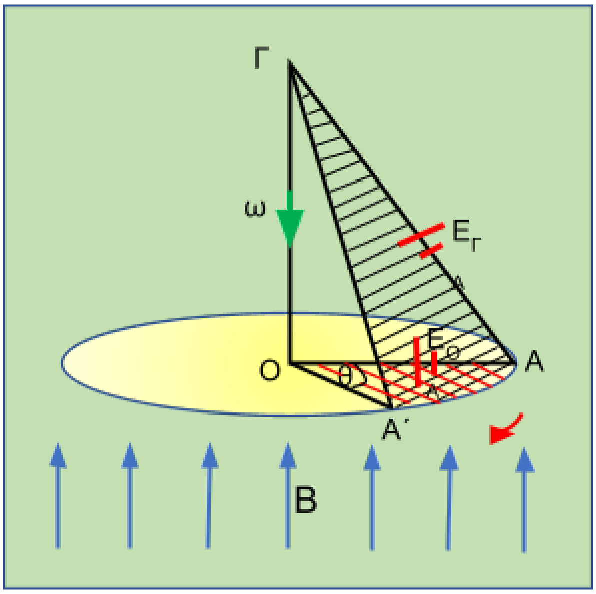
Επαγωγή στις γενέτειρες και όχι μόνο…

1) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΓ με ορθή την γωνία Ο και (ΟΑ)=6cm ,(ΟΓ)=8cm, περιστρέφεται με κατακόρυφο άξονα την πλευρά του ΟΓ ,σύμφωνα με τους δείκτες ρολογιού και γωνιακή ταχύτητα ω=10r/s ενώ στην περιοχή επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο με Β=2Τ ,στη διεύθυνση της μεγαλύτερης πλευράς με φορά . Η μικρή πλευρά και η υποτείνουσα είναι φτιαγμένες από αγώγιμο υλικό.

Α) Να υπολογιστεί η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στην υποτείνουσα καθώς και στην μικρή πλευρά ΟΑ.

Β) Αφού εξηγήσετε την πολικότητα των αναπτυσσομένων τάσεων να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των κορυφών Γ και Ο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Α)Το τρίγωνο στρέφεται και σε χρόνο Δt το επίπεδό του διαγράφει γωνία Δθ=ωt ενώ η υποτείνουσα ΑΓ έρχεται στη θέση Α′Γ σαρώνοντας ροή $\Delta\Phi_{ΓΑ}$ που περνά από την καμπύλη επιφάνεια ΑΑ΄Γ , η οποία είναι ίση με τη ροή $\Delta\Phi_{ΟΑ}$ που σαρώνει η πλευρά ΟΑ μέχρι τη θέση ΟΑ΄. Το εμβαδόν της επιφάνειας που σαρώνει η ΟΑ είναι : $\Delta S = \frac{1}{2}(OA)^2 \cdot \Delta\theta$ (*απόδειξη στο τέλος)

Έχουμε λοιπόν :

$$\Delta\Phi_{\Gamma A} = \Delta\Phi_{OA} = B\Delta S = B\frac{1}{2}(OA)^2 \cdot \Delta\theta$$

Τελικά :

$$E_{\Gamma A} = \frac{\Delta\Phi_{\Gamma A}}{\Delta t} = \frac{B\frac{1}{2}(OA)^2 \cdot \Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow E_{\Gamma A} = \frac{1}{2}B(OA)^2\omega \xrightarrow{(SI)} E_{\Gamma A} = \frac{1}{2}2 \cdot 0{,}06^2 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$E_{\Gamma A} = 36 \cdot 10^{-3} V$$

(* Σε γωνία 2π αντιστοιχεί επιφάνεια π(ΟΑ)^2

Σε γωνία Δθ αντιστοιχεί επιφάνεια $\Delta S = \frac{\pi(OA)^2\Delta\theta}{2\pi} = \frac{1}{2}(OA)^2\Delta\theta$

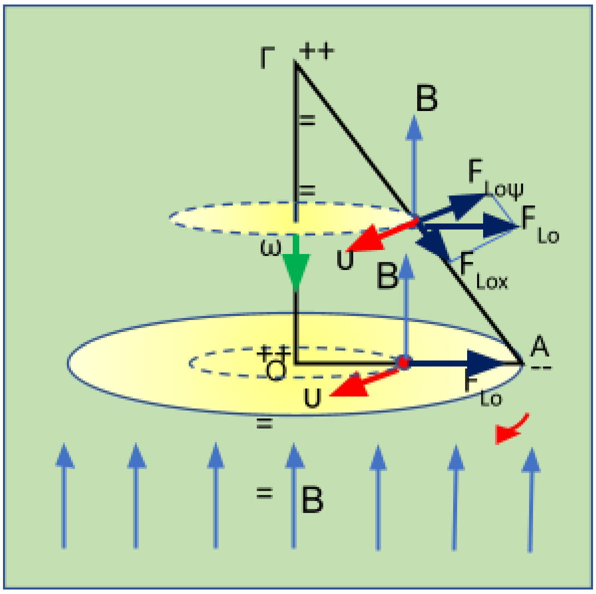
Για την E_{OA} προφανώς: $E_{OA} = \frac{1}{2}B(OA)^2\omega = 36 \cdot 10^{-3} V$

Σχόλιο

Εφόσον το τρίγωνο στρέφεται με σταθερή ω θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε μια πλήρη περιστροφή του τριγώνου όπου η υποτείνουσα σαρώνει την κυρτή επιφάνεια του κώνου (ΟΓ,ΟΑ) σαν γενέτειρά του και η οποία δέχεται ροή ίση με την ροή που δέχεται η κυκλική επιφάνεια που σαρώνει η ΟΑ (βάση του κώνου),δηλαδή $\Delta\Phi = B\pi(OA)^2$

$$E_{\Gamma A} = \frac{\Delta\Phi_{\Gamma A}}{\Delta t} = \frac{B\pi(OA)^2}{T} = \frac{B\pi(OA)^2}{2\pi/\omega} \Rightarrow E_{\Gamma A} = \frac{1}{2}B(OA)^2\omega = E_{OA}$$

Β)



Σχεδιάζουμε για ένα e στις αγώγιμες πλευρές την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και την $\vec{B}$ οπότε με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε την $F_{Lorentz}$ που δέχονται τα e.

Παρατηρούμε ότι για την πλευρά ΓΑ η συνιστώσα F_{Lox} της F_{Lo} ωθεί τα e προς το άκρο Α και για την πλευρά ΟΑ η F_{Lo} ωθεί τα e πάλι προς το Α.

Έτσι: $V_\Gamma - V_A = \frac{1}{2}B(OA)^2\omega$ και

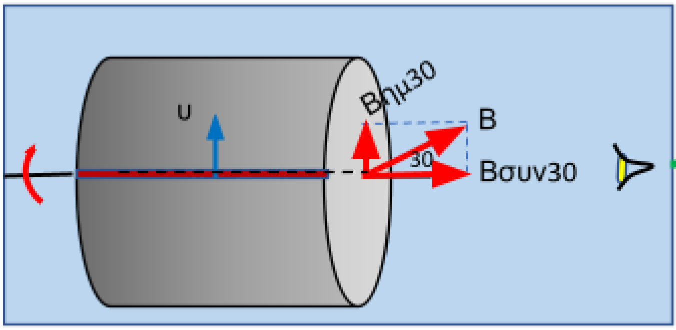
$$V_O - V_A = \frac{1}{2}B(OA)^2\omega$$

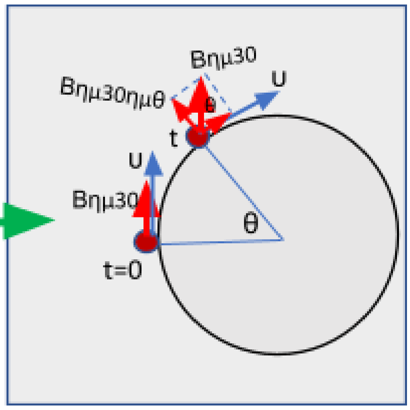
Άρα $V_\Gamma - V_A = V_O - V_A \Rightarrow V_\Gamma - V_O = 0$

2) Στην κυλινδρική επιφάνεια ενός μονωτικού κυλίνδρου ακτίνας r=10cm και κατά μήκος μιας γενέτειράς του τοποθετούμε αγώγιμο σύρμα με μήκος d=20cm. Ο κύλινδρος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με τον άξονα οριζόντιο και την ένταση του ΜΠ με μέτρο Β =5Τ να σχηματίζει γωνία 30^0 με τον άξονα. Ο κύλινδρος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω=10r/s και την t=0 το αγώγιμο σύρμα βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο ενώ η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή είναι ομόρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της $\vec{B}$.

Να γίνει η γραφική παράσταση της αναπτυσσόμενης ΗΕΔ επαγωγής σε σχέση με το χρόνο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ





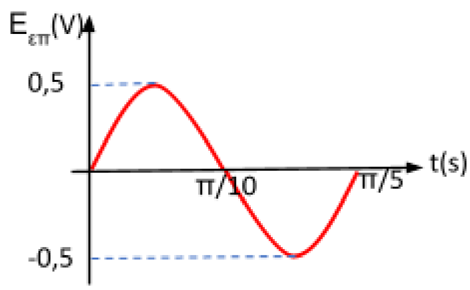
Για διευκόλυνση στην κατανόηση του συστήματος στο χώρο, σχεδιάσαμε σαν προβολικό σχήμα (δεξιά) αυτό που βλέπει το μάτι μας κοιτάζοντας κατά μήκος του άξονα.

Η $\vec{B}$ αναλύθηκε σε δυο συνιστώσες εκ των οποίων η Bσυν30 δεν θα παίξει ρόλο για την ανάπτυξη της επαγωγικής ΗΕΔ αφού είναι συνεχώς παράλληλη με τον αγωγό.
Μια τυχαία χρονική στιγμή t η ακτίνα που παρακολουθεί τον αγωγό διαγράφει γωνία θ=ωt. Την t αναλύσαμε την Bημ30 σε δυο συνιστώσες παράλληλα και κάθετα στην στιγμιαία ταχύτητα εκ των οποίων ρόλο θα παίξει η Bημ30 ημθ.
Έτσι λοιπόν την t θα έχομε:

$$E_{\varepsilon\pi} = B\eta\mu 30\ \eta\mu\theta\ \upsilon d \xrightarrow[\upsilon=\omega r]{\theta=\omega t} E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}B\omega r d\eta\mu\omega t \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}5\cdot 10\cdot 0{,}1\cdot 0{,}2\eta\mu 10t \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi} = 0{,}5\eta\mu 10t\ (SI)$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης θα αποδώσει μια αρμονικά εναλλασσόμενη τάση.



Παντελεήμων Παπαδάκης
02/3/2023