Números Irracionales

Los números irracionales aparecen en la historia de las matemáticas vinculados con la geometría. Estos números te serán útiles para determinar la relación entre la diagonal y el lado de un cuadrado o un pentágono regular, calcular la longitud de una circunferencia o el área de un círculo, etc.

Conjunto de los números irracionales

Un número irracional es aquel que tiene infinitas cifras decimales no periódicas. Además, no se puede expresar como fracción.

Los números irracionales pueden ser:

♥ **Números irracionales algebraicos.** Son aquellos números que corresponde a soluciones inexactas de ecuaciones algebraicas. Así, la ecuación $x^2 = 3$, tiene dos soluciones irracionales algebraicas: $x_1 = \sqrt{3}$ y $x_2 = -\sqrt{3}$.

♥ **Números irracionales trascendentes.** Son aquellos números que no corresponden a soluciones de ecuaciones algebraicas. Por ejemplo: $\pi = 3{,}14159\ldots.$

Existen números irracionales cuya escritura decimal presenta cierta regla de formación, pero no periódico. Por ejemplo: 0,101100111000 ….; 0,2468101214…

Representación en la recta numérica

Todo número irracional se puede representar de manera exacta o de manera aproximada en la recta numérica. Aquellos números irracionales que se expresan mediante un radical de índice 2 se puede representar en la recta numérica de manera exacta utilizando la medida de la hipotenusa de triángulos rectángulos.

¿Cómo hacerlo?

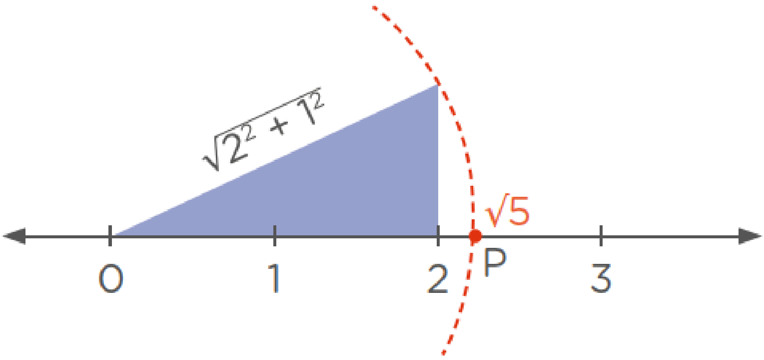
Representamos $\sqrt{5}$ en la recta real, de manera exacta y aproximada.

♥ De manera exacta:

Construimos sobre la recta numérica un triángulo rectángulo de catetos 2 cm y 1 cm, ya que la hipotenusa es $\sqrt{(2^2 + 1^2)} = \sqrt{5}$

Con centro en 0 y radio igual a la hipotenusa $\sqrt{5}$, trazamos un arco que corta a la recta en P.

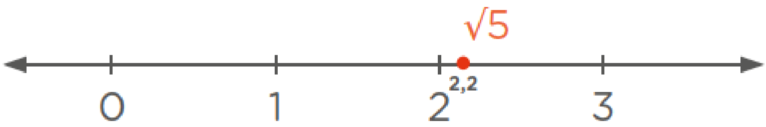
El punto P representa $\sqrt{5}$.



♥ **De manera aproximada**:

Con la calculadora hallamos √5

Aproximamos: √5 = 2,23606… ≈ 2,2



Aproximación de números irracionales

Entre los principales casos de aproximación, tenemos:

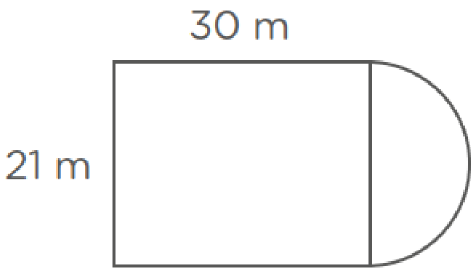
♥ **Aproximación por defecto o truncamiento**. Consiste en eliminar las cifras a partir del orden considerado.

♥ **Aproximación por exceso**. Se eliminan las cifras a partir del orden considerad, pero se aumenta en una unidad la última cifra que se deja.

