SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HUẾ

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2026-2027
Môn thi chuyên: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right)$ với $x > 0, x\neq 4$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + \sqrt{abc} = 4$. Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \sqrt{a(4-b)(4-c)} + \sqrt{b(4-c)(4-a)} + \sqrt{c(4-a)(4-b)} - \sqrt{abc}$$

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Biết phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ $(b\neq -1)$ có hai nghiệm nguyên phân biệt. Chứng minh $a^2 + b^2$ là hợp số.

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a > b > c > 0$ và $\overline{abc} - \overline{cba}$ chia hết cho 21.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số tự nhiên x, y thỏa mãn:

$$\frac{2^{p-2}}{p} = \frac{x^2+3}{2y^2+3x+5}$$

b) Cho a và b là các số nguyên sao cho $a > b > 0$ và $ab(a+b)$ chia hết cho $a^2 + ab + b^2$. Chứng minh rằng $(a-b)^3 > 3ab$.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 5$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 6$.

a) Chứng minh $ab = c^2 - 4c + 5$ và $c\leq 2$.

b) Chứng minh $\frac{6}{abc} + \frac{(a-2)^2}{b} + \frac{(b-2)^2}{c} + \frac{(c-2)^2}{a} \geq \frac{9}{2}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trên bàn có $2n$ chồng vở, mỗi chồng vở có ít nhất một quyển vở. Hai bạn An và Bình cùng chơi một trò chơi, An là người chơi trước, tiếp theo là Bình và cứ luân phiên thay phiên nhau. Ở lượt chơi của mình, người chơi chọn một số nguyên k bất kì thỏa mãn $1 \leq k \leq n$ và thực hiện 2 bước liên tiếp sau:

- **Bước 1:** Lấy khỏi bàn k chồng vở và loại bỏ khỏi trò chơi.
- **Bước 2:** Chọn k chồng vở trong các chồng vở còn lại trên bàn và phân mỗi chồng vở đó thành hai chồng vở mới sao cho mỗi chồng vở mới đều phải có ít nhất một quyển vở.

Người thua là người đầu tiên mà khi đến lượt chơi của mình thì không thể thực hiện được cả hai bước trên và người còn lại sẽ thắng.
a) Trường hợp $n = 1$ và mỗi chồng vở đều có 5 quyển. Chứng tỏ rằng với mọi cách đi của An thì Bình luôn có cách đi để thắng.
b) Chứng minh rằng nếu lúc đầu có ít nhất một chồng vở có số vở là số chẵn thì An luôn có cách đi để thắng.

Câu 6 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O) và I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác. Đường thẳng qua I và vuông góc với AI cắt BC tại Q. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại P $(P \neq A)$, QP cắt (O) tại H $(H \neq P)$. Gọi M là trung điểm BC, D là hình chiếu vuông góc của I lên BC, E là điểm đối xứng của D qua M và K là điểm đối xứng I qua O.

a) Chứng minh $QI^2 = QB \cdot QC$.
b) Chứng minh $IH \perp PQ$ và $KE \perp BC$.
c) Chứng minh $AQPE$ là tứ giác nội tiếp và IM song song với AE.

------------ HẾT ------------
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Chữ ký của Giám thị 1: .... Chữ ký của Giám thị 2: ....