

**ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI
PHYSIQUE - CHIMIE**

Corrigé proposé par Pierre-Yves VIALATTE (lycée Jean Perrin Marseille)

Je vous prie de me signaler erreur ou modification à l'adresse : vialatte812@neuf.fr

NE PAS PUBLIER, NE PAS METTRE EN LIGNE.

USAGE RESERVE AUX PROFESSEURS DE L'UPS ET A LEURS ÉLÈVES.

Q1.

μ_0 est en H.m^{-1} (ou en T.A. m^{-1} ou en N.A^{-2} ou en $\text{kg.m.s}^{-2}.\text{A}^{-2}$)

μ_r est sans unité. Pour le fer, il est de l'ordre de 1000.

Q2.

Le problème est invariant par translation suivant z . Donc les champs $\vec{B}$ et $\vec{H}$ ne dépendent pas de z .

a priori, $\vec{B}(x, y)$ et $\vec{H}(x, y)$

Par ailleurs, ces fonctions sont $2L$ -périodiques en x , comme l'est la distribution de courants.

Q3.

$\text{Rot } \vec{H} = \vec{J}$ où $\vec{J}$ est la densité volumique de courant (courants vrais ou libres). Sous forme intégrale, on

obtient le théorème d'Ampère sur un contour fermé orienté (Γ) : $\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlacé}}$.

On choisit pour contour la ligne de champ moyenne proposée. On remarque aussi (justification détaillée par symétrie non demandée) que de part et d'autre du conducteur :

Le sens de $\vec{H}$ est inversé entre le fer de la plaque supérieure et le fer de la plaque inférieure.

Le sens de $\vec{H}$ est inversé entre l'air à droite et l'air à gauche de la ligne proposée.

En notant : $\vec{H}_{\text{air}} = H_{\text{air}} \vec{e}_y$ dans l'air à droite du conducteur et $\vec{H}_{\text{fer}} = H_{\text{fer}} \vec{e}_x$ dans la plaque inférieure,

On obtient : $2H_{\text{fer}} l_{\text{fer}} + 2H_{\text{air}} e = I$

Q4.

La conservativité du flux de $\vec{B}$ permet cette affirmation (le flux de $\vec{B}$ se conserve le long d'un tube de courant). Localement : $\text{div } \vec{B} = 0$.

Q5.

Dans un milieu Linéaire Homogène Isotrope (LHI), on peut écrire : $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ en chaque point.

En un point de l'air où $\mu_r = 1$: $\vec{B}_{\text{air}} = \mu_0 \vec{H}_{\text{air}}$. Donc $B_{\text{air}} = B = \mu_0 H_{\text{air}}$ (en notant $\vec{B} = B \vec{e}_y$ à droite du conducteur)

En un point du fer : $\vec{B}_{\text{fer}} = \mu_0 \vec{H}_{\text{fer}}$. Donc $B_{\text{fer}} = B = \mu_0 \mu_r H_{\text{fer}}$

L'équation de Q3. Donne alors : $\frac{2Bl_{\text{fer}}}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2Be}{\mu_0} = I$ et en tenant compte de l'approximation $\frac{l_{\text{fer}}}{\mu_r} \ll e$, on

obtient : $B \approx \frac{\mu_0 I}{2e}$

Pour maximiser le champ, et la densité d'énergie stockée dans l'entrefer, on a intérêt dans ce type de moteurs à choisir un entrefer étroit.

Q6.

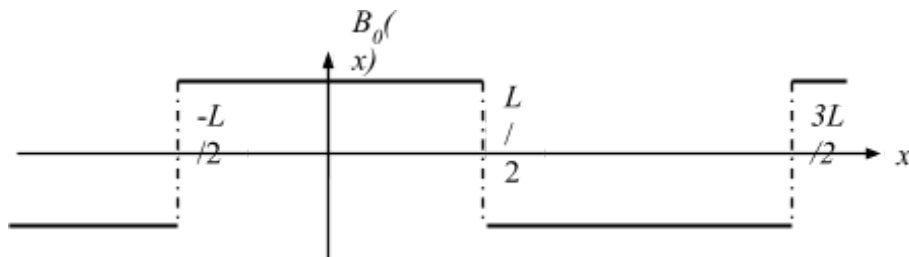
Rq : il y a dans le texte une confusion entre le B positif de la question précédente **Q5**. Et le $B(x)$ à représenter ici qui change de signe.

Rq2 : l'origine de l'axe Ox n'est pas bien précisée dans le texte. On la choisit ici, comme le suggère la figure 2, à mi-chemin entre deux conducteurs parcourus par des courants opposés. Le plan (O,y,z) est alors un plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Le champ $\vec{B}$ est alors symétrique par rapport à ce plan et la fonction $B(x)$ est paire de période $2L$.