♥ **Redondeo**. Se observa la unidad decimal posterior a la que se quiere aproximar. Si es mayor o igual que 5, aumentamos en 1 a la unidad decimal del orden a aproximar; en caso contrario se deja igual.

¿Cómo hacerlo?

La figura (limitada por un rectángulo y una semicircunferencia) representa la superficie del jardín de Julia. ¿Cuál es el perímetro de dicha superficie? (Aproxima por defecto al milésimo)



♥ Hallamos la longitud de la semicircunferencia y truncamos al milésimo:

$$L = \frac{\pi \times d}{2} = \frac{21\pi}{2} = 32{,}9867118... \approx 32{,}986$$

♥ Calculamos el perímetro del jardín:

30 + 21 + 30 + 32,986 = 113,986

El perímetro del jardín de julia mide 113, 986 metros.

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las operaciones con números racionales usando redondeos o aproximaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre relaciones numéricas que descubrimos.

Situación significativa A

El reloj que se muestra está programado para dar la temperatura ambiental cada dos horas. Luis ha estado anotando las temperaturas desde la madrugada, registrándolas en la siguiente tabla:

Hora	4 a. m.	6 a. m.	8 a. m.	10 a. m.
Temperatura (°C)	15,4	18,5	26,6	32

a. ¿Cuál es el promedio de la temperatura entre las 8 y las 10 a. m.?

b. ¿Entre qué horas se produjo el mayor aumento de temperatura?

c. Se sabe que al mediodía la temperatura es el doble de la que se registra a las 6 a. m. ¿Cuál es la temperatura al mediodía?

Resolución

a. Como disponemos solo de dos datos en ese intervalo, entonces el promedio de estas temperaturas es:

(26,6 + 32)/2 = 29,3 °C

b. Elaboramos una tabla para apreciar los aumentos de temperatura:

Hora	4 a. m.	6 a. m.	8 a. m.	10 a. m.
Temperatura (°C)	15,4	18,5	26,6	32
Incremento	…	3,1	8,1	5,4

Y ahora, por simple inspección, observamos que el mayor aumento se produjo entre las 6 y 8 a. m.

c. Calculamos la temperatura al mediodía; sería: $2 \times 18,5 = 37$ °C

Responde:

1. ¿Habrá otros valores de temperatura entre las 8 y 10 a. m.? ¿Qué pasaría con el promedio? Propón dos medidas más en el intervalo y observa qué pasa con el promedio.

____

2. Por lo general, ¿qué esperamos que ocurra con la temperatura entre las 6 a. m. y el mediodía? Para esta situación significativa, propón algunas temperaturas poco probables en el intervalo de 6 a 10 a. m.

____

Actividad: Elaboramos afirmaciones cuantitativas para promover una buena convivencia en nuestras comunidades rurales

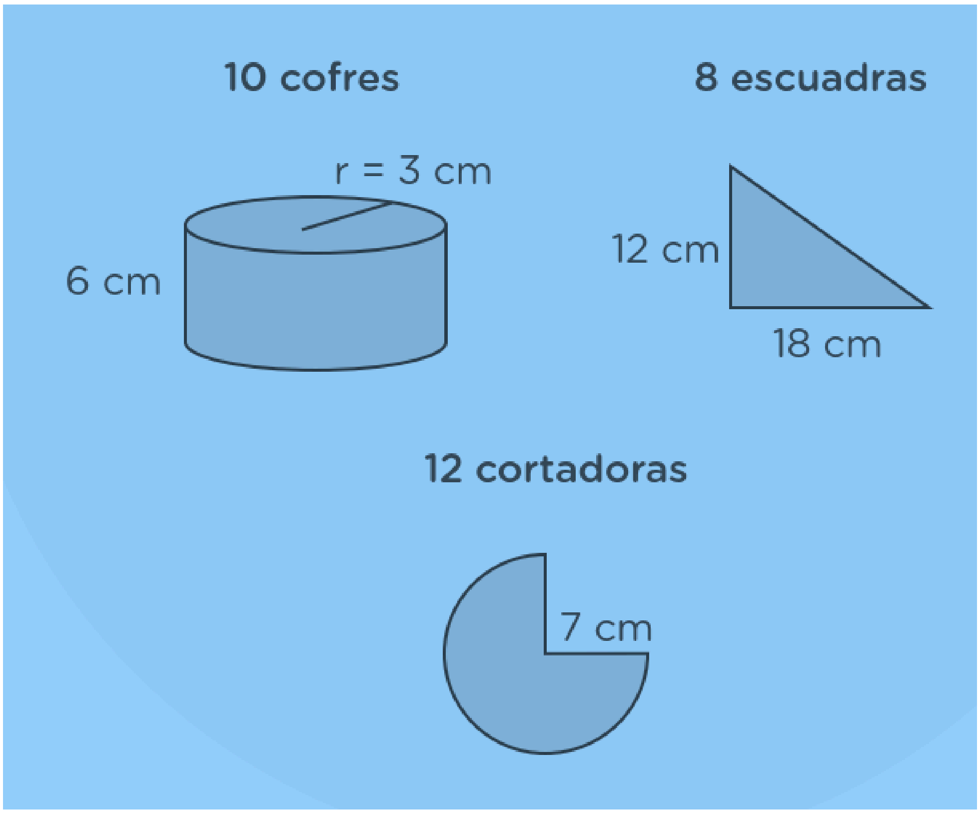
Analiza la situación:

