rumus jarak: $\sqrt{(2-6)^2 + (2-0)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 2^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 4 + 64} = \sqrt{84}$ meter. Pernyataan D benar

karena vektor $AB = B - A = (0-6, 6-0, 0-0) = (-6, 6, 0)$. Pernyataan C salah karena sudutnya 90 derajat. Pernyataan E salah karena vektor posisi T adalah $2i + 2j + 8k$ (bukan $-8k$).

Soal No. 11 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:

Sebuah struktur atap museum berbentuk limas segitiga OABT ditempatkan pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemodelan arsitektur. Titik pusat koordinat $O(0, 0, 0)$ merupakan salah satu sudut alas. Dua sudut alas lainnya terletak pada sumbu-X dan sumbu-Y positif, masing-masing adalah titik $A(6, 0, 0)$ dan titik $B(0, 6, 0)$. Puncak atap limas tersebut berada pada koordinat titik $T(2, 2, 8)$. Seluruh satuan panjang dalam koordinat tersebut diukur dalam meter. Arsitek menggunakan representasi vektor untuk menghitung kekuatan rangka rusuk dan luas panel kaca yang akan dipasang pada sisi-sisi tegak limas tersebut.

Pertanyaan: Arsitek ingin menganalisis bidang alas OAB. Manakah pernyataan-pernyataan di bawah ini yang sesuai dengan data koordinat tersebut?

- A. Vektor normal yang tegak lurus terhadap bidang alas OAB adalah $(0, 0, 1)$.
- B. Luas permukaan bidang alas OAB adalah 18 meter persegi.
- C. Persamaan matematis untuk bidang yang memuat alas OAB adalah $z = 0$.
- D. Vektor OT berposisi tegak lurus terhadap bidang alas OAB.
- E. Volume total ruang di bawah atap limas OABT adalah 72 meter kubik.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C

Pernyataan A benar karena bidang OAB terletak pada bidang-xy, sehingga vektor normalnya sejajar dengan sumbu-Z $(0,0,1)$. Pernyataan B benar karena luas segitiga siku-siku OAB = $1/2$ alas tinggi = $1/2 \cdot 6 \cdot 6 = 18$ meter persegi. Pernyataan C benar karena semua titik pada bidang alas memiliki koordinat $z = 0$. Pernyataan D salah karena vektor OT $(2,2,8)$ tidak sejajar dengan vektor normal $(0,0,1)$. Pernyataan E salah karena volume limas = $1/3$ luas alas tinggi = $1/3 \cdot 18 \cdot 8 = 48$ meter kubik (bukan 72).

Soal No. 12 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:

Sebuah struktur atap museum berbentuk limas segitiga OABT ditempatkan pada sistem koordinat Kartesius tiga dimensi untuk keperluan pemodelan arsitektur. Titik pusat koordinat $O(0, 0, 0)$ merupakan salah satu sudut alas. Dua sudut alas lainnya terletak pada sumbu-X dan sumbu-Y positif, masing-masing adalah titik $A(6, 0, 0)$ dan titik $B(0, 6, 0)$. Puncak atap limas tersebut berada pada koordinat titik $T(2, 2, 8)$. Seluruh satuan panjang dalam koordinat tersebut diukur dalam meter. Arsitek menggunakan representasi vektor untuk menghitung kekuatan rangka rusuk dan luas panel

kaca yang akan dipasang pada sisi-sisi tegak limas tersebut.

Pertanyaan: Tentukan pernyataan-pernyataan berikut yang benar mengenai karakteristik geometris dan hasil operasi vektor pada struktur tersebut!

- A. Proyeksi skalar ortogonal vektor AT pada vektor AB adalah 3 akar 2.
- B. Jarak terpendek dari titik puncak T ke bidang alas OAB adalah 8 meter.
- C. Titik berat (centroid) dari segitiga alas OAB terletak pada koordinat (2, 2, 0).
- D. Hasil perkalian silang vektor OA dan vektor OB menghasilkan vektor (0, 0, 12).
- E. Nilai kosinus sudut antara vektor OA dan vektor OT adalah 0,5.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C

Pernyataan A benar: $AT = (-4, 2, 8)$, $AB = (-6, 6, 0)$. Proyeksi skalar = $(AT \text{ dot } AB) / |AB| = (24 + 12 + 0) / \sqrt{36 + 36} = 36 / (6\sqrt{2}) = 6/\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$. Pernyataan B benar karena jarak titik $T(2,2,8)$ ke bidang $z=0$ adalah nilai mutlak koordinat z -nya, yaitu 8 meter. Pernyataan C benar karena titik berat segitiga $OAB = ((0+6+0)/3, (0+0+6)/3, (0+0+0)/3) = (2, 2, 0)$.

