

6 класс, 2016 год

1. Коммерсант Вася занялся торговлей. Каждое утро он покупает товар на некоторую часть имеющихся у него денег (возможно, на все имеющиеся у него деньги). После обеда он продает купленный товар в 2 раза дороже, чем купил. Как нужно торговать Васе, чтобы через 5 дней у него было ровно 25 000 рублей, если сначала у него была 1 000 рублей?

2. Среднее арифметическое четырёх чисел равно 10. Если вычеркнуть одно из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся трёх увеличится на 1, если вместо этого вычеркнуть другое число, то среднее арифметическое оставшихся чисел увеличится на 2, а если вычеркнуть третье число, то среднее арифметическое оставшихся увеличится на 3. Как изменится среднее арифметическое трёх оставшихся чисел, если вычеркнуть четвертое число?

3. В тетради в клеточку нарисован квадрат 5×5 . Разрежьте этот квадрат по линиям клеток на семь прямоугольников, среди которых нет равных (прямоугольники называются равными, если они совпадают при наложении). Какие размеры у полученных прямоугольников?

4. На прямой отмечено несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками добавили по точке. Такую операцию повторили 3 раза (всего), и в результате на прямой оказалось 65 точек. Сколько точек было вначале?

5. Жители острова Невезения, как и мы с вами, делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. Но у них в сутках 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках на острове Невезения?

6. Число мальчиков, участвовавших в первом туре городской олимпиады по чистописанию, составило $\frac{3}{7}$ части от всех участников этого тура. Во втором туре олимпиады участвовали только те школьники, которые полностью выполнили все задания первого тура. Все девочки, участвовавшие в первом туре, полностью выполнили все задания, однако, к сожалению, не все мальчики справились с заданиями первого тура. Поэтому число мальчиков, принявших участие во втором туре олимпиады, составило $\frac{2}{7}$ части от всех участников второго тура. Определите, какая часть мальчиков, участвовавших в первом туре, не приняла участия во втором туре олимпиады.

Решения 6 класс, 2016 год

1. Решение. Один из вариантов следующий. Первые четыре дня Вася должен покупать товар на все имеющиеся у него деньги. Тогда через четыре дня у него будет 16 000 рублей. $(1\ 000 - 2\ 000 - 4\ 000 - 8\ 000 - 16\ 000)$. На пятый день он должен купить товар на 9000 рублей. У него останется 7 000 рублей. После обеда он продаст товар за 18 000 рублей, и у него станет ровно 25 000 рублей.

2. Решение. Из того, что среднее арифметическое четырёх чисел равно 10 следует, что сумма этих чисел равна 40. Аналогично, сумма трёх чисел без первого равна 33, сумма трёх чисел без второго равна 36, а сумма трёх чисел без третьего равна 39. Из этих условий получим: первое число равно 7, второе равно 4, третье равно 1. Таким образом, среднее арифметическое первых трёх чисел равно 4, а это на 6 меньше, чем 10. **Ответ:** Уменьшится на 6.

3. Решение.



Все прямоугольники не могут содержать разное количество клеток, потому что сумма $1+2+3+4+5+6+7=28 > 25$. Значит, будут прямоугольники, состоящие из одинакового количества клеток. Прямоугольников из 1, 2 и 3 клеток будет по одному. Прямоугольников из 4 клеток может быть 2 – 1×4 и 2×2 . Всего уже есть 5 прямоугольников и «занято» 14 клеток. Осталось еще 11 клеток – это прямоугольники из 5 и 6 клеток, причем прямоугольник из 6 клеток может быть только вида 2×3 . Пример на рисунке.

4. Решение. Пусть вначале было n точек. За одну операцию добавляется $n-1$ точка в $n-1$ промежутков между соседними числами. Таким образом, после первой операции становится $2n-1$ точек. Аналогично, после второй операции становится $(2n-1)+(2n-1)-1 = 4n-3$ точек, и после третьей – $(4n-3)+(4n-3)-1 = 8n-7$ точек. По условию $8n-7=65$, откуда $n=9$. **Ответ:** 9.

5. Решение. Если разделить 77 на количество минут в часе, получится количество часов в сутках. Если разделить 91 на количество минут в часе, получится количество секунд в минуте. Значит, на количество минут в часе и 77, и 91 делятся нацело. $\text{НОД}(77, 91) = 7$. Поскольку в часе более одной минуты, в нём должно быть 7 минут – ни на какое другое число, большее

единицы, 77 и 91 одновременно не делятся. Тогда в сутках $77:7 = 11$ часов и $11 \cdot 91 = 1001$ секунда. **Ответ:** 1001 секунда.

6.Решение. Пусть m и d - количество мальчиков и девочек соответственно, участвовавших в первом туре олимпиады. По условию $m = \frac{3}{7}(m + d)$. Если n мальчиков ($0 < n < m$) приняли участие во втором туре олимпиады, то $n = \frac{2}{7}(n + d)$. Таким образом, $7m = 3m + 3d$ и $7n = 2n + 2d$. Поэтому $4m = 3d$ и $5n = 2d$. Следовательно $d = \frac{4}{3}m$ и $n = \frac{2}{5}d = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}m = \frac{8}{15}m$. И тогда количество мальчиков, не прошедших во второй тур олимпиады, которое равно $m - n = \frac{7}{15}m$, составляет $\frac{7}{15}$ части от числа мальчиков, участвовавших во втором туре. **Ответ:** $\frac{7}{15}$

