國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

注意: 請將答案作答於另張(答案卷)中

- 一、多選閱(每題全對得6分,只錯一選項得4分,錯兩選項得2分,不作答與其他不給分)
- 1. 設 A , B 是兩個 $n \times n$ 的轉移矩陣,則下列何者正確? (1)

$$\frac{1}{4}(3A-B)$$
 是轉移矩陣 (B) $\frac{1}{2}(3A-B)$ 是轉移矩陣 (C) $\frac{1}{3}(A+AB+B^3)$ 是轉移矩陣

(D)
$$\frac{1}{9}(A+B)^3$$
 是轉移矩陣 (E) $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2^n}(A+B)^n$ 是轉移矩陣

2. 下列何者正確? (2)

(A)滿足
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-7)^2 + y^2} = 10$$
 之圖形為一線段

(B)滿足
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-7)^2 + y^2} = 8$$
 之圖形為一橢圓

(C)滿足
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} - \frac{|3x-4y-9|}{5} = 0$$
 之圖形為一拋物線

(D)滿足
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} - \sqrt{(x-7)^2 + y^2} = 0$$
 之圖形為一直線

(E)滿足
$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} - \sqrt{(x-7)^2 + y^2} = 6$$
 之圖形為一雙曲線

3. 坐標平面上已知三圓 $\Gamma_1: x^2 + y^2 = 4$, $\Gamma_2: (x+6)^2 + y^2 = 100$, $\Gamma_3: (x-8)^2 + y^2 = 4$, 則下列何者正確?(3)

(A) 與圓
$$\Gamma_1$$
、圓 Γ_2 都內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

(B) 與圓
$$\Gamma_1$$
 外切且與圓 Γ_2 內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x+3)^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$

(C) 與圓
$$\Gamma_3$$
、圓 Γ_2 都內切或都外切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{y^2}{33} = 1$

(D) 與圓
$$\Gamma_3$$
 內切且與圓 Γ_2 外切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{13} - \frac{y^2}{36} = 1$

(E) 與圓
$$\Gamma_3$$
 外切且與圓 Γ_2 內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{13} - \frac{y^2}{36} = 1$

二、填充顯

| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|------|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 8 | 16 | 2 | 32 | 40 | 46 | 52 | 58 | 62 | 66 | 70 | 74 | 76 | 78 | 80 | 82 |
| | | | 4 | | | | | | | | | | | | | |

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
的反方陣為
$$\begin{bmatrix} 3 & \sqrt{5} \\ 2 & \sqrt{7} \end{bmatrix}$$
,求聯立方程式
$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = 0 \end{cases}$$
之解為 (1)

$$A\begin{bmatrix}7\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$$
, $A\begin{bmatrix}9\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\\3\end{bmatrix}$, 求 A 為 (2)

- 經統計調查顯示:每次選舉後,原支持甲黨者有20%改支持乙黨,20%改支持丙黨.原支

持乙黨者有 20% 改支持甲黨, 10% 改支持丙黨.原支持丙黨者有 30% 改支持甲黨, 10% 改支持乙黨.若不考慮人口結構的改變,長期而言乙黨的支持度趨近(3)

4. 設
$$x \in \Re$$
 ,則 $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$ 之最大值為 (4)

5. 坐標平面上給定點 A(3,4) ,直線 L: x = -6 與拋物線 $\Gamma: y^2 = 12x$,以 d(P,L) 表示點 P 到直線 L

的距離,若點 P 在 Γ 上變動,則 $\left|d(P,L)-\overline{AP}\right|$ 之最大值為_(5) --P1-

國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

6. 求拋物線 $\sqrt{2(x-1)^2+2(y+1)^2} = |x-y+4|$ 之頂點為 (6)

7. 設 F_1 , F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{25}$ + $\frac{y^2}{16}$ =1的焦點 . 若 $P(x_0,y_0)$ 為橢圓上的一點 , $y_0>0$,且 $\angle F_1PF_2=90^\circ$,

則 ^{y₀} 的值為 <u>(7)</u>

8. 設橢圓
$$\frac{(x-20)^2}{20} + \frac{(y-17)^2}{17} = 2017$$
 在第一、二、三、四象限所圍成區域面積依次為 R_1 、 R_2

$$R_3$$
 , R_4 , MI $R_4 - R_3 + R_2 - R_1 = \underline{\text{(8)}}$

9. 設 A(1,0) , B(-1,0) 為平面兩定點, P(x,y) 為動點,若 \triangle PAB 的周長為 8 且 \triangle PAB 的面積為 1 ,

若y>0, 求P點坐標為<u>(9)</u>

- $\frac{y^2}{4} \frac{x^2}{12} = 1$ 10. 設 F_1 , F_2 為雙曲線 $\frac{y^2}{4} \frac{x^2}{12} = 1$ 的兩焦點,P為雙曲線上一點.若 $\triangle PF_1F_2$ 為一等腰三角形,則其周長可能為 (10)
- 11. 求漸近線為 y = 2x , y = -2x , 且通過點 (3,8) 的雙曲線標準式為 (11)
- 12. 已知圓 $C: x^2+y^2=16$,與點 $F^{\left(0,6\right)}$,Q在圓 C 上 ,O 為原點,且P為 \overline{FQ} 之中垂線與 OQ 的

交點.則動點P的軌跡方程式為 (12)

- 13. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點 $F_1(0,-2), F_2(0,6)$,且雙曲線的貫軸長和橢圓的短軸長相等。設 P 為此橢圓與雙曲線的一個交點,則 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = \underline{\hspace{0.5cm}}$ (13)
- P(2,1) 與 Q(0,-1) 經過二階方陣 A 作線性變換後所對應的點分別為 P'(0,5) 與 Q'(-2,-3) ,求點 (1,-2) 經方陣 A 作線性變換後所對應的點坐標為 (14)
- 15. 已知直線 L: x-2y-1=0 經方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 線性變換後成直線 L' ,求 L' 的方程式為 (15)

$$P = \begin{bmatrix} \cos(-25^\circ) & \sin(-25^\circ) \\ -\sin(-25^\circ) & \cos(-25^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 20^\circ & -\sin 20^\circ \\ \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbb{H}} M = P^4, \quad \triangle ABC$$
 的三 項

點坐標為 A(3,1) , B(1,3) , C(-2,-1) , 則 \triangle ABC 經二階方陣 M 線性變換後的面積為 <u>(16)</u>

--P2--

(答案卷)國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

考試時間: 80分鐘 班級: 座號: 姓名:

一、多選題(每題全對得6分,只錯一選項得4分,錯兩選項得2分,不作答與其他不給分)

| (1) | (2) | (3) |
|------|------|------|
| (CE) | (BD) | (BC) |

二、填充題

| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|------|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 8 | 16 | 2 | 32 | 40 | 46 | 52 | 58 | 62 | 66 | 70 | 74 | 76 | 78 | 80 | 82 |
| | | | 4 | | | | | | | | | | | | | |

| (1) | (2) | (3) | (4) |
|-----|-----|-----|-----|
| | | | |

| x = 6, y = 4 | $\begin{bmatrix} 14 & -32 \\ -5 & 12 \end{bmatrix}$ | $\frac{10}{29}$ | $\sqrt{13}$ | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------------|---|--|--|
| (5) | (6) | (7) | (8) | | |
| 7 | $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$ | 16 3 (無解) | -1360 | | |
| (9) | (10) | (11) | (12) | | |
| $(\frac{\pm 3\sqrt{14}}{4},1)$ | 20 ∨ 28 | $\frac{y^2}{28} - \frac{x^2}{7} = 1$ | $\frac{(y-3)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ | | |
| (13) | (14) | (15) | (16) | | |
| 16 | (-5,-5) | x + 4y + 7 = 0 | 567 | | |

(答案卷)國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

考試時間: 80分鐘 班級: 座號: 姓名:

一、多選題 (每題全對得6分,只錯一選項得4分,錯兩選項得2分,不作答與其他不給分)

| 3) |
|----|
| |
| |
| |

| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|------|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 8 | 16 | 2 | 32 | 40 | 46 | 52 | 58 | 62 | 66 | 70 | 74 | 76 | 78 | 80 | 82 |

| (1) | (2) | (3) | (4) |
|------|------|------|------|
| | () | (-) | () |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| (5) | (6) | (7) | (8) |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| (9) | (10) | (11) | (12) |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| (13) | (14) | (15) | (16) |
| (13) | (14) | (13) | (10) |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |