

**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
у 6 класі**

№	Зміст завдання	Бал и
1.	Сума двох чисел 462. Одне з них закінчується нулем. Якщо цей нуль закреслити, то одержимо друге число. Знайти ці числа.	5
2.	В одному дворі живуть четверо юнаків. Відомо, що Вадим і водій старші за Сергія, Микола і сантехнік захоплюються плаванням, бібліотекар – молодший із юнаків. Антон і перукар грають в доміно проти Сергія і бібліотекаря. Визначити професії юнаків.	5
3.	Довжина прямокутного поля 80м, а площа цього поля дорівнює 3200м^2 . Знайти довжину іншого прямокутного поля площа і ширина якого у 2 рази менші, ніж першого поля.	5
4.	У їдальню привезли рибу: коропи, сазани, судак і лящі. Коропів було 46кг, сазанів було 30кг, а судаків було у 3 рази більше, ніж лящів. Коли половину риби витратили, то залишилось 90кг. Скільки судаків привезли у їдальню?	5
5.	800 грн. можна обміняти на 100 дукатів, а 100грн. можна обміняти на 250 талерів. На скільки дукатів можна обміняти 100 талерів?	5

**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
у 7 класі**

№	Зміст завдання	Бал и
1.	Знайти значення виразу $\frac{y-8x}{x}$, якщо $\frac{y}{x} = 20$	5
2.	Дівчинка розрізає квадратний лист паперу з периметром 20см на два прямокутники. Периметр одного такого прямокутника дорівнює 16см. Знайти периметр другого прямокутника.	5
3.	Онуку стільки місяців, скільки років дідусеві. Дідусь з онуком мають разом 91 рік. Скільки років дідусеві і скільки років онуку?	5
4.	Знайти наступне число у числовому ряді 6; 8; 16; 18; 36 ...	5
5.	Середнє арифметичне деяких 10 чисел дорівнює 14. Якщо чотири числа видалити з даного набору чисел, то середнє арифметичне тих чисел, що залишилися буде дорівнювати 11. чому дорівнює середнє арифметичне видалених чисел?	5

**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
у 8 класі**

№	Зміст завдання	Бал и
1.	Відомо, що $\frac{x-y}{x+y} = \frac{12}{13}$. Знайти $\frac{x^2}{y^2}$	5
2.	Знайти 15% від $\frac{9^{16} \cdot 8^{11}}{6^{30}}$	5
3.	Кіт Матроскін вирішив покрити підлогу квадратної форми квадратними плитками. Спочатку він виклав плитку по краю підлоги і на це у нього пішло 84 плитки. Скільки всього Матроскіну треба мати плиток, щоб покрити всю підлогу?	5
4.	У трикутнику ABC $\angle A$ більший від $\angle C$ на 30° . Точка K лежить на AC так, що $AB = BK$. Знайти $\angle KBC$.	5
5.	Знайти наступне число у числовому ряді 3; 5; 9; 17; 33...	5

**Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
у 9 класі**

№	Зміст завдання	Бал и
1.	Відомо, що $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$. Знайти n	5
2.	Точки A, B, C, D ділять коло на дуги так, що $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup AD = 2 : 3 : 5 : 8$. Знайти кут між прямими AB і CD.	5
3.	Відомо, що $x + y + z = 150$; $x : y = 2 : 3$; $y : z = 2 : 5$. Знайти x, y, z	5
4.	Порівняти 99^{200} і 9999^{100}	5
5.	Побудувати графік функції: $y = \frac{25-x(10-x)}{x-5}$	5

Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

у 10 класі

№	Зміст завдання	Бали
1.	Число $(c + 2)$ ділиться на 5. Довести, що число $(3c + 16)$ також ділиться на 5	5
2.	Визначити, на скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо його периметр збільшиться на 10%.	5
3.	Побудувати графік функції : $y = \frac{x-x^2}{ x }$	5
4.	В прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки 5 см і 12 см. Знайти площу трикутника.	5
5.	Середнє арифметичне п'яти чисел дорівнює 200. Одне з цих чисел дорівнює 400. Знайти середнє арифметичне решти чотирьох чисел.	5

Завдання I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

у 11 класі

№	Зміст завдання	Бали
1.	Побудувати графік функції: $y = \frac{(2x-4)(x-1)}{x-2}$	5
2.	В трикутнику ABC бісектриси кутів B і C перетинаються під кутом 132° . Знайти величину кута A.	5
3.	Спростити: $\frac{3^{n+2}}{576^n} \cdot 8^{2n-1} \cdot \sqrt{9^n}$	5
4.	Розв'язати рівняння: $x^3 + x = 0$	5
5.	На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо довжину збільшити на 20%, а ширину – на 10%.	5

Відповіді

6 клас

2. Вадим – перукар, Микола – бібліотекар, Антон – водій, Сергій – сантехник

3. 80 м.