Pernyataan D salah karena $(6,0,0) \times (0,6,0) = (0,0,36)$. Pernyataan E salah karena $\cos(\theta) = (OA \text{ dot } OT) / (|OA||OT|) = 12 / (6 \sqrt{72}) = 2 / (6\sqrt{2}) = 1/(3\sqrt{2})$ atau $\sqrt{2}/6$, bukan 0,5.*

Soal No. 13 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam sebuah pemodelan struktur rangka tiga dimensi, seorang arsitek menetapkan empat titik sambungan utama yaitu $P(2, 0, 0)$, $Q(0, 2, 0)$, $R(0, 0, 2)$, dan $S(2, 2, 2)$ dalam satuan meter. Arsitek tersebut kemudian mendefinisikan tiga vektor posisi relatif terhadap titik P , yaitu vektor u yang mewakili ruas garis PQ , vektor v yang mewakili ruas garis PR , dan vektor w yang mewakili ruas garis

PS. Struktur ini membentuk sebuah piramida atau limas dengan alas segitiga PQR dan puncak di titik S.

Pertanyaan: Pernyataan mana saja yang benar terkait hubungan antara vektor-vektor tersebut?

- A. Panjang vektor u adalah $2\sqrt{2}$ satuan.
- B. Hasil kali titik (dot product) vektor u dan vektor w adalah 4.
- C. Sudut yang terbentuk antara vektor u dan vektor v adalah 60° .
- D. Vektor u memiliki arah yang tegak lurus dengan vektor v .
- E. Vektor u , v , dan w memiliki panjang yang berbeda-beda.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C

Vektor $u = Q - P = (-2, 2, 0)$, $v = R - P = (-2, 0, 2)$, dan $w = S - P = (0, 2, 2)$. Panjang $|u| = \sqrt{((-2)^2 + 2^2 + 0^2)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Panjang $|v|$ dan $|w|$ juga $2\sqrt{2}$. Hasil kali titik $u \cdot w = (-2)(0) + (2)(2) + (0)(2) = 4$. Sudut antara u dan v dihitung dari $\cos \theta = (u \cdot v) / (|u||v|) = (4 + 0 + 0) / (2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}) = 4/8 = 1/2$, sehingga $\theta = 60^\circ$. Karena $u \cdot v \neq 0$, maka u tidak tegak lurus v . Pernyataan A, B, dan C benar.

Soal No. 14 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam sebuah pemodelan struktur rangka tiga dimensi, seorang arsitek menetapkan empat titik sambungan utama yaitu $P(2, 0, 0)$, $Q(0, 2, 0)$, $R(0, 0, 2)$, dan $S(2, 2, 2)$ dalam satuan meter. Arsitek tersebut kemudian mendefinisikan tiga vektor posisi relatif terhadap titik P , yaitu vektor u yang mewakili ruas garis PQ , vektor v yang mewakili ruas garis PR , dan vektor w yang mewakili ruas garis

PS. Struktur ini membentuk sebuah piramida atau limas dengan alas segitiga PQR dan puncak di titik S.

Pertanyaan: Berdasarkan karakteristik geometri bidang yang terbentuk, pernyataan yang tepat adalah

- A. jarak titik asal $O(0,0,0)$ ke bidang PQR adalah $2/3\sqrt{3}$ satuan
- B. luas segitiga PQR adalah $2\sqrt{3}$ satuan luas
- C. vektor normal bidang PQR adalah $(1, 1, 1)$
- D. persamaan bidang yang melalui titik P, Q, dan R adalah $x + y + z = 2$
- E. titik $S(2,2,2)$ terletak tepat pada bidang PQR

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, D

Persamaan bidang yang melalui $P(2,0,0)$, $Q(0,2,0)$, dan $R(0,0,2)$ adalah $x/2 + y/2 + z/2 = 1$ atau $x + y + z = 2$. Vektor normalnya adalah $(1, 1, 1)$. Jarak $O(0,0,0)$ ke bidang $x+y+z=2$ adalah $|0+0+0-2| / \sqrt{(1^2+1^2+1^2)} = 2/\sqrt{3} = 2/3\sqrt{3}$. Luas segitiga PQR = $1/2 |u \times v|$. $u \times v = (4, 4, 4)$, maka luas = $1/2 \sqrt{(16+16+16)} = 2\sqrt{3}$. Titik $S(2,2,2)$ tidak di bidang karena $2+2+2 = 6 \neq 2$. Pernyataan A, B, C, dan D benar.

Soal No. 15 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Dalam sebuah pemodelan struktur rangka tiga dimensi, seorang arsitek menetapkan empat titik sambungan utama yaitu $P(2, 0, 0)$, $Q(0, 2, 0)$, $R(0, 0, 2)$, dan $S(2, 2, 2)$ dalam satuan meter. Arsitek tersebut kemudian mendefinisikan tiga vektor posisi relatif terhadap titik P , yaitu vektor u yang mewakili ruas garis PQ , vektor v yang mewakili ruas garis PR , dan vektor w yang mewakili ruas garis

PS. Struktur ini membentuk sebuah piramida atau limas dengan alas segitiga PQR dan puncak di titik S.

Pertanyaan: Mengenai posisi titik S dan hubungannya dengan elemen geometri lainnya, manakah pernyataan berikut yang benar?

- A. Proyeksi skalar ortogonal vektor PS pada vektor PQ adalah $\sqrt{2}$.
- B. Jarak titik S ke bidang PQR adalah $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ satuan.
- C. Volume limas SPQR adalah $\frac{8}{3}$ satuan volume.
- D. Vektor OS memiliki panjang $2\sqrt{3}$ satuan.
- E. Sudut antara vektor PS dan bidang PQR adalah 90° .

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, D

Proyeksi skalar PS pada PQ = $(w \cdot u) / |u| = 4 / 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$. Jarak S(2,2,2) ke bidang $x+y+z=2$ adalah $|2+2+2-2| / \sqrt{3} = 4/\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$. Volume limas = $\frac{1}{3} \times \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}$. Panjang OS = $\sqrt{(2^2+2^2+2^2)} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Vektor PS (0,2,2) tidak sejajar vektor normal (1,1,1), sehingga sudutnya bukan 90° . Pernyataan A, B, C, dan D benar.

Soal No. 16 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah stasiun pemantau radar di pusat koordinat $O(0,0,0)$ mendeteksi dua buah drone, Drone Alpha dan Drone Beta, yang sedang melakukan pemetaan wilayah udara. Posisi Drone Alpha dinyatakan oleh koordinat titik $P(4, 2, 4)$, sedangkan posisi Drone Beta dinyatakan oleh koordinat titik $Q(2, -4, 4)$. Satuan koordinat dalam kilometer. Untuk keperluan sinkronisasi data, stasiun radar perlu menghitung

berbagai parameter geometris terkait posisi kedua drone tersebut terhadap titik asal dan terhadap satu sama lain dalam ruang tiga dimensi.

Pertanyaan: Berdasarkan informasi posisi Drone Alpha dan Drone Beta pada stimulus, manakah pernyataan berikut yang benar terkait hubungan vektor posisi keduanya?

- A. Jarak antara Drone Alpha dan Drone Beta adalah $2\sqrt{10}$ km.
- B. Sudut yang terbentuk antara vektor posisi Drone Alpha dan Drone Beta adalah sudut tumpul.
- C. Proyeksi skalar ortogonal vektor posisi Drone Alpha pada vektor posisi Drone Beta adalah $8/3$.
- D. Proyeksi vektor ortogonal vektor posisi Drone Alpha pada vektor posisi Drone Beta adalah $4/9(2i - 4j + 4k)$.
- E. Vektor posisi Drone Alpha dan Drone Beta saling tegak lurus.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, C, D

*A Benar: Vektor $AB = Q - P = (2-4, -4-2, 4-4) = (-2, -6, 0)$. Panjangnya adalah $\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + 0^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ km. B Salah: $\cos \theta = (a \cdot b) / (|a||b|) = 16 / (66) = 16/36 = 4/9$. Karena positif, sudutnya lancip. C Benar: Proyeksi skalar = $(a \cdot b) / |b| = 16/6 = 8/3$. D Benar: Proyeksi vektor = $[(a \cdot b) / |b|^2] b = (16/36) * (2, -4, 4) = 4/9(2i - 4j + 4k)$. E Salah: Dot product tidak nol (16), maka tidak tegak lurus.*