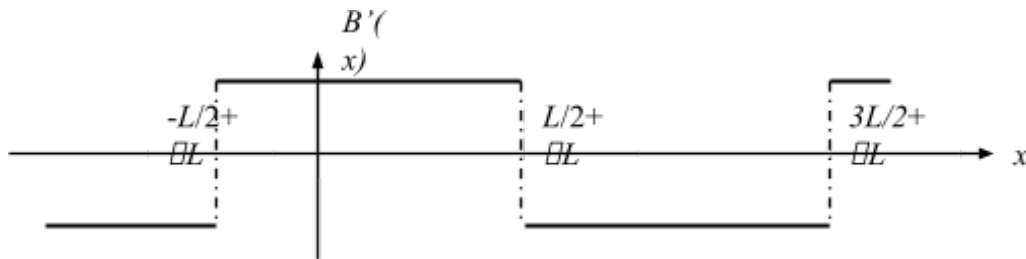
Q7.

La répartition proposée est la superposition de trois configurations précédentes identiques et décalées d'une distance ΔL , chacune créant un champ analogue à celui de la question précédente, mais décalé du précédent comme l'indiquent les figures ci-dessous.

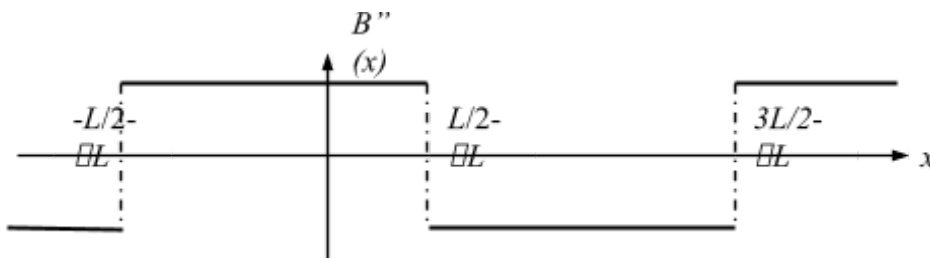
Cas précédent = seulement le conducteur central de chaque groupement



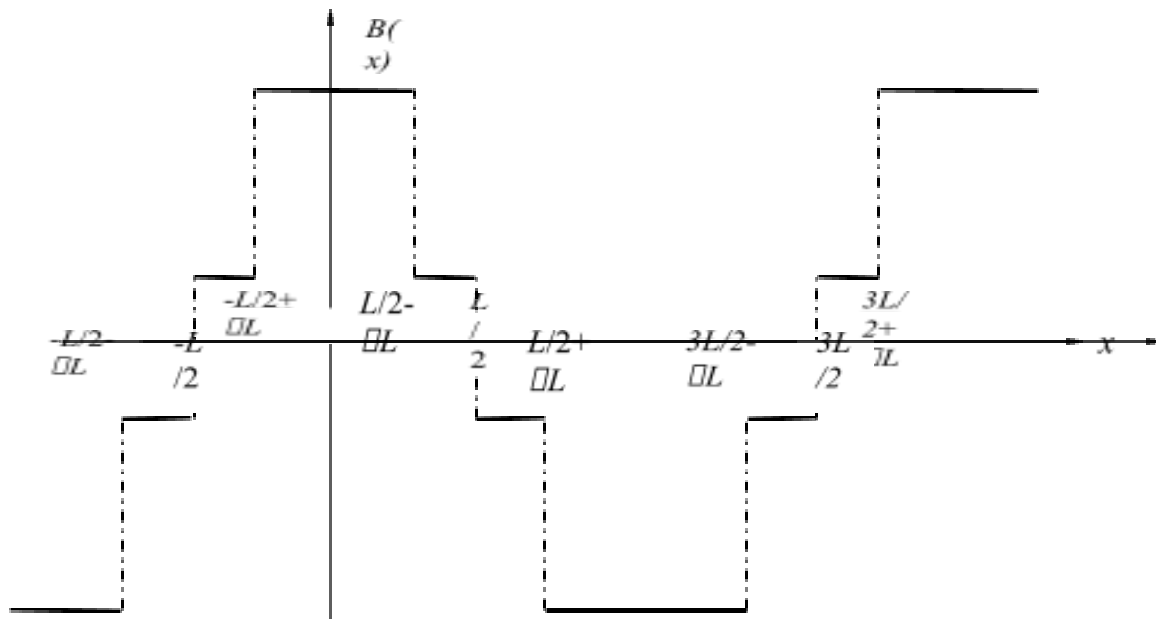
Conducteurs décalés vers la droite de ΔL



Conducteurs décalés vers la gauche de ΔL



Le champ résultant est la superposition des trois champs précédents, ce qui conduit au résultat ci-dessous.