4. 78 кг

5. 5

7 клас

1. 12

2. 14

3. дідусь – 84 роки, онук – 7 років

4. 38

5. 18,5

8 клас

1. 625

2. 10,8

3. 484

4. 30°

5. 65

9 клас

1. 1005

2. 50°

3. $x = 24$, $y = 36$, $z = 90$

4. $99^{200} < 9999^{100}$

5. $y = x - 5$; $x \neq 5$

10 клас

1. $c = 3$, тому $(c + 2)$ ділиться на 5, а отже $(3c + 16)$ закінчується на 5

2. 21%

3. $y = 1 - x$, $x > 0$, $y = x - 1$, $x < 0$

4. 60 см^2

5. 150

11 клас

1. $y = 2x - 2$, $x \neq 2$

2. 84°

3. $\frac{9}{8}$

4. $-1; 0$

5. 32%

ЗАВДАННЯ

I (шкільного) ЕТАПУ ОЛІМПІАДИ

6 клас

1. Віз сіна кінь з'їдає за місяць, коза – за два, а вівця – за три місяці. За який час кінь, коза і вівця з'їдять віз сіна?
2. Знайдіть найменше натуральне число, яке не розв'язком нерівності $15x < 460$
3. Скільки кроликів і курей знаходяться у клітці, якщо всього голів 35, а ніг – 94?
4. Є 8 кг. квасолі і шалькові терези без гир. Як відважити за їх допомогою 3 кг. квасолі?

7 клас

1. З кошика взяли половину всіх яєць, потім – половину остачі, потім – половину нової остачі, нарешті – половину нової остачі. Після цього в кошику залишилося 10 яєць. Скільки яєць було в кошику спочатку?
2. По колу, довжина якого дорівнює 100 м, рухаються два тіла. Вони зустрічаються через кожні 20 с, рухаючись в одному напрямку і через кожні 4 с, рухаючись в протилежних напрямках. Знайдіть швидкість кожного тіла.
3. З 7 монет одна фальшива (більш легка). Як за допомогою 2-х зважувань на терезах знайти фальшиву монету?
4. Щоб піднятися на третій поверх будинку, треба пройти 48 сходинок. Скільки сходинок треба подолати, щоб піднятися на шостий поверх, якщо кількість сходинок між поверхами однакова?

8 клас

1. Обчисліть суму 999 дробів: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$
2. Один сплав складається з двох металів, маси яких відносяться, як 1:2, а другий містить ті самі метали, але їх маси відносяться, як 3:4. Скільки частин кожного сплаву треба взяти, щоб добути третій сплав, у якому маси тих самих металів відносились би, як 15:22?
3. Є 9 кг крупи і 2 гирі вагою 50 і 200 г. Як за допомогою трьох зважувань відважити 2 кг крупи?
4. Всередині рівностороннього трикутника ABC взято точку K. Доведіть, що $AK < BK + KC$

10 клас

1. Доведіть, що при будь-яких значеннях a, b, c, d правильна нерівність $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$
2. Знайдіть суму: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)$
3. Служивому воїну дано винагороду: за першу рану 1 коп., за другу – 2 коп., за третю – 4 коп., і т.д. Всього він отримав 655 крб. 35 коп. Скільки ран мав воїн?
4. Довжини трьох сторін трикутника дорівнюють a і b . Бісектриси кутів при третій стороні в результаті перетину утворюють кут 165° . Знайдіть площу трикутника.

11 клас

1. Доведіть, що коли $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, то $\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$
2. Знайдіть кути трикутника, якщо два з них відносяться, як 2:3, а протилежні їм сторони відносяться, як $1: \sqrt{2}$
3. В урні є 3 синіх, 8 білих і 9 чорних кульок одного розміру і маси. Яка ймовірність того, що вийняті з урни навмання дві кульки виявляться одного кольору?
4. При якому значенні m один з коренів рівняння $x^2 - 12x^2 + 9m = 0$ є квадратом другого кореня?

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

6 клас

(Кожне із завдань оцінюється 6 балами)

1. Два жуки змагаються з бігу на 50м. Перший жук пробігає 1м за 5с, а другий – за 4,6 секунд. Після кожних 10м жуки зупиняються на перепочинок. Перший на 10 секунд, а другий – на 15 секунд. Який жук фінішує першим?
2. Між деякими цифрами числа 123450 вставили три однакові цифри. Чи можна таким чином отримати просте число?
3. Павук за день піднімається на 2м, а за ніч спускається на 1м. Через скільки днів він долізе доверху, якщо висота стовпа 30м.