Soal No. 17 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah stasiun pemantau radar di pusat koordinat $O(0,0,0)$ mendeteksi dua buah drone, Drone Alpha dan Drone Beta, yang sedang melakukan pemetaan wilayah udara. Posisi Drone Alpha dinyatakan oleh koordinat titik $P(4, 2, 4)$, sedangkan posisi Drone Beta dinyatakan oleh koordinat titik $Q(2, -4, 4)$. Satuan koordinat dalam kilometer. Untuk keperluan sinkronisasi data, stasiun radar perlu menghitung

berbagai parameter geometris terkait posisi kedua drone tersebut terhadap titik asal dan terhadap satu sama lain dalam ruang tiga dimensi.

Pertanyaan: Stasiun radar perlu menentukan parameter luas dan orientasi bidang yang dibentuk oleh posisi kedua drone dan stasiun radar. Manakah pernyataan yang tepat?

- A. Luas segitiga yang dibentuk oleh titik O, P, dan Q adalah $\sqrt{260}$ km².
- B. Vektor hasil perkalian silang (cross product) antara vektor posisi Drone Alpha dan Drone Beta adalah (24, -8, -20).
- C. Vektor satuan yang tegak lurus terhadap bidang yang memuat titik O, P, dan Q adalah $1/\sqrt{1040}$ (24i - 8j - 20k).
- D. Luas jajaran genjang yang dibentuk oleh vektor posisi Drone Alpha dan Drone Beta adalah $\sqrt{1040}$ km².
- E. Hasil perkalian silang vektor posisi Drone Alpha dan Drone Beta bersifat komutatif.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, D

*B Benar: $a \times b = (24 - 4(-4))i - (44 - 42)j + (4(-4) - 22)k = 24i - 8j - 20k$. D Benar: Luas jajaran genjang = $|a \times b| = \sqrt{24^2 + (-8)^2 + (-20)^2} = \sqrt{576 + 64 + 400} = \sqrt{1040}$ km². A Benar: Luas segitiga = $1/2 * \sqrt{1040} = \sqrt{1040/4} = \sqrt{260}$ km². C Benar: Vektor satuan normal adalah $(a \times b) / |a \times b|$. E Salah: Perkalian silang bersifat anti-komutatif ($a \times b = -(b \times a)$).*

Soal No. 18 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah stasiun pemantau radar di pusat koordinat $O(0,0,0)$ mendeteksi dua buah drone, Drone Alpha dan Drone Beta, yang sedang melakukan pemetaan wilayah udara. Posisi Drone Alpha dinyatakan oleh koordinat titik $P(4, 2, 4)$, sedangkan posisi Drone Beta dinyatakan oleh koordinat titik $Q(2, -4, 4)$. Satuan koordinat dalam kilometer. Untuk keperluan sinkronisasi data, stasiun radar perlu menghitung

berbagai parameter geometris terkait posisi kedua drone tersebut terhadap titik asal dan terhadap satu sama lain dalam ruang tiga dimensi.

Pertanyaan: Manakah pernyataan berikut yang sesuai dengan karakteristik geometris dari bidang yang memuat stasiun radar dan kedua drone tersebut?

- A. Titik $S(1, 3, 0)$ terletak pada bidang yang dibentuk oleh titik $O, P,$ dan Q .
- B. Titik $T(5, 0, 6)$ terletak pada bidang yang dibentuk oleh titik $O, P,$ dan Q .
- C. Vektor $(3, -1, -2.5)$ memiliki arah yang searah dengan normal bidang OPQ .
- D. Persamaan bidang yang memuat titik $O, P,$ dan Q adalah $4x + 2y + 4z = 0$.
- E. Jarak Drone Alpha dari stasiun radar adalah 6 km.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, C, E

Vektor normal bidang adalah $n = (24, -8, -20)$, disederhanakan menjadi $(6, -2, -5)$. Persamaan bidang: $6x - 2y - 5z = 0$. A Benar: $6(1) - 2(3) - 5(0) = 0$. B Benar: $6(5) - 2(0) - 5(6) = 0$. C Benar: Vektor $(3, -1, -2.5)$ adalah 0,5 kali dari vektor normal $(6, -2, -5)$, sehingga searah. D Salah: Persamaan tersebut hanya memuat vektor a , bukan bidang keseluruhannya. E Benar: Jarak P ke O adalah $\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = 6$ km.

Soal No. 19 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah desain atap museum berbentuk limas segitiga (tetrahedron) didefinisikan dalam sistem koordinat Kartesius tiga dimensi. Titik-titik sudut atap tersebut adalah titik $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, dan puncak atap di titik $C(2, 2, 4)$. Satuan koordinat dinyatakan dalam meter. Arsitek perlu menganalisis hubungan antar rusuk dan kemiringan bidang untuk memastikan stabilitas struktur serta

estetika bangunan tersebut.

Pertanyaan: Berdasarkan stimulus tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar mengenai hubungan antar vektor rusuk pada struktur atap tersebut?

- A. Panjang rusuk OC adalah $2\sqrt{6}$ meter.
- B. Proyeksi skalar ortogonal vektor OC pada OA adalah 2 meter.
- C. Besar sudut yang terbentuk antara rusuk OA dan OC adalah 45° .
- D. Vektor rusuk AB tegak lurus terhadap vektor rusuk OC.
- E. Luas alas limas OAB adalah 16 meter persegi.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, D

Pernyataan A benar karena panjang $OC = \sqrt{(2^2 + 2^2 + 4^2)} = \sqrt{(4 + 4 + 16)} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Pernyataan B benar karena proyeksi skalar OC pada OA adalah $(OA \cdot OC) / |OA| = (4 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 4) / 4 = 8/4 = 2$. Pernyataan C salah karena $\cos \theta = (OA \cdot OC) / (|OA| \cdot |OC|) = 8 / (4 \cdot 2\sqrt{6}) = 1/\sqrt{6}$, yang bukan nilai $\cos 45^\circ$. Pernyataan D benar karena $AB = B - A = (-4, 4, 0)$ dan $OC = (2, 2, 4)$, maka $AB \cdot OC = (-4)(2) + (4)(2) + (0)(4) = 0$ (ortogonal). Pernyataan E salah karena luas segitiga $OAB = 1/2 \cdot \text{alas} \cdot \text{tinggi} = 1/2 \cdot 4 \cdot 4 = 8$ meter persegi.

Soal No. 20 (Pilihan Ganda Majemuk (MCMA))

Stimulus:



Sebuah desain atap museum berbentuk limas segitiga (tetrahedron) didefinisikan dalam sistem koordinat Kartesius tiga dimensi. Titik-titik sudut atap tersebut adalah titik $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, dan puncak atap di titik $C(2, 2, 4)$. Satuan koordinat dinyatakan dalam meter. Arsitek perlu menganalisis hubungan antar rusuk dan kemiringan bidang untuk memastikan stabilitas struktur serta

estetika bangunan tersebut.

Pertanyaan: Mengenai analisis geometri bidang dan garis pada struktur tersebut, manakah pernyataan berikut yang benar?

- A. Jarak tegak lurus dari puncak C ke bidang alas OAB adalah 4 meter.
- B. Vektor normal yang mewakili bidang OAC adalah $(0, -2, 1)$.
- C. Bidang OAC dan bidang OBC saling tegak lurus satu sama lain.
- D. Persamaan bidang yang memuat alas OAB adalah $z = 0$.
- E. Garis yang melalui rusuk OC sejajar dengan sumbu Z.

Kunci & Pembahasan:

Jawaban: A, B, D

Pernyataan A benar karena koordinat z dari titik C adalah 4, sedangkan bidang OAB terletak pada bidang xy ($z=0$). Pernyataan B benar karena vektor normal OAC diperoleh dari cross product $OA \times OC = (4, 0, 0) \times (2, 2, 4) = (0, -16, 8)$, yang jika disederhanakan menjadi $(0, -2, 1)$. Pernyataan C salah karena normal bidang OAC $(0, -2, 1)$ dan normal bidang OBC ($OB \times OC = (16, 0, -8) \rightarrow (2, 0, -1)$) memiliki dot product $(0)(2) + (-2)(0) + (1)(-1) = -1$, bukan 0. Pernyataan D benar karena titik O, A, dan B semuanya memiliki koordinat $z = 0$. Pernyataan E salah karena vektor OC $(2, 2, 4)$ memiliki komponen x dan y, sehingga tidak sejajar sumbu Z $(0, 0, 1)$.
