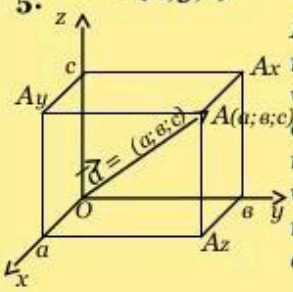
Тема: Координати і вектори у просторі. Розв'язування задач

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:



Вектори в просторі

1. ***Вектором*** **називають напрямлений відрізок.**
2. ***Позначають:*** $\overrightarrow{AB}$ **або** $\vec{a}$
3. ***Координатами вектора*** $\overrightarrow{AB}$ **початок якого – А($x_1;y_1;z_1$), а кінець –В ($x_2;y_2;z_2$), називають числа:**
   $x=x_2-x_1$, $y=y_2-y_1$, $z=z_2-z_1$.
4. ***Записують*** $\overrightarrow{AB}=(x;y;z)$ **або** $\vec{a}=(x;y;z)$
5. 

Якщо О – початок координат, а числа a, b, c- координати точки А, то ці числа є координатами вектора $\overrightarrow{OA}$

Дії над векторами

1. ***Сумою векторів*** $\vec{a}=(x_1;y_1;z_1)$ ***і*** $\vec{b}=(x_2;y_2;z_2)$ ***називають вектор***
$$\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2;\ y_1+y_2;z_1+z_2)$$
2. ***Різницею цих векторів називають вектор***
$$\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2;\ y_1-y_2;z_1-z_2)$$
3. ***Щоб помножити вектор на число, потрібно кожну його координату помножити на це число.***
Нехай $\vec{a}(x;y;z)$ ***, тоді***
$$\overrightarrow{ma}=(mx;my;mz)$$
4. ***Для будь-яких векторів*** $\vec{a},\vec{b}$ ***і чисел m і n завжди:*** 1) $m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$;
2) $(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$;
3) $|m\vec{a}|=|m||\vec{a}|$.

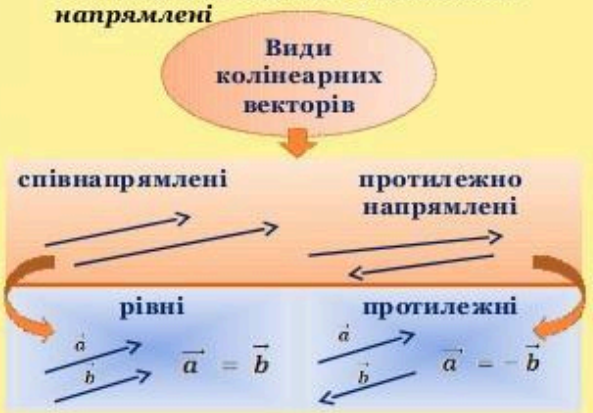
Властивості векторів

1. ***Для будь-яких векторів*** $\vec{a},\vec{b}$ і $\vec{c}$
   1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
   2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
2. ***Як би не були розміщені в просторі точки A, B, C, D завжди***


2) Правило паралелепіпеда $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$
$AB+AA_1+AD=AC_1$
3. ***Модулем (абсолютною величиною) вектора називається довжина відрізка, яким задається вектор. Якщо*** $\vec{a}(x;y;z)$ ***, то***
   - *Модуль будь-якого ненульового вектора виражається додатним числом* $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
   - *Модуль нульового вектора дорівнює нулю:*

$$\vec{0}=(0;0;0)\ ,\quad |\vec{0}|=0$$

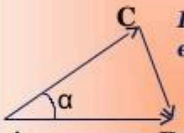
4. ***Два ненульові вектори називають колінеарними, якщо вони співнапрямленні або протилежно напрямлені***



5. ***Ненульові вектори*** $\vec{a}$ і $\vec{b}$ ***колінеарні тоді і тільки тоді, коли їх координати пропорційні, тобто***
$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$$

Застосування векторів

1.Кутом між двома ненульовими векторами називають кут між відповідними їм напрямленими відрізками, які виходять з однієї точки.



Кут між векторами

$\overline{AB}$ і $\overline{CD}$ = α

2. Кут між протилежно напрямленими векторами дорівнює 180°, а між співнапрямленими - 0°.

3.Скалярним добутком двох ненульових векторів називається добуток модулів цих векторів на косинус кута між ними.

Якщо кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює φ, то їх скалярний добуток дорівнює:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi$$

4. Скалярний добуток векторів і (координатно): $\vec{a}=(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{b}=(x_2;y_2;z_2)$

$$x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

5. Якщо кут між ненульовими векторами дорівнює 90°, то їх скалярний добуток дорівнює 0, бо cos 90°=0.

Умова перпендикулярності двох векторів:

Два ненульові вектори перпендикулярні тоді і тільки тоді, коли їх скалярний добуток дорівнює нулю.

$$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\times\vec{b}=0$$

Приклад розвязування вправ

1. Знайдіть координати і довжини векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$, якщо A(2;-3;-1), B(-4;-8;5), C(3;1;-2).

Розв'язання

$\overrightarrow{AB}$ (- 4 - 2; - 8 - (- 3);5 - (- 1)) = $\overrightarrow{AB}$ (- 6; - 5;6)\];

$\overrightarrow{AC}$ (3 - 2;1 - (- 3); - 2 - (- 1)) = $\overrightarrow{AC}$(1;4; - 1)\];

$\overrightarrow{AB}$ = $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-6)^2+(-5)^2+6^2}=\sqrt{97}$;

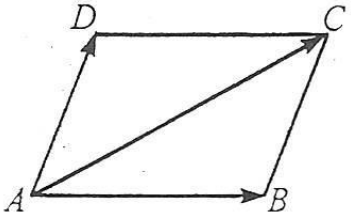
$\overrightarrow{AB}$ = $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{1^2+4^2+(-1)^2}=3\sqrt{2}$.

Відповідь: $\overrightarrow{AB}(-6;-5;6)$, $\overrightarrow{AC}(1;4;-1)$,$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{97}$\, $|\overrightarrow{AB}|=3\sqrt{2}$.

2. Знайдіть довжину діагоналі AC паралелограма ABCD, якщо A(2;-6;0), B(-4;8;2), D(0;-12;0)

Розв'язання

Оскільки $\overrightarrow{AB}(-6;14;2)$, $\overrightarrow{AD}(-2;-6;0)$, то $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}(-8;8;2)$.



Тоді $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-8)^2 + 8^2 + 2^2} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$.

Відповідь: $2\sqrt{33}$.

Завдання:

1. Повторити теоретичний матеріал: §6, п. 38-42.

2. Виконати письмово вправи: 43.42-43.46.

Розв'язати завдання:

1. Яка з наведених точок належить площині 0*xy*?

А	Б	В	Г	Д
A (-1; 2; 3)	B (0; 2; 3)	C (-1; 0; 3)	D (-1; 2; 0)	E (0; 0; 3)

2. Яка з точок симетрична точці А (-5; 3; -2) відносно початку координат?

А	Б	В	Г	Д
(5; -3; 2)	(5; 3; -2)	(-5; -3; 2)	(-5; 3; 2)	(-5; -3; -2)

3. В яку точку при паралельному переносі на вектор $\overline{a}(2; \ -3; 4)$ перейде точка А (3: 4; -5)?

А	Б	В	Г	Д
(5; 1; -1)	(-1; -7; 9)	(6; -12; -20)	$\left(\frac{2}{3}; \ -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}\right)$	(1; 7; -9)

4. Яка з наведених точок належить координатній осі *z*?

А	Б	В	Г	Д
(3; 2; 4)	(3; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 4)	(3; 2; 0)

5. Установіть відповідність між векторами (1 – 4) і співвідношеннями між ними (А – Д)

1	$\overline{a}(2; \ 3; -8)$ і $\overline{b}(-4; -5;$	А	однаково напрямлені
2	$\overline{a}(2; \ -4; 6)$ і $\overline{b}(3; -7; 5)$	Б	сума векторів дорівнює вектору $\overline{(1; -2; 10)}$
3	$\overline{a}(-5; \ 2; \ 7)$ і $\overline{b}(6; -4; 3)$	В	протилежно напрямлені
4	$\overline{a}(1; \ 2; 3)$ і $\overline{b}(-1; 0; 1)$	Г	вектори рівні

		Д	$\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b} = \overline{(3; 4; 5)}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

6. (1 бал) При яких значеннях *y* і *z* вектори $\bar{a}(2; \ -3; 8)$ і $\bar{b}(-7; \ y; z)$ колінеарні?

7. (1 бал) При яких значеннях a вектори $\bar{c}(2; \ -3; 8)$ і $\bar{d}(-7; -2; a)$ перпендикулярні?

8. (2 бали) Дано ABCD – паралелограм, A (- 4; 1; 5), B (- 5; 4; 2), C (3; - 2; - 1). Знайдіть координати вершини D.

9. (2 бали) Знайдіть на осі *y* точку, рівновіддалену від точок A (-3; 7; 4) і B (2; -5; -1).

10. (2 бали) Знайдіть кут між векторами $\overline{AB}$ і $\overline{CD}$, якщо A (1; 0; 2), B (1; $\sqrt{3}$; 3), C (-1; 0; 3), D (-1; -1; 3).

3. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.youtube.com/watch?v=ZUWssDatcs4

https://myslide.ru/presentation/skachat-koordinati-ta-vektori-v-prostori

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .