الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية معسكر — ثانوية لعروسي الحاج قدور تغنيف

شعبة : الرياضيات — * دورة ماي 2014*

المدة : 04 ساعات و نصف

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب الى المعلم المباشر $(O;\vec{i},\vec{j})$ المتعامد و المتجانس.(الوحدة : $2cm$)

1 - أ) أنشئ النقط A ، B و C التي لواحقها : $z_A = 2$ ، $z_B = 1-i$ و $z_C = 1+i$ على الترتيب .

ب) أحسب العدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ثم استنتج بأن المثلث ABC قائم و متقايس الساقين.

2- أ) ليكن r الدوران الذي مركزه A و يحقق $r(B) = C$.

- حدد زاوية الدوران r ثم عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بواسطة r .

ب) لتكن (γ) الدائرة التي أحد أقطارها $[BC]$.

- عين طبيعة و خصائص (γ') محولة (γ) بواسطة r .أنشئ (γ') .

3- لتكن $M(z)$ نقطة من (γ) تختلف عن C و $M'(z')$ صورتها بواسطة r .

1) بين أن $M \in (\gamma)$ إذا وفقط إذا كان $|z-1| = 1$.

2) استنتج أن $z = 1 + e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2};2\pi\right[$.

3) بين أن $z' = -ie^{i\theta} + i + 2$.

4) تحقق أن : $\overline{e^{i\theta} - i} = e^{-i\theta} + i$ ثم بين أن $\frac{z'-z_C}{z-z_C} = \frac{2\cos\theta}{\left|e^{i\theta}-i\right|^2}$.

5) استنتج أن النقط M ، C و M' في استقامية.

4- ضع في الشكل النقطة M ذات اللاحقة $z = 1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و أنشئ صورتها M' بواسطة r .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم .

1- أ) من أجل $1 \le n \le 6$ ، أحسب بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد n ، $3^{n+6} - 3^n$ يقبل القسمة على 7 .

استنتج أنّ 3^{n+6} و 3^n لهما نفس الباقي لقسمتهما على 7 .

ج) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد 3^{1000} على 7 .

د) في الحالة العامة ، كيف يمكن حساب البواقي لقسمة العدد 3^n على 7 من أجل n كيفي ؟

هـ) استنتج أنه من أجل كل عدد n ، العددان 3^n و 7 أوّليان فيما بينهما .

2- نضع : $U_n = 1+3+3^2+...+3^{n-1}$ مع $n \geq 2$.

أ) بيّن أنه إذا كان U_n يقبل القسمة على 7 فإن $3^n - 1$ يقبل القسمة على 7 .

ب) عكسيا ، بيّن أنه إذا كان $3^n - 1$ يقبل القسمة على 7 فإن U_n يقبل القسمة على 7 .

استنتج قيم n التي يكون من أجلها U_n يقبل القسمة على 7 .

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$

1- أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم عين قيسا للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب) استنتج بأن النقط A ، B ، C ليست في استقامية ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2- (P_1) ، (P_2) مستويان معادلة كل منهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$.

بين أن المستويين (P_1) ، (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (d) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=-2 \\ y=2+3t \\ z=1+t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$.

3- بين أن المستقيم (d) و المستوى (ABC) متقاطعان ثم عين إحداثيات H نقطة تقاطعهما.

4- نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق : $MA^2 + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AH} = 0$.

أ) بين أن (Γ) سطح كرة ذات القطر $[AH]$ ثم أكتب معادلة لـها.

ب) عين طبيعة $(ABC) \cap (\Gamma)$.

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I : نعتبر المعادلة التفاضلية: $y' + y = e^{-x}$ ... (E)

1.بين أن الدالة u المعرفة $\mathbb{R}$ على بـ $u(x) = xe^{-x}$ حل للمعادلة (E)

2.حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 0$ ... (E_0)

3.بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت $v-u$ حلا للمعادلة (E_0) .

- استنتج جميع حلول المعادلة (E) .

4.عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

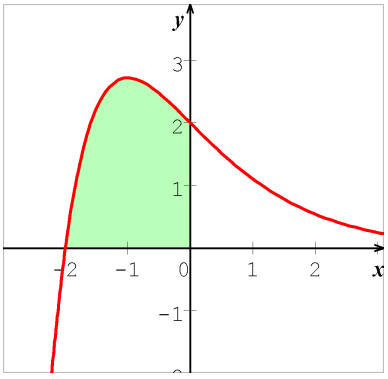
II : k عدد حقيقي معطى، نرمز بـ f_k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_k(x)=(x+k)e^{-x}$

نرمز بـ C_k إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;i,j)$.

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.احسب f'_k من أجل كل عدد حقيقي x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k

III :نعتبر متتالية التكاملات (I_n) المعرفة بـ $I_0=\int_{-2}^{0} e^{-x}\,dx$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ ، $I_n=\int_{-2}^{0} x^n e^{-x}\,dx$



1.أ- احسب القيمة المضبوطة لـ I_0.

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة يبن أن : $I_{n+1}=(-2)^{n+1}e^2+(n+1)I_n$

جـ- استنتج القيم المضبوطة لـ I_1 و I_2.

2. التمثيل البياني الموالي C_k هو لدالة f_k المعرفة في الجزء *II* .

أ- باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل ،عين قيمة k المرفقة بالمنحني C_k.

ب- لتكن S مساحة الجزء المضلل(مقدرة بوحدة المساحات).

عبر عن S بدلالة I_0 و I_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=i$ ، $z_B=2$ على الترتيب.

1- أ) عين لاحقة النقطة B_1 صورة B بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$.

ب)عين لاحقة النقطة B' صورة B_1 بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$.

ت) أنشئ النقط A ، B و B'.

2- في المستوي المركّب ، نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=(1+i)z+1$

أ) بين أن النقطة B' هي صورة النقطة B بواسطة T.

ب) بين أن النقطة A هي النقطة الصامدة الوحيدة بالتحويل T.

ت) تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن i فان : $\frac{z'-z}{i-z}=-i$

- فسر النتيجة هندسيا ثم استنتج طريقة لإنشاء M' صورة M حيث M تختلف عن A.

3- أ) عين طبعة و العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-2|=\sqrt{2}$.

ب) بين أن $z'-3-2i=(1+i)(z-2)$ ثم استنتج أنه إذا كانت M نقطة من (E) فان صورتها M' تنتمي إلى دائرة (F) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ت) أنشئ (E) و (F).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) لتكن A ، B نقطتان متمايزتان من الفضاء و I منتصف القطعة $[AB]$.

1- أثبت أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء: $MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$.

2- عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $MA^2+MB^2=AB^2$

II) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $3x+4y+z-1=0$ ، و النقطتين $A(-1;0;4)$ ، $B(3;-4;2)$.

$$\begin{cases} x=-1-4t \\ y=2-t+2m \\ z=-2t-4m \end{cases} \quad (t,m)\in\mathbb{R}^2$$

1- لتكن (Q) مجموعة النقط من الفضاء المعرفة بالتمثيل الوسيطي

- بين أن (Q) مستو يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

2- أ) بين أن المستويين (P) و (Q) يتقاطعان . نسمي (Δ) مستقيم تقاطعهما.

ب) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم أثبت أن الشعاع $\vec{u}(1;-2;5)$ شعاع له.

ت) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

3- لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $MA^2+MB^2=AB^2$.

- عين مجموعة النقط تقاطع (Γ) و (Δ). يطلب تعيين إحداثيات هذه النقط.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) ليكن n عددا طبيعيا بحيث $n\geq 4$. نعتبر في $\mathbb{N}$ المعادلة ذات المجهول a بحيث:

$$(1)\ldots\ldots a^2+9=2^n$$

1) بين أنه إذا كان a حلا للمعادلة (1) فإن a فردي.

2) باستعمال الموافقة بتردید 4 بين أن المعادلة (1) ليس لها حل في $\mathbb{N}$.

2) نعتبر في $\mathbb{N}$ المعادلة ذات المجهول a بحيث من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 3$:

$$a^2 + 9 = 3^n \quad \ldots\ldots (2)$$

1) بين أن $3^n \equiv 3[4]$ أو $3^n \equiv 1[4]$.

2) استنتج أنه إذا كان a حلا للمعادلة (2) فإن a زوجي ثم استنتج بأن n زوجي.

3) نضع : $n = 2p$ بحيث p عدد طبيعي يختلف عن 0 و 1 .

باستعمال تحليل $3^n - a^2$ بين أن المعادلة (2) ليس لها حل في $\mathbb{N}$.

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

1- احسب $g'(x)$ ثم ادرس إتجاه تغير g .

2- استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (2x-1)e^{2x}$

ليكن C_f المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس. وحدة الطول 2 cm .

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحني C_f .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المستقيم (d) .

2- أ) تحقق أنه لأجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ت) بين أن المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0{,}40 < \alpha < 0{,}41$.

3- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4- أنشئ المماس (Δ) والمنحنى C_f .

5- m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h_m(x) = (x-1)e^{2x} - mx$

1) برهن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $h'_m(x) = f(x) - (x+m)$.

2) ناقش، بيانيا حسب قيم الوسيط m ، عدد القيم الحديّة للدالة h_m .

II ليكن n عددا طبيعيا بحيث $n \geq 2$

1- برهن ، بالتراجع على n ،أن $f^{(n)}(x) = 2^n (2x + n - 1)e^{2x}$

حيث $f^{(n)}$ هي المشتقة من الرتبة n للدالة f.

2-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ذات الحد العام $u_n = f^{(n)}(0)$.

3- بين أن المتتالية (u_n) ليست متقاربة.

بالتوفيق.....الأستاذة سكيوى