Тема: Координати і вектори у просторі. Розв’язування задач

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

Вектори в просторі

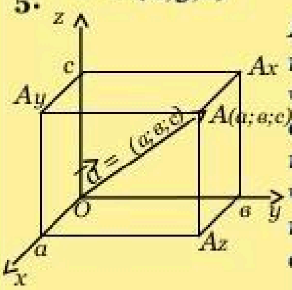
1.*Вектором* називають напрямлений відрізок.

2. *Позначають*: $\overrightarrow{AB}$ або $\vec{a}$

3. *Координатами вектора* $\overrightarrow{AB}$ початок якого – A(x_1;y_1;z_1), а кінець –B (x_2;y_2;z_2), називають числа:
$x=x_2-x_1$, $y=y_2-y_1$, $z=z_2-z_1$.

4. *Записують* $\overrightarrow{AB}$= (x;y;z) або $\vec{a}$ = (x;y;z)

5.



Якщо O – початок координат, а числа a, b, c- координати точки A, то ці числа є координатами вектора $\overrightarrow{OA}$

- *Дії над векторами*

1..*Сумою векторів* $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ *і* $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ *називають вектор*
$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

2. *Різницею цих векторів називають вектор*
$$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2;\ y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

3. *Щоб помножити вектор на число, потрібно кожну його координату помножити на це число.*
Нехай $\vec{a}(x; y; z)$ *, тоді*
$$m\vec{a} = (mx; my; mz)$$

4. *Для будь-яких векторів* $\vec{a}, \vec{b}$ *і чисел m і n завжди:* 1) $m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$;
2) $(m + n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$;
3) $|m\vec{a}| = |m||\vec{a}|$.

Властивості векторів

- *1. Для будь-яких векторів* $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$
- 1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- 2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

2. 1) Як би не були розміщені в просторі точки A, B, C, D завжди

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

2) Правило паралелепіпеда

$AB + AA_1 + AD = AC_1$

3. Модулем (абсолютною величиною) вектора називається довжина відрізка, яким задається вектор. Якщо $\vec{a}(x; y; z)$, то

- *Модуль будь-якого ненульового вектора число додатне* $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- *Модуль нульового вектора дорівнює нулю:*

$\vec{0} = (0; 0; 0)$, $|\vec{0}| = 0$

- *4. Два ненульові вектори називають колінеарними, якщо вони співнапрямленні або протилежно напрямлені*

- *5.Ненульові вектори* $\vec{a}$ і $\vec{b}$ *колінеарні тоді і тільки тоді, коли їх координати пропорційні, тобто*
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

Приклад розвязування вправ

1. Знайдіть координати і довжини векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$, якщо A(2;-3;-1), B(-4;-8;5), C(3;1;-2).

Розв’язання

$\overrightarrow{AB}$ (- 4 - 2; - 8 - (- 3);5 - (- 1)) = $\overrightarrow{AB}$ (- 6; - 5;6)\];

$\overrightarrow{AC}$ (3 - 2;1 - (- 3); - 2 - (- 1)) = $\overrightarrow{AC}$(1;4; - 1)\];

$\overrightarrow{AB}$ = $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2 + 6^2} = \sqrt{97}$;

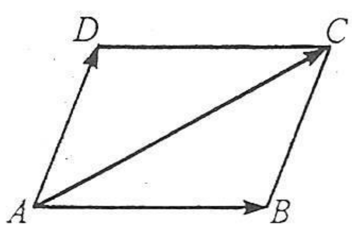
$\overrightarrow{AB}$ = $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$.

Відповідь: $\overrightarrow{AB}(-6;-5;6)$, $\overrightarrow{AC}(1;4;-1)$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{97}$\, $|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{2}$.

2. Знайдіть довжину діагоналі AC паралелограма ABCD, якщо A(2;-6;0), B(-4;8;2), D(0;-12;0)

Розв’язання

Оскільки $\overrightarrow{AB}(-6;14;2), \overrightarrow{AD}(-2;-6;0)$, то $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}(-8;8;2)$.



Тоді $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-8)^2 + 8^2 + 2^2} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$.

Відповідь: $2\sqrt{33}$.

Завдання:

1. Повторити теоретичний матеріал: §6, п. 38-42.

2. Виконати письмово вправи: 43.42-43.46.

Розв’язати завдання:

1. Яка з наведених точок належить площині $0xy$?

А	Б	В	Г	Д
A (-1; 2; 3)	B (0; 2; 3)	C (-1; 0; 3)	D (-1; 2; 0)	E (0; 0; 3)

2. Яка з точок симетрична точці A (-5; 3; -2) відносно початку координат?

А	Б	В	Г	Д
(5; -3; 2)	(5; 3; -2)	(-5; -3; 2)	(-5; 3; 2)	(-5; -3; -2)

3. В яку точку при паралельному переносі на вектор $\overline{a}\,(2;\ -3; 4)$ перейде точка A (3: 4; -5)?

А	Б	В	Г	Д
(5; 1; -1)	(-1; -7; 9)	(6; -12; -20)	$\left(\frac{2}{3};\ -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}\right)$	(1; 7; -9)

4. Яка з наведених точок належить координатній осі *z*?

А	Б	В	Г	Д
(3; 2; 4)	(3; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 4)	(3; 2; 0)

5. Установіть відповідність між векторами (1 – 4) і співвідношеннями між ними (А – Д)

1	$\overline{a}(2;\ 3; -8)\ i\ \overline{b}(-4; -5;$	А	однаково напрямлені
2	$\overline{a}(2;\ -4; 6)\ i\ \overline{b}(3; -7; 5)$	Б	сума векторів дорівнює вектору $\overline{(1; -2; 10)}$
3	$\overline{a}(-5;\ 2;\ 7)\ i\ \overline{b}(6; -4; 3)$	В	протилежно напрямлені
4	$\overline{a}(1;\ 2; 3)\ i\ \overline{b}(-1; 0; 1)$	Г	вектори рівні

		Д	$\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b} = \overline{(3;4;5)}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

6. (1 бал) При яких значеннях y і z вектори $\bar{a}(2;\ -3;8)$ і $\bar{b}(-7;\ y;z)$ колінеарні?

7. (1 бал) При яких значеннях a вектори $\bar{c}(2;\ -3;8)$ і $\bar{d}(-7;-2;a)$ перпендикулярні?

8. (2 бали) Дано ABCD – паралелограм, A (- 4; 1; 5), B (- 5; 4; 2), C (3; - 2; - 1). Знайдіть координати вершини D.

9. (2 бали) Знайдіть на осі y точку, рівновіддалену від точок A (-3; 7; 4) і B (2; -5; -1).

10. (2 бали) Знайдіть кут між векторами $\overline{AB}$ і $\overline{CD}$, якщо A (1; 0; 2), B (1; $\sqrt{3}$; 3), C (-1; 0; 3), D (-1; -1; 3).

3. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.youtube.com/watch?v=ZUWssDatcs4

https://myslide.ru/presentation/skachat-koordinati-ta-vektori-v-prostori

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .