

Câu 1. [2H3-2.0-2] (SỞ BÌNH THUẬN 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 14 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 1$.

B. $T = 3$.

C. $T = 10$.

D. $T = 5$.

Lời giải

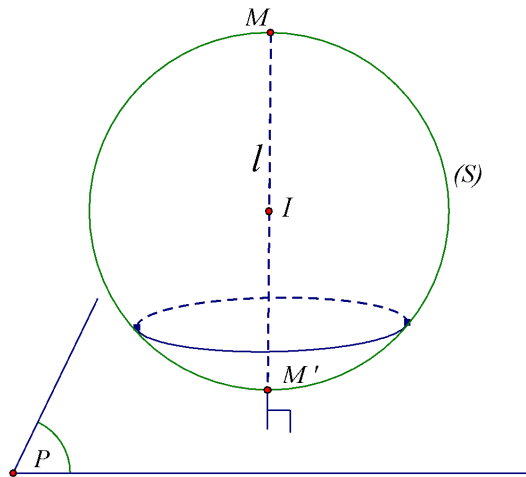
Tác giả: Nguyễn Văn Thắng ; Fb: Nguyễn Thắng.

Người phản biện: Nguyễn Phương Thu ; Fb: Nguyễn Phương Thu.

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Khoảng cách từ I đến (P) là: $d(I, (P)) = \frac{|-2 - 2 + 2 + 14|}{\sqrt{9}} = 4 > R = 3 \Rightarrow (P)$ và (S) không cắt nhau.



Gọi l là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) , nó cắt mặt cầu (S) tại M và M' . Ta có M hoặc M' chính là điểm cần tìm.

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Đường thẳng l có phương trình là:

Thay vào phương trình của (S) ta được:

$$(2t - 1 + 1)^2 + (-2t + 1 - 1)^2 + (2 + t - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow 9t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1$$

Vậy 2 điểm M và M' là: $(1; -1; 3); (-3; 3; 1)$.

Từ kết quả so sánh khoảng cách $d(I, (P))$ và R ở trên ta suy ra trong 2 điểm này, 1 điểm cách (P) 1 khoảng bằng $4 - 3 = 1$ và 1 điểm cách (P) là $4 + 3 = 7$ (chính là điểm cần tìm).

Khoảng cách từ điểm $(1; -1; 3)$ đến (P) là: $\frac{|2 + 2 + 3 + 14|}{\sqrt{9}} = 7$.

$\Rightarrow M(1; -1; 3)$ chính là điểm thuộc (S) mà có khoảng cách đến (P) là lớn nhất

$\Rightarrow a = 1, b = -1, c = 3 \Rightarrow T = 3$.