Rq : En augmentant le nombre de conducteurs, on se rapprocherait d'une forme sinusoïdale pour cette

courbe, ce qui justifie le champ de période $2L$ donné pour la suite :

$$\vec{B} = KI \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y$$

Q8.

Le champ total est, en chaque point, la superposition des champs créés par les deux multipôles :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = KI_s \cos(\omega_s t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y + KI_s \sin(\omega_s t) \cos\left(\frac{\pi(x-L/2)}{L}\right) \vec{e}_y \\ &= KI_s \vec{e}_y \left[\cos(\omega_s t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + \sin(\omega_s t) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right] = KI_s \vec{e}_y \cos\left(\omega_s t - \frac{\pi x}{L}\right) = KI_s \vec{e}_y \cos\left(\omega_s \left(t - \frac{\pi x}{\omega_s L}\right)\right) \end{aligned}$$

Dans cette dernière expression la phase du cos est bien de la forme de celle d'une onde progressive vers les x

croissants (fonction de $t - x/v_s$, avec $v_s = \frac{\omega_s L}{\pi}$).

L'onde de champ magnétique se propage ainsi à la vitesse de phase :

$$v_s = \frac{\omega_s L}{\pi} \vec{e}_x$$

Rq : on peut écrire la phase $\omega_s t - \frac{\pi x}{L}$ sous la forme $\omega_s t - kx$ en posant $k = \frac{\pi}{L} = \frac{\omega_s}{v_s}$

Q9.

Pour inverser le sens de propagation de cette onde magnétique, il faut avoir une phase : $\omega_s t + \frac{\pi x}{L}$.

Ceci est obtenu en inversant le sens du courant dans une phase (ou en la déphasant de π)

$$L = \frac{\pi v_s}{\omega_s} = \frac{v_s}{2f_s} = 69 \text{ cm}$$

Application numérique :

Q10.

En dérivant le champ donné :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial x} = KB_0 \sin(\omega_s t - kx) \vec{e}_y$$

Par ailleurs : $M = 2LbI e_y$; donc : $M \cdot \frac{\partial B}{\partial x} = 2LbI KB_0 \sin(\omega_s t - kx)$

Le centre du dipôle correspond à l'abscisse $x = x_0 + vt$, donc : $F_x(t) = 2LbI KB_0 \sin((\omega_s - kv)t - kx_0)$

Q11.

Comme dans le cours sur les machines tournantes synchrones, il faut distinguer deux cas :

- Si $\omega_s \neq kv$, alors la force varie sinusoïdalement au cours du temps et possède une moyenne temporelle nulle. Le moteur ne fonctionne pas.

- Si $\omega_s = kv$ (condition de synchronisme), alors : $F_x(t) = -2LbI KB_0 \sin(kx_0)$ ne dépend plus du temps. La force est une constante, et peut s'ajuster à la charge suivant la valeur de x_0 .

C'est ce cas qui correspond à un fonctionnement utile : $F = -2LbI KB_0 \sin(kx_0) e_x$

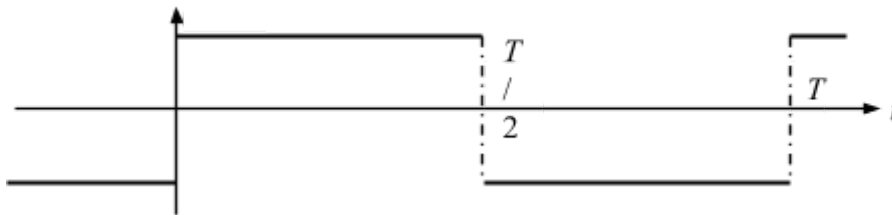
Pour avoir une force positive maximale, il faut : $\sin(kx_0) = -1$, c'est-à-dire :

$$kx_0 = -\frac{\pi}{2} (2\pi) \Leftrightarrow x_0 = -\frac{\pi}{2k} \left(\frac{2\pi}{k} \right)$$

Q12.

Dans la première demi-période, la source de tension est directement connectée à la charge, et $u_1(t) = U$

Dans la deuxième demi-période, la source est connectée à la charge en inversant ses bornes, $u_1(t) = -U$



Q13.

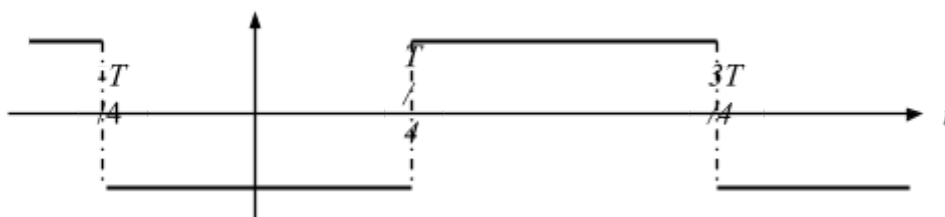
Pour une onde magnétique se déplaçant vers les x croissants

$u_1(t)$ va donner par filtrage à travers la charge le courant sinusoïdal $i_1(t)$ qui doit être en $\cos(\omega_s t)$.

De même, $u_2(t)$ va le courant sinusoïdal $i_2(t)$ qui doit être en $\sin(\omega_s t)$.

La charge va conserver le déphasage d'un quart de période entre les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sur le premier harmonique du créneau qui doit être à la pulsation ω_s

$i_1(t)$ étant en avance d'un quart de période sur $i_2(t)$, $u_1(t)$ doit être en avance d'un quart de période sur $u_2(t)$. On en déduit le chronogramme de $u_2(t)$:



K_{2b} et K_{2c} sont donc fermés sur l'intervalle de temps $\left[-\frac{T}{4}, \frac{T}{4} \right]$

K_{2a} et K_{2d} sont fermés sur l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{4}, \frac{3T}{4} \right]$

Pour une onde magnétique se déplaçant vers les x décroissants

Il faut inverser $u_2(t)$ pour inverser $i_2(t)$, et donc :

K_{2a} et K_{2d} sont fermés sur l'intervalle de temps $\left[-\frac{T}{4}, \frac{T}{4} \right]$

K_{2b} et K_{2c} sont fermés sur l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{4}, \frac{3T}{4} \right]$

Q14.

En dérivant le champ donné :

$$\frac{\partial B}{\partial x} = K k \left[I_1 \sin(\omega_s t - kx + \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega_s t + kx + \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega_s t - kx + \varphi_5) \right] e_y$$

On déduit :

$$F_x(t) = 2LbI K k \left[I_1 \sin(\omega_s t - kv_0 t - kx_0 + \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega_s t + kv_0 t + kx_0 + \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega_s t - kv_0 t - kx_0 + \varphi_5) \right]$$

A la vitesse de synchronisme, comme dans la partie précédente : $\omega_s = kv_0$, et on obtient :

$$F(t) = 2LbI K k \left[I_1 \sin(-kx_0 + \varphi_1) + I_3 \sin(4\omega_s t + kx_0 + \varphi_3) + I_5 \sin(4\omega_s t - kx_0 + \varphi_5) \right]$$

La première vibration (termes dépendant du temps) est donc à la pulsation $4\omega_s$. Cette vibration est due à I_3 et I_5 , et c'est le terme en I_3 qui prédomine.

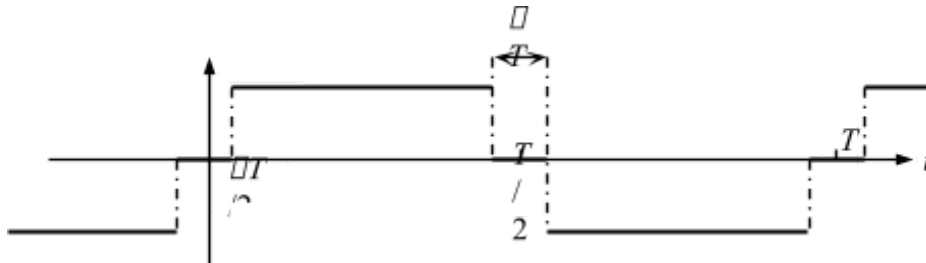
Q15.

Lorsque K_{1a} et K_{1d} sont fermés ensemble, dans l'intervalle de temps $\left[\alpha \frac{T}{2}, \frac{T}{2} - \alpha \frac{T}{2} \right]$: $u_1(t) = U$

Lorsque K_{1b} et K_{1c} sont fermés ensemble, dans l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{2} + \alpha \frac{T}{2}, T - \alpha \frac{T}{2} \right]$: $u_1(t) = -U$

Dans les autres cas, une des deux bornes de la charge n'est pas connectée à la source, et $u_1(t) = 0$

On en déduit le chronogramme :



Rq : ce chronogramme est celui (signal 1) dont la série de Fourier est fournie à la fin du sujet.

Pour atténuer les vibrations au maximum, il faut annuler les termes en I_3 et I_5 (harmoniques 3 et 5)

- Le terme en I_3 correspond dans le développement fourni à l'entier $k = 1$.

Son amplitude vaut donc : $\frac{\cos((2k+1)\alpha\pi)}{2k+1} = \frac{1}{3} \cos(3\alpha\pi)$ qui s'annule pour les valeurs de α égales à $1/6$, $1/2$, et $5/6$

- Le terme en I_5 correspond dans le développement fourni à l'entier $k = 2$.

