

國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

注意: 請將答案作答於另張(答案卷)中

一、多選題(每題全對得6分, 只錯一選項得4分, 錯兩選項得2分, 不作答與其他不給分)

1. 設 A , B 是兩個 $n \times n$ 的轉移矩陣, 則下列何者正確? (1)

- (A) $\frac{1}{4}(3A-B)$ 是轉移矩陣 (B) $\frac{1}{2}(3A-B)$ 是轉移矩陣 (C) $\frac{1}{3}(A+AB+B^3)$ 是轉移矩陣
(D) $\frac{1}{9}(A+B)^3$ 是轉移矩陣 (E) $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2^n}(A+B)^n$ 是轉移矩陣

2. 下列何者正確? (2)

- (A) 滿足 $\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{(x-7)^2+y^2} = 10$ 之圖形為一線段
(B) 滿足 $\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{(x-7)^2+y^2} = 8$ 之圖形為一橢圓
(C) 滿足 $\sqrt{(x-3)^2+y^2} - \frac{|3x-4y-9|}{5} = 0$ 之圖形為一拋物線
(D) 滿足 $\sqrt{(x-3)^2+y^2} - \sqrt{(x-7)^2+y^2} = 0$ 之圖形為一直線
(E) 滿足 $\sqrt{(x-3)^2+y^2} - \sqrt{(x-7)^2+y^2} = 6$ 之圖形為一雙曲線

3. 坐標平面上已知三圓 $\Gamma_1: x^2+y^2=4$, $\Gamma_2: (x+6)^2+y^2=100$, $\Gamma_3: (x-8)^2+y^2=4$, 則下列何者正確? (3)

- (A) 與圓 Γ_1 、圓 Γ_2 都內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$
(B) 與圓 Γ_1 外切且與圓 Γ_2 內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x+3)^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$
(C) 與圓 Γ_3 、圓 Γ_2 都內切或都外切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{y^2}{33} = 1$
(D) 與圓 Γ_3 內切且與圓 Γ_2 外切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{13} - \frac{y^2}{36} = 1$
(E) 與圓 Γ_3 外切且與圓 Γ_2 內切之所有圓圓心的軌跡方程式為 $\frac{(x-1)^2}{13} - \frac{y^2}{36} = 1$

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	62	66	70	74	76	78	80	82

1. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的反方陣為 $\begin{bmatrix} 3 & \sqrt{5} \\ 2 & \sqrt{7} \end{bmatrix}$, 求聯立方程式 $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=0 \end{cases}$ 之解為 (1)

2. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$, 求 A 為 (2)

3. 經統計調查顯示: 每次選舉後, 原支持甲黨者有 20% 改支持乙黨, 20% 改支持丙黨. 原支

持乙黨者有 20% 改支持甲黨，10% 改支持丙黨．原支持丙黨者有 30% 改支持甲黨，10% 改支持乙黨．若不考慮人口結構的改變，長期而言乙黨的支持度趨近 (3)

4. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，則 $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$ 之最大值為 (4)

5. 坐標平面上給定點 $A(3,4)$ ，直線 $L: x = -6$ 與拋物線 $\Gamma: y^2 = 12x$ ，以 $d(P, L)$ 表示點 P 到直線 L

的距離，若點 P 在 Γ 上變動，則 $|d(P, L) - \overline{AP}|$ 之最大值為 (5)

--P1--

國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

6. 求拋物線 $\sqrt{2(x-1)^2 + 2(y+1)^2} = |x - y + 4|$ 之頂點為 (6)

7. 設 F_1, F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦點．若 $P(x_0, y_0)$ 為橢圓上的一點， $y_0 > 0$ ，且 $\angle F_1 P F_2 = 90^\circ$ ，

則 y_0 的值為 (7)

8. 設橢圓 $\frac{(x-20)^2}{20} + \frac{(y-17)^2}{17} = 2017$ 在第一、二、三、四象限所圍成區域面積依次為 R_1, R_2 、

R_3, R_4 ，則 $R_4 - R_3 + R_2 - R_1 =$ (8)

9. 設 $A(1,0)$ ， $B(-1,0)$ 為平面兩定點， $P(x,y)$ 為動點，若 $\triangle PAB$ 的周長為 8 且 $\triangle PAB$ 的面積為 1，

若 $y > 0$ ，求 P 點坐標為 (9)

10. 設 F_1, F_2 為雙曲線 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{12} = 1$ 的兩焦點， P 為雙曲線上一點．若 $\triangle P F_1 F_2$ 為一等腰三角形，則其周長可能為 (10)

11. 求漸近線為 $y = 2x$ ， $y = -2x$ ，且通過點 $(3,8)$ 的雙曲線標準式為 (11)

12. 已知圓 $C: x^2 + y^2 = 16$ ，與點 $F(0,6)$ ， Q 在圓 C 上， O 為原點，且 P 為 $\overline{FQ}$ 之中垂線與 OQ 的

交點．則動點 P 的軌跡方程式為 (12)

13. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點 $F_1(0,-2), F_2(0,6)$ ，且雙曲線的實軸長和橢圓的短軸長相

等。設 P 為此橢圓與雙曲線的一個交點，則 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} =$ (13)

14. 已知點 $P(2,1)$ 與 $Q(0,-1)$ 經過二階方陣 A 作線性變換後所對應的點分別為 $P'(0,5)$ 與 $Q'(-2,-3)$ ，求點 $(1,-2)$ 經方陣 A 作線性變換後所對應的點坐標為 (14)

15. 已知直線 $L: x - 2y - 1 = 0$ 經方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 線性變換後成直線 L' ，求 L' 的方程式為 (15)

16. 已知 $P = \begin{bmatrix} \cos(-25^\circ) & \sin(-25^\circ) \\ -\sin(-25^\circ) & \cos(-25^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 20^\circ & -\sin 20^\circ \\ \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{bmatrix}$ ，且 $M = P^4$ ， $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(3,1)$ ， $B(1,3)$ ， $C(-2,-1)$ ，則 $\triangle ABC$ 經二階方陣 M 線性變換後的面積為 (16)

--P2--

(答案卷)國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

考試時間: 80分鐘 班級: 座號: 姓名:

一、多選題 (每題全對得6分，只錯一選項得4分，錯兩選項得2分，不作答與其他不給分)

(1)	(2)	(3)
(CE)	(BD)	(BC)

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	62	66	70	74	76	78	80	82

(1)	(2)	(3)	(4)

$x = 6, y = 4$	$\begin{bmatrix} 14 & -32 \\ -5 & 12 \end{bmatrix}$	$\frac{10}{29}$	$\sqrt{13}$
(5)	(6)	(7)	(8)
7	$(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$	$\frac{16}{3}$ (無解)	-1360
(9)	(10)	(11)	(12)
$(\frac{\pm 3\sqrt{14}}{4}, 1)$	$20 \vee 28$	$\frac{y^2}{28} - \frac{x^2}{7} = 1$	$\frac{(y-3)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$
(13)	(14)	(15)	(16)
16	$(-5, -5)$	$x + 4y + 7 = 0$	567

(答案卷)國立高師大附中105學年第二學期高二數學期末考(自然組)

考試時間: 80分鐘 班級： 座號： 姓名：

一、多選題 (每題全對得6分，只錯一選項得4分，錯兩選項得2分，不作答與其他不給分)

(1)	(2)	(3)

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	62	66	70	74	76	78	80	82

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)	(16)