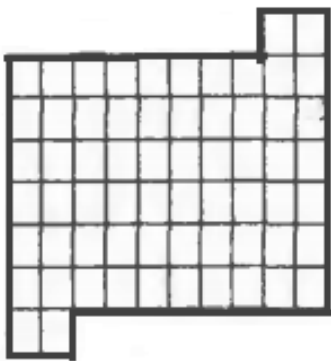
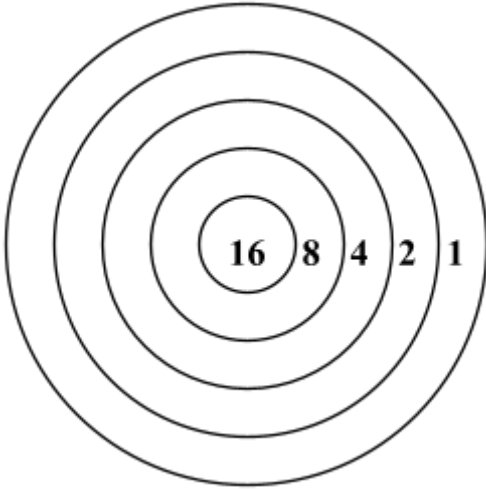


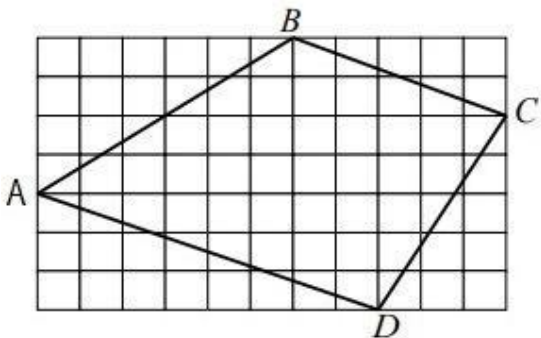
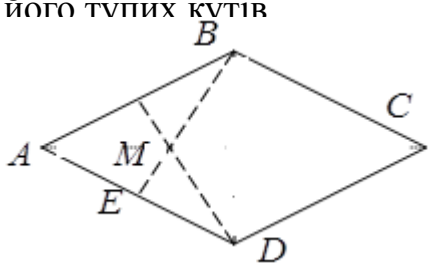
2023 н.р.
Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 6 класу

1.	Розставте між числами довільні арифметичні дії (без повторень знаків дій) так, щоб виконувалась рівність: $6 \ 3 \ 3 = 6 \ 3 \ 3$	7б
2.	Дано числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Розташуйте їх по чотири на кожній стороні трикутника так, щоб суми на кожній стороні трикутника були рівними одному і тому ж непарному числу.	7б
3.	Є круглий торт. На цьому торті зробили по колу шість крапок з крему на однаковій відстані по краях. Через ці крапки провели усі можливі прямі лінії. На скільки шматочків розділилася поверхня торта?	7б
4.	15 кульок можна скласти у вигляді трикутника, але не можна у вигляді квадрата - однієї кулі не вистачає. З якої кількості кульок, меншої від 50, можна скласти як трикутник, так і квадрат?	7б
5.	У коморі я знайшов шматок фанери прямокутної форми, розкресленої на 64 клітинки. “Добре було б із неї зробити шахову дошку”, – подумав я, але як? Допоможіть мені розрізати цей кусок фанери на 2 частини так, щоб з них можна було склеїти шахову дошку. 	7б

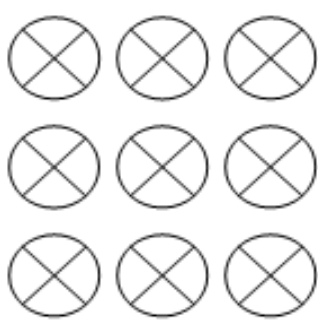
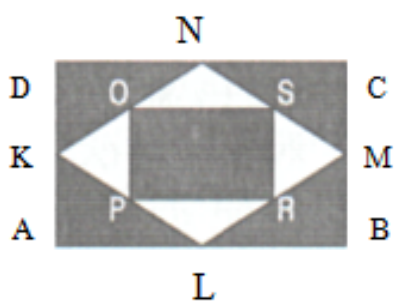
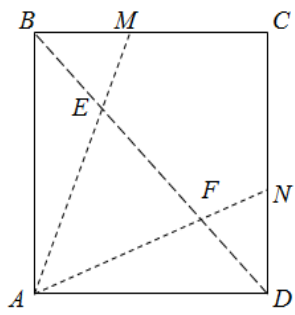
**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 7 класу**

1.	Дід сам випиває діжечку квасу за 14 днів, а разом з бабою випиває таку ж діжечку квасу за 10 днів. За скільки днів одна баба вип'є таку ж діжечку квасу?	76
2.	Звичайна шашка знаходиться в крайньому нижньому лівому полі шахової дошки. Скількома різними способами вона може пройти в дамки? Способи вважаються різними, якщо вони відрізняються один від одного хоча б одним ходом.	76
3.	На шкільній олімпіаді з математики було запропоновано для розв'язування 7 задач. За кожную задачу, розв'язану правильно, нараховували 5 балів, а за кожную задачу, розв'язану неправильно, знімали 3 бали. Скільки задач правильно розв'язав Сашко, якщо він отримав на олімпіаді з математики 19 балів?	76
4.	Мішень для стрільби з лука має зображений на рисунку вигляд. Яку найменшу кількість пострілів повинен зробити спортсмен, щоб вибити рівно 55 очок? Відповідь обґрунтуйте. 	76
5.	У квадраті 3x3 клітинки верхня ліва вершина позначена літерою А. Скільки можна побудувати трикутників, однією з вершин яких є точка А, а дві інші вершини – будь-які вершини квадратиків 1x1 даного квадрата?	76

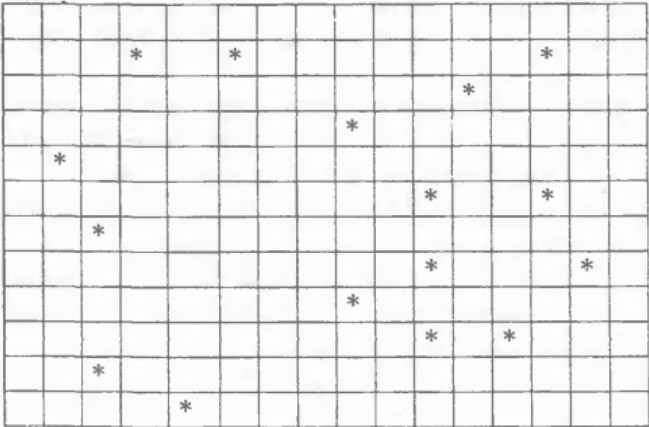
**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 8 класу**

1.	Є двоє пісочних годинників: на 7 хвилин і на 11 хвилин. Куряче яйце вариться 15 хвилин. Як відміряти цей час за допомогою наявних годинників?	76
2.	Порівняй значення виразів 9999^{10} і 99^{20}	76
3.	Чому дорівнює площа чотирикутника ABCD, що зображений на рисунку, якщо сторона малого квадрата (1 клітинки) дорівнює 1 см? 	76
4.	Майстер проводив сеанс одночасної гри в шахи. За перші дві години він виграв 10% партій, а 8 партій програв. До закінчення сеансу він виграв у 10% суперників, що залишилися, одну партію програв, а останні 8 партій звів у нічию. На скількох дошках проводилась гра?	76
5.	Дві висоти ромба, проведені з вершин його тупих кутів перетинаються та діляться у відношенні кути ромба. 	76

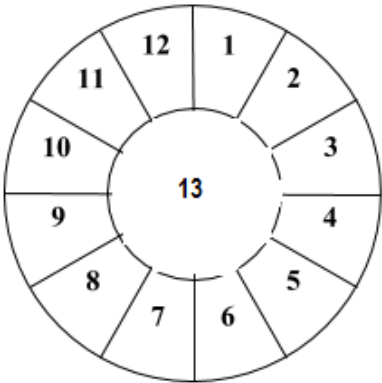
**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 9 класу**

1.	Скільки існує трицифрових чисел з ненульовими цифрами, які мають таку властивість: при будь-якій перестановці цифр отримаємо трицифрове число, що ділиться націло на 4 ?	76
2.	Лампи розташовані у вигляді квадрата 3×3, як це показано на рисунку. Лампи можуть бути у стані «горить» чи «не горить». На кожній лампі є перемикач. При натисканні перемикача на будь-якій лампі змінюють свій стан на протилежний («горить» на «не горить» та навпаки) усі лампи, що розташовані в одному рядку та одному стовпчику з цією лампою. На початку усі лампи «не горять». Яку найменшу кількість натискань перемикачів треба зробити, щоб усі лампи стали у стані «горить»? 	76
3.	На малюнку точки K, L, M, N є серединами сторін прямокутника ABCD. Аналогічно, точки O, P, R, S є серединами сторін ромба KLMN. Яка частина площі прямокутника ABCD зафарбована? 	76
4.	Четверо хлопців помітили, що якщо троє з чотирьох складуть свої гроші до купи, то без першого у них буде 90 грн, без другого – 85, без третього – 80, без четвертого – 75 грн. Скільки грошей у кожного з хлопців?	76
5.	На діагоналі BD квадрата $ABCD$ вибрані точки E та F таким чином, що пряма AE перетинає сторону BC у точці M, а пряма AF перетинає сторону CD у точці N. Відомо, що $CM = CN$, $BE = 3$ см та $EF = 4$ см. Знайдіть довжину діагоналі BD. 	76

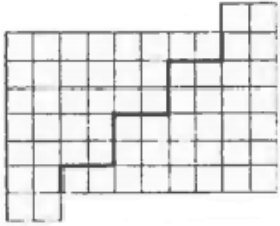
**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 10 класу**

1.	Близнюки Петро та Остап посварилися і стали ходити з дому до школи різними шляхами. Петро спочатку йде 210 метрів на південь, а далі 70 метрів на схід і потрапляє до школи. Остап спочатку йде певний час на північ, а далі по прямій до школи. Скільки саме метрів Остап йде на північ, якщо близнюки ходять з однаковою швидкістю і приходять до школи одночасно?	76
2.	Розкладіть многочлен $x^5 + x + 1$ на множники на множині дійсних чисел.	76
3.	Уявіть собі, що ви садівник і вам виділено прямокутну ділянку саду, на якій росте 16 однакових плодових дерев. Ділянку треба поділити на 8 однакових частин так, щоб у кожній росло по двоє дерев. Як ви це зробите? 	76
4.	Побудуйте графік рівняння та знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$; $y = 1$; $x = 0$	76
5.	Точки А, В, С, D — сусідні вершини правильного многокутника (саме у такій послідовності). Відомо, що $\angle ACD = 120^\circ$. Скільки сторін у цього многокутника?	76

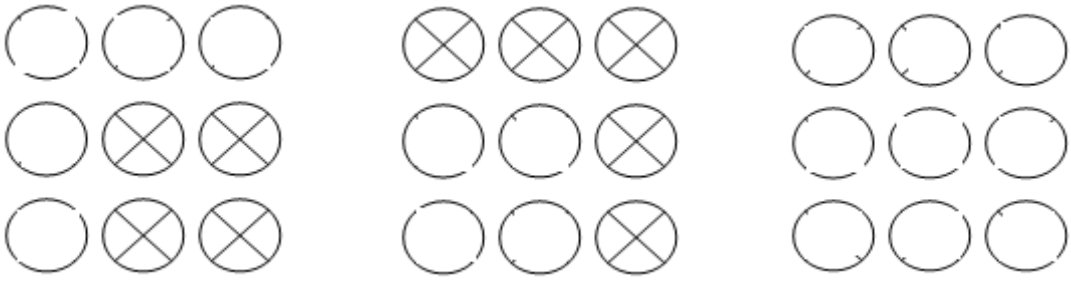
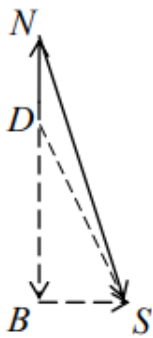
**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з
математики
для учнів 11 класу**

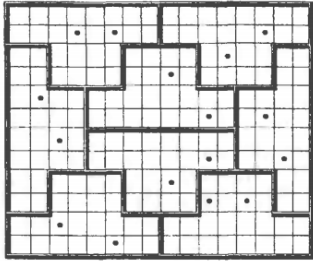
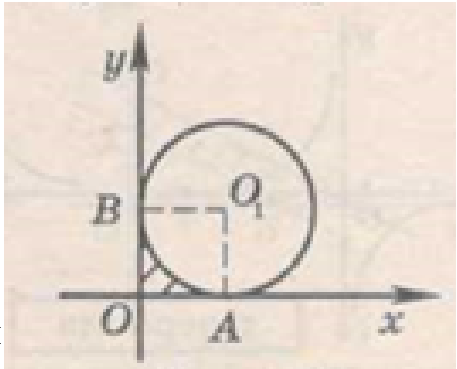
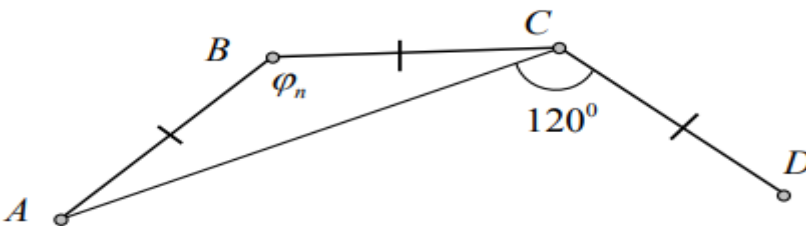
1.	Скількома способами можна розфарбувати всі 13 частин у три кольори так, щоб жодні дві частини, пофарбовані однаково, не мали спільної межі? Два розфарбування вважаються різними, якщо хоча б одна з 13 частин пофарбована по-різному. 	76
2.	На нараду в міністерство для обговорення питань олімпіад запросили 30 Заслужених вчителів України з математики, фізики, хімії та біології. Серед запрошених фізиків та біологів разом виявилось удвічі менше ніж математиків, а фізиків та хіміків разом удвічі більше ніж біологів. Скільки на зустріч запросили математиків, якщо вчителів з кожного предмету була різна кількість?	76
3.	Деякі числа a і b ($a \neq 0$; $b \neq 0$) задовольняють умови: $6a + 6b = \frac{25}{a} + \frac{25}{b} = 25$ Знайдіть значення виразу $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$?	76
4.	Розв'яжіть рівняння: $x^4 + 10x^3 - 125x - 54 = 0$	76
5.	Від даного трикутника трьома прямими, паралельними сторонам трикутника, відрізаються три трикутники так, що утворюється рівносторонній шестикутник. Знайдіть довжину сторони шестикутника, якщо довжини сторін трикутника рівні a, b та c.	76

ВІДПОВІДІ:

клас	№ завдання	Відповідь
6	1.	$63:3 = 6 \cdot 3 + 3$; $63 = 6 \cdot 3:3$; $6 \cdot 3:3 = 6 - 3 + 3$; $6:3 \cdot 3 = 63$; $6 - 3 + 3 = 6 \cdot 3:3$; $6 \cdot 3 + 3 = 63:3$.
	2.	8; 5; 3; 7; 6; 1; 9; 4; 2; (на кожній стороні по 23)
	3.	30 шматків.
	4.	з 36 кульок: трикутник зі стороною 8 кульок і квадрат зі стороною 6 кульок
	5.	
7	1.	НСК $(14; 10) = 70$. Отже, за 70 днів один дід вип'є $70:14=5$ діжечок квасу, а дід і баба разом вип'ють $70:10=7$ діжечок квасу. Отже, одна баба за 70 днів вип'є $7 - 5 = 2$ діжечки квасу. А одну діжечку квасу баба вип'є за $70 : 2 = \mathbf{35 \text{ днів}}$.
	2.	На другу горизонталь шашка може перейти одним способом, на третю – двома, на четверту – трьома, на п'яту – шістьма, на шосту – дев'ятьма, на сьому горизонталь – двадцятьма способами, а пройти в дамки шашка може 35 способами .
	3.	Нехай Сашко розв'язав правильно x задач, тоді неправильно він розв'язав $(7 - x)$ задач. За правильно розв'язані задачі Сашко отримав $5x$ балів, а за неправильно розв'язані з нього зняли $3(7 - x)$ балів. Складемо рівняння $5x - 3(7 - x) = 19$; $x = 5$ Отже, Сашко правильно розв'язав 5 задач .
	4.	6 пострілів. Розв'язання. Зрозуміло, що для мінімального кількості пострілів треба, щоб усі влучання окрім 16 були не більше одного разу. Бо інакше, замість таких двох влучань, наприклад, у 4, достатньо одного влучання в 8. Таким чином вибираємо максимально можливу кількість влучань у 16, а далі у кожен меншу не більше одного влучання, таким чином усього найменше 6 пострілів .
	5.	25 трикутників.
8	1.	Поставити два годинники одночасно. Через 7 хвилин починати варити яйце. У другому годиннику пісок ще буде сипатись 4 хвилини. Після цього перевернути другий годинник і виміряти ще 11 хвилин.

2.	$9999^{10} = [99(100+1)]^{10} = 99^{10} \cdot 101^{10}$; $99^{20} = 99^{10} \cdot 99^{10}$, очевидно, що $99^{10} \cdot 101^{10} > 99^{10} \cdot 99^{10}$, отже $9999^{10} > 99^{20}$
3.	Розв'язання. В основі міркувань – діагональ прямокутника розбиває його на два трикутники однакової площі. Проведемо відрізки PC, BS, AR та DQ. Тоді з наведених міркувань: $S_{PBC} = \frac{1}{2} S_{PBCK} = 5, S_{BSA} = \frac{1}{2} S_{BSAL} = 12,$ $S_{ARD} = \frac{1}{2} S_{ARDM} = 16, S_{CQD} = \frac{1}{2} S_{CQDN} = 9.$ Звідси, площа чотирикутника дорівнює площі цих чотирьох трикутників та площі квадрату $PQRS$. $S_{ABCD} = 5 + 12 + 16 + 9 + 4 = 46.$ II спосіб: $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot DR \cdot AR = 16$; $S_{\triangle ASB} = \frac{1}{2} \cdot AS \cdot DS = 12$; $S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2} \cdot BP \cdot PC = 5$; $S_{\triangle CQD} = \frac{1}{2} \cdot CQ \cdot QD = 9$; $S_{SPQR} = 4$. Отже $S_{ABCD} = 46$ III спосіб: Від площі прямокутника $MLKN$ відняти суму площ прямокутних трикутників, які відтинає даний чотирикутник від цього прямокутника
4.	Якщо n – кількість зіграних партій, то задача зводиться до розв'язування рівняння $(0,1n+8)+(0,1(n-(0,1n+8))+1+8)=n$. Звідси $n=20$.
5.	Розглянемо $\triangle MED$. В нього катет EM вдвічі менше за гіпотенузу MD, тому $\angle EDM = 30^\circ \Rightarrow \angle DAB = 60^\circ$. Тому друга пара кутів ромба складає 120°. Відповідь: $60^\circ, 120^\circ$.
9	1. Відповідь: 8 чисел. Очевидно, що усі цифри числа – парні, бо на останній позиції може стояти лише парна цифра. Якщо серед чисел є одна із цифр 2 або 6, то таке число умову не задовольняє, бо на 4 діляться лише числа із закінченням 12, 32, ..., 92 та 16, 36, ..., 96. Тому число має складатися лише з цифр 4 або 8. Порахуємо їх кількість: 3 трьох цифр 4 (або 8) -- таке число єдине. З двох цифр 4 та однієї 8 (або навпаки) -- таких чисел три. Разом – 8 чисел. 2. Відповідь: 3. Якщо натиснути у будь-якому порядку усі перемикачі ламп одного рядка чи стовпчика, то умову буде виконано. Дійсно, наприклад, ми натиснули по черзі перемикачі для ламп верхнього ряду. Тоді маємо:  а)  б) в) 

		 Покажемо, що меншою кількістю обійтися не можна. Дійсно, наприклад, натиснули рівно 2 перемикачі. Тоді принаймні в одному рядку не змінила свого стану 1 лампа, так само існує стовпчик, в якому також не була натиснута лампа. На перетині цього рядка та стовпчика лампа – не змінює свій стан.
	3.	Скористаємося формулами для обчислення площ прямокутників та ромба. Нехай сторони прямокутника $ABCD$ рівні a і b, тоді $S_{ABCD} = a \cdot b$, діагоналі ромба рівні сторонам прямокутника, отже $S_{KLMN} = 1/2 d_1 d_2 = 1/2 a \cdot b$. Сторони внутрішнього прямокутника дорівнюють половинам діагоналей ромба за властивістю середньої лінії трикутника, отже $S_{OPRS} = 1/4 a \cdot b$. Зафарбована частина становить $ab - 1/2 ab + 1/4 ab = 3/4 ab$
	4.	Відповідь: 20, 25, 30, 35 грн. Нехай у першого було x грн., у другого – y, у третього – z, у четвертого – t грн. За умовою складаємо систему рівнянь: $\begin{cases} y + z + t = 90 \\ x + z + t = 80 \\ x + y + t = 85 \\ x + y + z = 75 \end{cases}$ Склавши всі рівняння, отримуємо, що $3(x + y + z + t) = 330$, отже $x + y + z + t = 110$. Віднімаємо від 110 послідовно 90, 85, 80, 75 знаходимо x, y, z, t.
	5.	За двома сторонами та прямим кутом між ними маємо, що $\triangle ABM = \triangle AND$. Тоді $\angle FND = \angle EMB$. Оскільки $\angle FDN = \angle EBM$ та $BM = ND$, то $\triangle FND = \triangle EMB$. Тому $FD = BE = 3$ і $BD = 10$. Відповідь: 10 см
10	1.	Відповідь: 30. Розв'язання. Позначимо точки таким чином: домівка – D, місце школи – S, точка де Петро повертає на схід – B, точка, де повертає Остап – N. Тоді за умовою $DB = 210$, $BS = 70$, $DN = x$, $NS = y$. Крім того, з умов задачі випливає, що $x + y = 280$. Запишемо теорему Піфагора: $BN^2 + BS^2 = NS^2$ або $(210 + x)^2 + 70^2 = y^2 \Rightarrow (210 + x)^2 + 70^2 = (280 - x)^2$; $44100 + 420x + x^2 + 4900 = 78400 - 560x + x^2$, звідки $x = 30$ 
	2.	$x^5 + x + 1 = (x^5 - x^2) + (x^2 + x + 1) = x^2(x^3 - 1) + (x^2 + x + 1) = x^2(x - 1) \times$

		$\times(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$
	3.	
	4.	$S = S_{\text{АОВОІ}} - \frac{1}{4} \pi R^2 = 1 - \frac{1}{4} \pi$  Орієнтовні критерії оціню
5.7	6	 ому не
	5	милок, або авильним
	4	після невеликих виправлень або доповнень
	3	Нехай ϕ_n — градусна міра внутрішнього кута правильного n-кутника. Тоді, як відомо, має місце рівність $\phi_n = (n-2) \cdot 180^\circ / n$. Розглянемо трикутник ABC. В ньому: $\angle ABC = \phi_n$, $AB = BC$ (як довжини сторін правильного n-кутника). Звідки $\triangle ABC$ є рівнобедреним. І тому розв'язування завдання з подальшим невірним розв'язком
	2	Розв'язуване завдання виконано з грубими помилками, які призвели до неправильного результату або присутня лише ідея
	1	Розв'язуване завдання виконано з грубими помилками, які призвели до неправильного результату або присутня лише ідея
	0	Розв'язуване завдання виконано з грубими помилками, які призвели до неправильного результату або присутня лише ідея
		Отже, правильний многокутник, який задовольняє умову задачі, є 9 - кутником (має 9 сторін). ІІ спосіб — «за допомогою вписаних кутів описаного кола
11	1.	Відповідь: 6. Центральну частину можна пофарбувати в один із трьох кольорів. Тоді всі 12 секторів доведеться фарбувати в інші два кольори, адже кожен із секторів має спільну межу із центральною частиною. Сектор 1 можна пофарбувати у довільний із двох кольорів, а кольори решти секторів встановлюються після цього автоматично: сектор 2 має бути пофарбовано в колір, відмінний від кольору центральної частини і сектора 1; сектор 3 повинен бути