Son amplitude vaut donc : $\frac{\cos((2k+1)\alpha\pi)}{2k+1} = \frac{1}{5} \cos(5\alpha\pi)$ qui s'annule pour les valeurs de α égales à 1/10, 3/10, 1/2, 7/10, et 9/10.

La meilleure valeur de α est donc 1/2, car c'est celle qui annule les deux termes vibratoires principaux.

Rq : on met là en évidence l'intérêt d'un onduleur à commande décalée.

Q16.

- I : Mélange liquide homogène Bi-Sn
- II : Bi solide + mélange liquide homogène
- III : Sn solide + mélange liquide homogène
- IV : Bi solide + Sn solide non miscibles (2 phases)

Q17.

E est le point eutectique. Fraction massique en étain : $w_{Sn} = w_E = 0,42$

Dans un mélange à la composition eutectique, on note n le nombre total de moles, n_{Bi} et n_{Sn} les nombres de moles des deux constituants : $n = n_{Bi} + n_{Sn}$.

De même pour les masses : m , m_{Bi} et m_{Sn} avec $m = m_{Bi} + m_{Sn}$. Par définition : $w_E = \frac{m_{Sn}}{m}$

On calcule la fraction molaire en étain, notée x_E . Par définition : $x_E = \frac{n_{Sn}}{n}$

$$x_E = \frac{n_{Sn}}{n} = \frac{n_{Sn}}{n_{Sn} + n_{Bi}} = \frac{\frac{m_{Sn}}{M_{Sn}}}{\frac{m_{Sn}}{M_{Sn}} + \frac{m_{Bi}}{M_{Bi}}} = \frac{M_{Bi}}{M_{Bi} + M_{Sn} \frac{m_{Bi}}{m_{Sn}}} = \frac{M_{Bi}}{M_{Bi} + M_{Sn} \frac{m - m_{Sn}}{m_{Sn}}} = \frac{M_{Bi}}{M_{Bi} + M_{Sn} \left(\frac{1}{w_E} - 1 \right)}$$

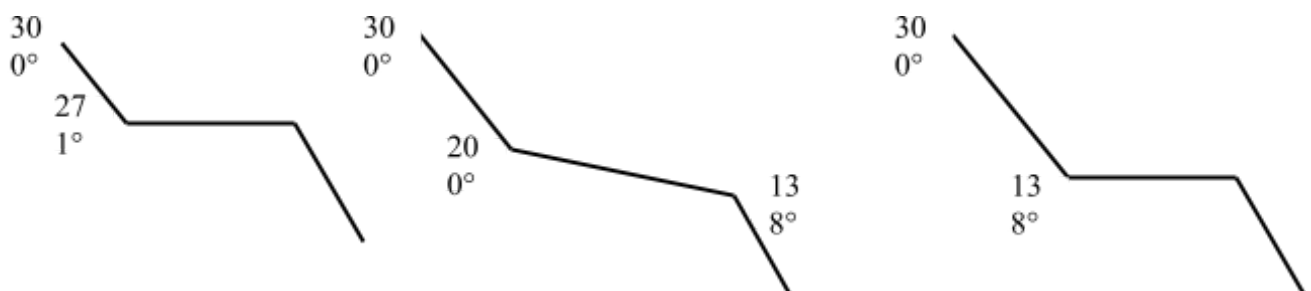
Application numérique : $x_E = 0,56$

Q18.

M₁ : Bi pur
Solidification à 271°C

M₂ : Mélange liquide à 20% Sn
La solidification débute à 200°C
et se fait à température variable.

M₃ : Mélange eutectique
La solidification débute à 138°C
et se fait à température constante.



Q19.

On lit les températures de fusion sur le diagramme binaire : Bi : 271°C et Sn 232°C.

Un mélange binaire Bi-Sn commence à fondre à plus basse température que chacun des deux corps purs. Les températures de fusion des deux corps purs sont déjà basses, mais celle du mélange l'est encore plus, en particulier à la composition de l'eutectique où la fusion a lieu à 138°. Atteindre cette température est rapide et facile, ce qui simplifie la soudure. Il faut donc utiliser un mélange solide à la composition de l'eutectique.

Q20.

La composition massique globale du mélange est : $w_{Sn} = 4/20 = 0,20$.

On note m^l et m^s les masses totales de liquide et de solide dans le mélange à 150°C.

La masse totale est donc : $m = m^l + m^s = 20 \text{ g}$.

Comme le point représentatif M du système se situe dans le domaine II ($w_{\text{Sn}} = 0,20$ et $\theta = 150^\circ$) il n'y a pas d'étain solide et la masse solide est entièrement du Bismuth.

On note m_{Sn}^l et m_{Bi}^l les masses d'étain et de Bismuth dans le liquide. Au total : $m_{\text{Sn}}^l + m_{\text{Bi}}^l = m^l$

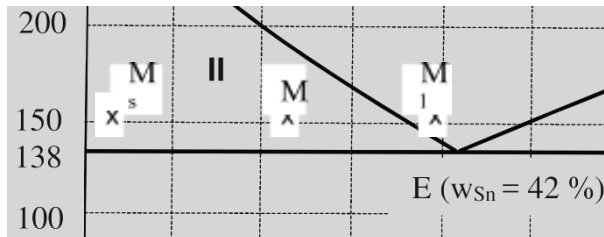
On applique le théorème des moments chimiques en notant M^l et M^s les points donnant la composition des deux phases à 150° : $m^s M^s M = m^l M M^l$.

$$\frac{m^s}{m^l} = \frac{0,16}{0,20} = 0,80$$

On note les distances : $M^s M = 0,20$ et $M M^l = 0,16$, ce qui donne :

Avec $m = m^l + m^s = 20 \text{ g}$, on obtient : $m^l = 11,1 \text{ g}$ et $m^s = 8,9 \text{ g}$.

Par ailleurs, on connaît la composition du liquide : c'est l'abscisse du point M^l : $w_{\text{Sn}}^l = \frac{m_{\text{Sn}}^l}{m^l} = 0,36$.



On retrouve bien : $w_{\text{Sn}}^l = m_{\text{Sn}}^l / m^l = 0,36$, $m^l = 4,0 \text{ g}$, puis $m_{\text{Bi}}^l = m^l - m_{\text{Sn}}^l = 7,1 \text{ g}$.

Au total, il y a donc 8,9 g de Bi solide, 7,1 g de Bi dans le liquide, et l'ensemble des 4 g de Sn dans le liquide.

Q21.

Dans les données, il est précisé que l'eutectique Sn-Ag fond à 220°C , c'est-à-dire à une température plus élevée que la température de fusion de la soudure étain argent.

Le deuxième point de soudure se fait donc à température plus basse, ce qui évite de faire fondre le premier, et ainsi de dessouder le premier assemblage.

Q22.

Le potentiel de Nernst est le potentiel du couple pris par l'électrode à l'équilibre thermodynamique, donc à courant nul.

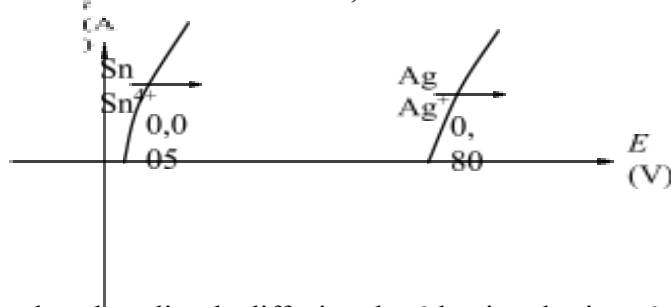
Pour le couple Sn^{4+}/Sn de demi équation redox : $\text{Sn}^{4+} + 4 e^- = \text{Sn}$

$E_{eq} = 0,005 + 0,06/4 \log ([\text{Sn}^{4+}]) = 0,005 \text{ V}$ pour une concentration de 1 mol.l^{-1} .

Pour le couple Ag^+/Ag : $\text{Ag}^+ + e^- = \text{Ag}$

$E'_{eq} = 0,80 + 0,06 \log ([\text{Ag}^+]) = 0,80 \text{ V}$ pour une concentration de 1 mol.l^{-1} .

On en déduit, en l'absence de surtensions, l'allure des courbes intensité-potentiel :



Rq : sur ces courbes, le palier de diffusion de réduction des ions étain est sans doute plus important en valeur absolue que celui des ions argent, puisqu'à mobilité comparable, la réduction des ions étain met en jeu quatre fois plus d'électrons.

En revanche, pour l'oxydation des solides étain et argent, il n'y a pas de palier de diffusion.

Q23.

L'oxydant est le dioxygène dissous ; c'est donc lui qui est réduit (couple O_2/H_2O). L'ordre de grandeur du potentiel donné en est de ce couple à l'équilibre est : 1,23 - 0,06 pH. Si on se place à pH=7, on obtient un potentiel de 0,81 V. L'oxydation de l'argent n'est donc pas possible dans ces conditions, c'est l'étain qui s'oxyde en ions Sn^{4+} . L'oxydation est spontanée : il existe un potentiel mixte entre les deux couples.

Au niveau de la goutte, il se forme une pile de corrosion. C'est la zone la moins oxygénée, située au centre de la goutte qui est oxydée, et c'est là que le métal se ternit. Les électrons cédés par l'étain sont consommés par l'oxygène, plus concentré à la périphérie de la goutte. Ces électrons vont donc migrer dans le métal entre le centre et l'extérieur de la goutte : il s'agit de corrosion électrochimique différentielle.

Q24.

Seul l'étain est oxydé, et la soudure est constituée de microcristaux d'étain et d'argent non miscibles. Au contact de la goutte, il reste donc de l'étain oxydé assurant une bonne passivation et des microcristaux d'argent inaltérables qui protègent le solide d'une oxydation plus en profondeur.

Dans le cas de l'acier par contre, il n'y a pas la protection des cristaux d'argent, et la passivation par la rouille est de mauvaise qualité : l'oxydation se poursuit donc lentement en profondeur au centre de la goutte.

Q25.

Pour décrire le refroidissement de la sphère, il faut sa capacité thermique totale (ou bien la capacité thermique massique de Mat_1 et sa masse).

Pour décrire le changement d'état de la soudure, il faut l'enthalpie massique de fusion du matériau 1.

Pour décrire la diffusion thermique dans les conducteurs cylindriques, il faut aussi la conductivité thermique du matériau 2.

Les paramètres géométriques sont aussi bien entendus nécessaires.

Rq : dans les données, il n'est pas précisé si la capacité thermique massique du matériau 1 est en phase solide ou en phase liquide : on les supposera voisins.

Q26.

Il faut d'abord remarquer que le refroidissement s'effectue en deux phases distinctes : une première phase de solidification du matériau un à température constante, puis une deuxième phase de refroidissement proprement dit du solide.

Pour la phase de solidification, on écrit le premier principe de la thermodynamique à pression constante au système point de soudure entre les instants t et $t+\Delta t$ (Δt étant la durée de la phase de solidification) :

$$\Delta H = Q_{reçue}$$

Avec, au cours du changement d'état : $\Delta H = -m L_{fus1}$, m étant la masse du point de soudure : $m = \frac{4}{3} \pi R_b^3 \rho_1$

Et : $Q_{reçue} = -P_{th} \Delta t_1 - P'_{th} \Delta t_1$ où P_{th} est donnée et constante (puisque la température $T_1 = T_{1fusion} = Cte$) et

$P'_{th} = J_{th} S_0$ est la puissance thermique constante cédée par le système aux conducteurs (

$J_{th} = -\lambda_2 \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=R_b^+}$ est la densité de flux thermique dans le conducteur droit au niveau de la goutte et S_0 la

surface totale de contact entre goutte et conducteurs : $S_0 = 2 \frac{\pi d^2}{4}$)

Donc : $P'_{th} = J_{th} S_0 = -\lambda_2 \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=R_b^+} \frac{\pi d^2}{2}$ avec la pente fournie par le graphe : $\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=R_b^+} = \frac{T_{1fusion} - T_{ext}}{b}$

Finalement : $Q_{reçue} = -P_{th} \Delta t - P'_{th} \Delta t = -h 4 \pi R_b^2 (T_{1fusion} - T_{ext}) \Delta t - \lambda_2 \frac{\pi d^2}{2} \frac{T_{1fusion} - T_{ext}}{b} \Delta t$

$$\text{et : } -\frac{4}{3}\pi R_b^3 \rho_1 L_{fus1} = \left[-h 4\pi R_b^2 - \lambda_2 \frac{\pi d^2}{2b} \right] (T_{1,fusion} - T_{ext}) \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{4R_b^3 \rho_1 L_{fus1}}{\left[12h R_b^2 + \frac{\lambda_2 3d^2}{2b} \right] (T_{1,fusion} - T_{ext})}$$

Q27.

Il manque la température extérieure. On apprend donc à $T_{ext} = 20^\circ\text{C}$

La conductivité électrique est inutile !

L'application numérique donne : $\Delta t = 80 \text{ s}$.

Rq : Dans cette application, c'est le terme de diffusion en λ_2 qui prime sur le terme de convection. La chaleur s'évacue prioritairement par les fils conducteurs.

Q28.

C'est le milieu optiquement actif avec inversion de population qui joue le rôle de chaîne directe avec amplification du nombre de photons.

C'est la cavité optique avec ses miroirs qui joue le rôle de chaîne de retour : elle permet aux photons de revenir à leur point de départ après un aller retour en introduisant des pertes au niveau du miroir partiellement réfléchissant et un éventuel déphasage dépendant de la longueur de la cavité.

C'est la condition de Barkhausen, qui est la condition nécessaire et suffisante d'oscillation sinusoïdale de

l'oscillateur : elle s'écrit : $\underline{A}(j\omega) \underline{B}(j\omega) = 1$

En réalité, le démarrage est assuré par amplification du bruit de photons ambiant, et nécessite donc, à la

pulsation d'oscillation un gain initial global légèrement supérieur à 1 : $\underline{A}(j\omega) \underline{B}(j\omega) \text{ réel} > 1$

Q29.

