Câu 1. **[2H3-2.0-2] (SỞ BÌNH THUẬN 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+14=0.$ Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Tính $T=a+b+c.$

A. $T=1.$ **B.** $T=3.$ **C.** $T=10.$ **D.** $T=5.$

Lời giải

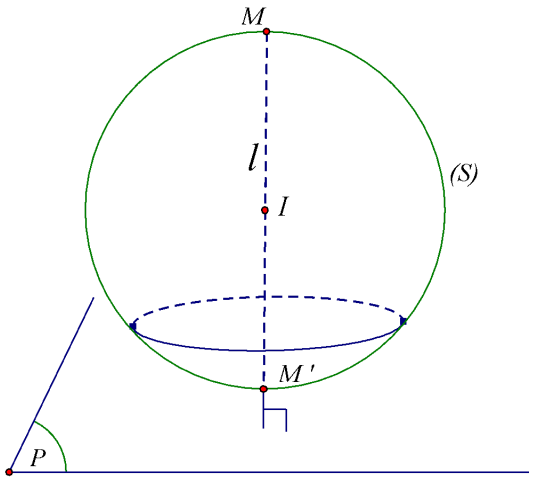
Tác giả: Nguyễn Văn Thắng ; Fb: Nguyễn Thắng.

Người phản biện: Nguyễn Phương Thu ; Fb: Nguyễn Phương Thu.

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1;1;2)$ và bán kính $R=3.$

Khoảng cách từ I đến (P) là: $d(I,(P))=\dfrac{|-2-2+2+14|}{\sqrt{9}}=4>R=3$ $\Rightarrow$ (P) và (S) không cắt nhau.



Gọi l là đường thẳng qua I và vuông góc với (P), nó cắt mặt cầu (S) tại M và M'. Ta có M hoặc M' chính là điểm cần tìm.

Đường thẳng l có phương trình là: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1+2t\\y=1-2t\\z=2+t\end{cases}.$

Thay vào phương trình của (S) ta được:

$(2t-1+1)^2+(-2t+1-1)^2+(z+2-2)^2=9\Leftrightarrow 9t^2=9\Leftrightarrow t=\pm 1.$

Vậy 2 điểm M và M' là: $(1;-1;3);(-3;3;1).$

Từ kết quả so sánh khoảng cách $d(I,(P))$ và R ở trên ta suy ra trong 2 điểm này, 1 điểm cách (P) 1 khoảng bằng $4-3=1$ và 1 điểm cách (P) là $4+3=7$ (chính là điểm cần tìm).

Khoảng cách từ điểm $(1;-1;3)$ đến (P) là: $\dfrac{|2+2+3+14|}{\sqrt{9}}=7.$

$\Rightarrow$ $M(1;-1;3)$ chính là điểm thuộc (S) mà có khoảng cách đến (P) là lớn nhất

$\Rightarrow$ $a=1,b=-1,c=3\Rightarrow T=3$.