Lee y analiza la siguiente situación problemática.

Por la emergencia sanitaria muchas familias retornaron a la comunidad de San Juan, en nuestra Amazonía peruana. Las nuevas costumbres y estilos de vida se observaron en la institución educativa de la comunidad, debido a que algunos estudiantes que llegaron trasladados de la ciudad cuestionaban las formas de convivir de sus compañeros de aula. Esto generó múltiples conflictos que afectaron la convivencia, tanto entre estudiantes como en los padres de familia.

El profesor de Matemática, preocupado por esta situación, ha conformado equipos integrados por estudiantes de la ciudad y de la comunidad. Cada grupo deberá decorar con semillas de colores el borde de los regalos que se muestra en las imágenes. Estos regalos son para reconocer a aquellos estudiantes que cumplen con los acuerdos y normas elaboradas en la actividad anterior. Se sabe que cada semilla mide 0,5 cm de largo.

¿Cuántas semillas se necesitarán para decorar el borde de todos los objetos?



Comprendemos la situación problemática

Para comprender el problema de convivencia en la comunidad de San Juan, responde las siguientes preguntas con nuestras propias palabras:

♥ ¿De qué manera favorece contar con normas y acuerdos para una convivencia saludable en nuestra comunidad?

♥ ¿Qué tipo de cantidades se presentan en las dimensiones de los regalos?

♥ ¿Con qué recursos contamos para resolver esta situación?

♥ ¿Qué nos pide calcular el problema? ¿Cómo podemos hacerlo?

Desarrolla la situación problemática

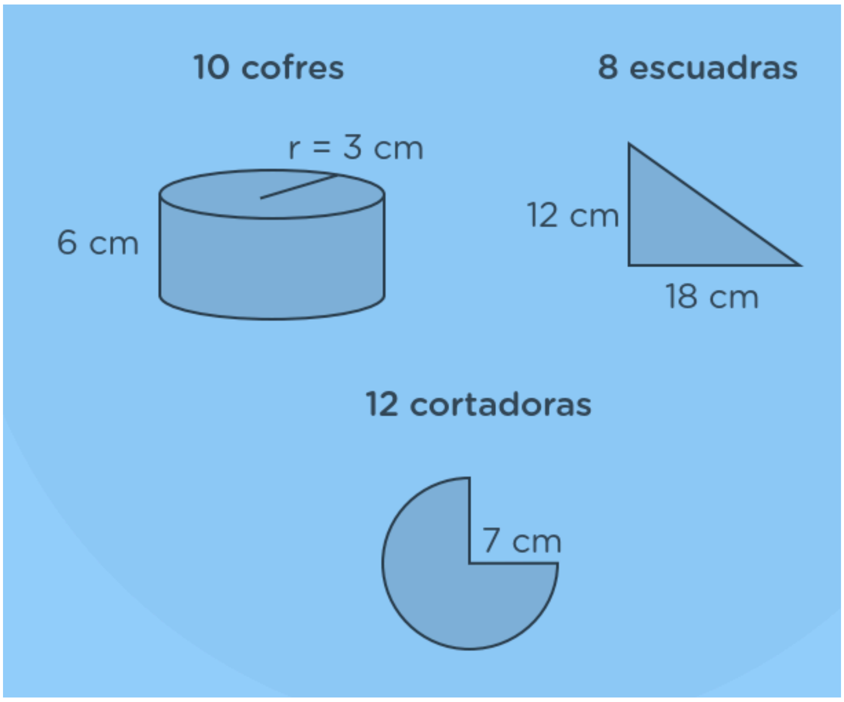
1.- Transformamos las magnitudes de los regalos en expresiones numéricas

Analiza las magnitudes y los números que identificamos en las formas de los regalos. Para ello, responde las siguientes preguntas:

♥ ¿Qué formas geométricas identificamos en los regalos?

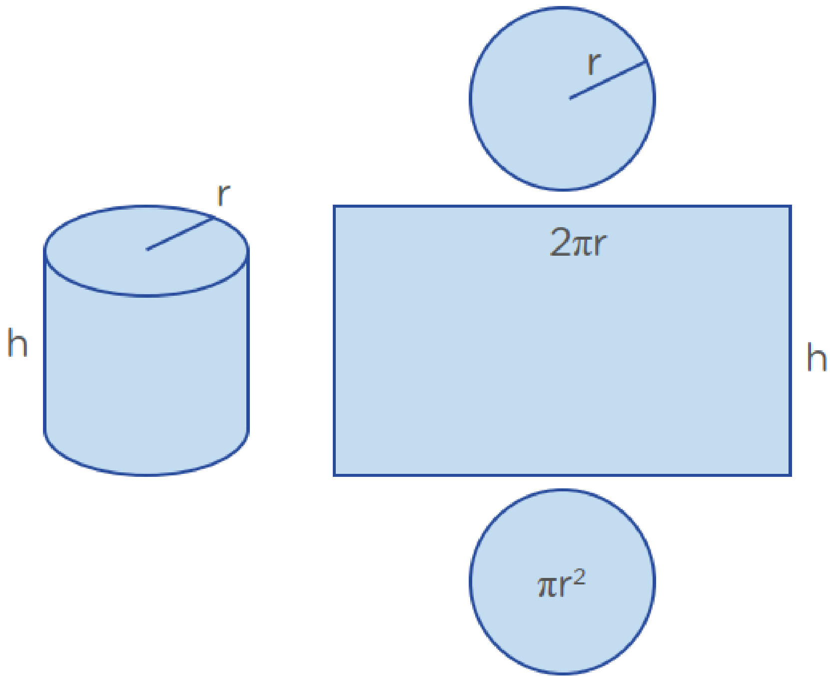
♥ ¿Qué tipo de números identificamos en la magnitud longitud de los regalos?

♥ ¿Qué tipo de números identificamos en la magnitud superficie de los regalos?



Ahora, en una hoja de cálculo, elabora una tabla y completa los números que hemos identificado.

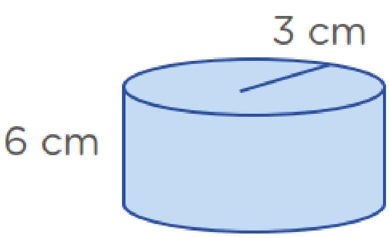
Cofre		Escuadra		Cortadora	
Número racional	Número irracional	Número racional	Número irracional	Número racional	Número irracional



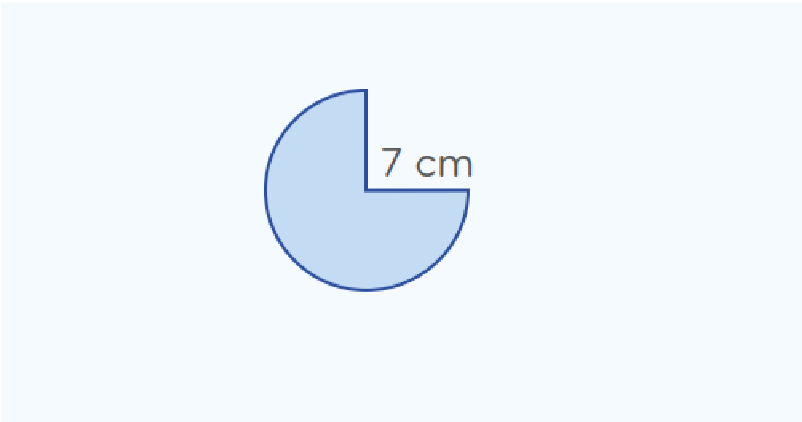
2.- Expresamos nuestra comprensión de las operaciones con números racionales e irracionales.