Comme dans le cas des modes propres d'oscillation d'une corde, une onde stationnaire harmonique peut exister dans la cavité si ses deux extrémités sont des nœuds du champ électrique, et sont donc distantes d'un

$$L_0 = p \frac{\lambda}{2} = p \frac{c}{2\nu_{L_0}} \Rightarrow \nu_{L_0} = p \frac{c}{2L_0}$$

nombre entier de demi-longueur d'onde :

$$\Delta \nu_{L_0} = \frac{c}{2L_0} = 1,5 \text{ GHz}$$

Entre deux modes successifs p et $p+1$, on trouve donc un écart de fréquence :

$$\text{Et } \frac{\Delta \nu_{L_0}}{\nu_{L_0}} = \frac{\frac{c}{2L_0}}{c/\lambda} = \frac{\lambda}{2L_0} = 3.10^{-6} . \text{ Les fréquences des modes successifs sont donc très rapprochées.}$$

Q30.

La dilatation thermique augmente la taille de la cavité et donc L_0 .

$$\nu_{L_0} = p \frac{c}{2L_0}$$

Il en résulte une diminution de la fréquence des modes propres, puisque pour le mode p :

Considérons un volume parallélépipédique de dimensions A , B , et C . Son volume vaut donc : $V = ABC$

la variation relative de ce volume lorsque la température varie et donc en différenciant logarithmiquement :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B} + \frac{dC}{C}$$

Si on suppose l'objet isotrope, les variations relatives de longueur sont les mêmes dans toutes les directions :

$$\text{et donc : } \frac{dA}{A} = \frac{dB}{B} = \frac{dC}{C} , \text{ ce qui donne : } \frac{dV}{V} = 3 \frac{dA}{A} .$$

$$\text{Par analogie, pour la cavité : } \frac{dL_0}{L_0} = \frac{1}{3} \frac{dV}{V} = \frac{1}{3} \alpha d\theta \quad \text{à pression constante.}$$

$$\nu = p \frac{c}{2L_0}$$

Pour un mode p donné, on a vu que la fréquence d'émission était :

$$\frac{d\nu}{\nu} = -\frac{dL_0}{L_0} = -\frac{1}{3}\alpha d\theta$$

. Application numérique : $d\theta = 10 \text{ K}$ (variation de T en °C ou en K)

$$\frac{d\nu}{\nu} = 3.10^{-5}$$

Cela paraît peu, mais c'est 10 fois supérieur à l'écart relatif de fréquence entre deux modes !

En conclusion : il peut y avoir à température donnée de nombreuses fréquences d'émission très proches par un laser (fonctionnement multimode). Même si on arrive à obtenir un fonctionnement monomode, la fréquence d'émission varie encore beaucoup par dilatation de la cavité. Il faut alors réaliser un asservissement de la longueur de la cavité si on veut conserver une fréquence d'émission rigoureusement constante pour une lumière émise monochromatique.

Pour la deuxième phase, on écrit le premier principe de la thermodynamique à pression constante au système point de soudure entre les instants t et $t+dt$: $dH = \delta Q_{reçue}$

Avec : $dH = m c_1 dT_1 = \frac{4}{3} \pi R_b^3 \rho_1 c_1 dT_1$ et

$$\delta Q_{reçue} = (-P_{th} - P'_{th}) dt = -h 4\pi R_b^2 (T_1 - T_{ext}) dt - \lambda_2 \frac{\pi d^2}{2} \frac{T_1 - T_{ext}}{b} dt = - \left(h 4\pi R_b^2 + \lambda_2 \frac{\pi d^2}{2b} \right) (T_1 - T_{ext}) dt$$

Rq : on fait ici l'hypothèse, comme le suggère le profil de température dans les conducteurs d'un régime quasi permanent de transfert thermique dans les conducteurs.

On obtient par le premier principe l'équation différentielle à intégrer sur la durée de la deuxième phase :

$$\frac{4}{3} \pi R_b^3 \rho_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + \left(h 4\pi R_b^2 + \lambda_2 \frac{\pi d^2}{2b} \right) (T_1 - T_{ext}) = 0$$

Rq : Δt_1 est calculé, et on peut donner un ordre de grandeur de Δt_2 sans résoudre l'équation différentielle en

$$\tau = \frac{4\pi R_b^3 \rho_1 c_1}{12h\pi R_b^2 + \lambda_2 \frac{3\pi d^2}{2b}}$$

prenant la constante de temps de cette équation qui vaut :