♥ Recuerda que el área del círculo se calcula de la siguiente manera: $\boldsymbol{\pi r^2}$

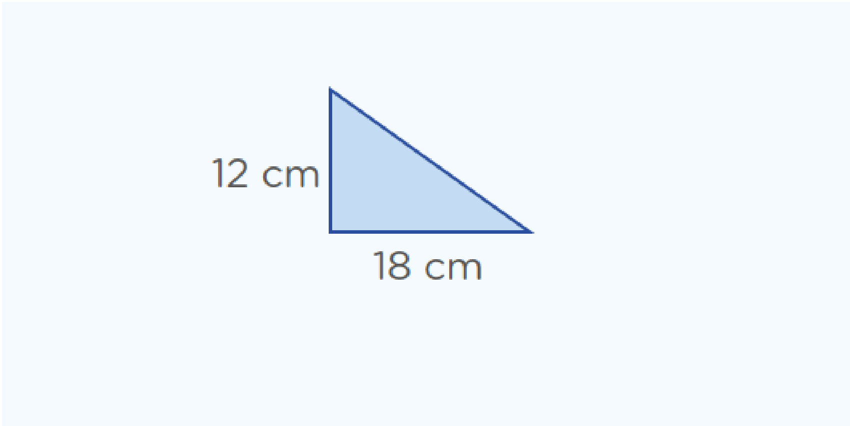
♥ Ahora, si el radio del cofre mide 3 cm, ¿qué procedimientos y operaciones debemos emplear para calcular el área del círculo o la tapa del cofre?



♥ Luego, explica los procedimientos y operaciones que podemos emplear para calcular el área de la cortadora.



♥ Finalmente, explica los procedimientos y operaciones que debemos emplear para calcular el tercer lado de la escuadra.



3.- Calculamos la cantidad de semillas que necesitamos para decorar los regalos

Para realizar tus cálculos, primero respondemos las siguientes preguntas:

♥ ¿Cuántos regalos tenemos en total? Justificamos nuestra respuesta.

♥ ¿Qué dimensiones necesitamos conocer para decorar los bordes de los regalos?, ¿por qué?

♥ ¿Qué estrategias de cálculos y procedimientos de las operaciones con números racionales e irracionales podemos emplear para determinar la cantidad de semillas?

4.- Formulamos afirmaciones

Formulamos cuatro afirmaciones para promover una buena convivencia en la comunidad y las argumentamos empleando las operaciones con los números racionales e irracionales.

Reflexionamos sobre nuestro aprendizaje

Es momento de reflexionar sobre lo aprendido. Estas preguntas te ayudarán:

♥ ¿Qué situaciones nos favorecieron para lograr el propósito de aprendizaje? ¿Cuáles nos generaron dificultades? ¿Qué hicimos para superarlas?

♥ ¿Cuál es la utilidad de las operaciones de los números racionales e irracionales en nuestra vida cotidiana?

Autoevaluación

Competencia: Resuelve problemas de cantidad

Criterios de evaluación	Lo logré	Estoy en proceso de lograrlo	¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?
Establezco relaciones entre datos y acciones para comparar e igualar cantidades en las dimensiones de los regalos.			
Transformo a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números racionales y algunos números irracionales, como π, e, ϕ.			
Expreso con diversas representaciones y lenguaje numérico mi comprensión sobre las operaciones con números racionales e irracionales en las dimensiones de los regalos.			
Selecciono y combino estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con racionales e irracionales optando por los más idóneos.			
Planteo afirmaciones para promover una buena convivencia y las justifica con ejemplos, contraejemplos, y propiedades de las operaciones de los números racionales e irracionales.			