4. Ціну товару підвищили на 25%. На скільки відсотків потрібно знизити нову ціну, щоб одержати початкову ціну?

5. Записати замість літер цифри

$$\begin{array}{r} x \ abc \\ \underline{\quad ad \quad} \\ + 7ce \\ \underline{\quad abc \quad} \\ beee \end{array}$$

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

6 клас

1. Котра тепер година, якщо до закінчення доби залишилася п'ята частина часу, який пройшов від її початку?
2. На уроці математики Тарас записав деяке число. Потім він поділив його на 7 і додав 7, а отриманий результат помножив на 7. У відповіді отримав число 777. Яке число Тарас задумав спочатку?
3. У ребусі різні математичні фігури відповідають різним цифрам, а однакові – однаковим.

$$\begin{array}{r} \Delta \ \Delta \\ \times \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

Обчислити $O + + \Delta$.

$O \ 5$

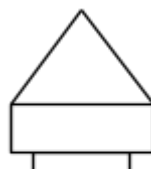
4. Є шестилітрова банка олії та дві порожні банки: трилітрова і чотирилітрова. Як налити 1 літр олії в трилітрову банку?

5. *Стародавня задача.* Селянин купував на ярмарку коня, корову і вівцю. За коня він віддав $\frac{5}{8}$ усіх своїх грошей, за корову – половину того, що дав за коня, за вівцю – останніх 5 карбованців. Скільки коштували кінь і корова?

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

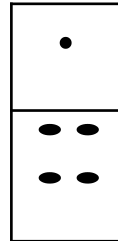
6 клас

1. Замість * поставити цифри так, щоб число $32*35717$ ділилося на 72.
2. 12 чоловік несуть 12 хлібин. Кожен чоловік несе 2 хлібини, кожна жінка несе $\frac{1}{2}$ хлібини, дитина – $\frac{1}{4}$ хлібини. Скільки чоловіків, жінок та дітей несли хліб?
3. Семеро гномів зібрали 28 грибів. Причому всі вони зібрали різну кількість грибів і не було жодної пустої корзини. Скільки грибів зібрав кожен гном?
4. «Вежа», зображена на малюнку, складається з трьох фігур: квадрата, прямокутника та рівностороннього трикутника. Периметри всіх фігур рівні. Сторона квадрата рівна 9 см. Знайти ширину прямокутника.



9 см

5. Комплект доміно складається з 28 кісток, що утворені всіма можливими комбінаціями кількостей крапок від 0 до 6 включно на кожній половинці. Скільки всього крапок в наборі доміно?



* Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

7 клас

1. Із 24 однакових діжок 5 заповнені водою до верху, 11 – наповнені наполовину, а 8 діжок порожні. Розділіть ці діжки між трьома людьми так, щоб кожному дісталось порівну діжок і однакова кількість води. (Переливати воду не дозволяється).
2. Розставити знаки „+” або „-”, (усього не більше 4-х знаків) між цифрами 987654321 таким чином, щоб цей вираз дорівнював 100.
3. Скільки коренів залежно від a має рівняння (кажуть a – параметр).
$$a(x - 1) + 5a = 8(x + a) + 1.$$
4. В квадратній таблиці 10x10 деякі клітинки пофарбовані. Кожна зафарбована клітинка є єдиною зафарбованою клітинкою або в рядку або в стовпчику таблиці. Яку найбільшу кількість клітинок можна зафарбувати?
5. Довести, що будь-яке трицифрове число, записане однаковими цифрами, ділиться на 37.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

7 клас

(Кожне із завдань оцінюється 6 балами)

1. Знайти два числа, якщо їх сума дорівнює 2285, а при діленні більшого з них на 7 у частці утвориться менше з чисел, а в остачі 5.

2. В Афінах була водойма з трьома трубами. Перша труба могла наповнити водойму за 1 годину, друга – за 2 години, а третя за 6 год. За який час усі три труби, працюючи разом, могли наповнити водойму?
3. Скільки різних прямих можна провести через 8 точок, з яких ніякі три не лежать на одній прямій?
4. Розв'язати рівняння $|14 - |2x+3||=5$.
5. В коло за руки взяли 2010 осіб: лицарі і брехуни. Лицарі завжди кажуть правду, брехуни завжди брешуть. На питання: «Хто твій сусід справа?» кожен відповів: «Брехун». Скільки було брехунів? Відповідь обґрунтувати.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
7 клас

1. У чотирьох братів – 45 грн. Якщо гроші першого збільшити на 2 грн., а гроші другого зменшити на 2 грн., третього збільшити вдвоє, а гроші четвертого зменшити в 2 рази, то у них стане порівну грошей. Скільки гривень у кожного?
2. Знайти значення X і Y , які б задовольняли рівняння:
$$2(X - 2) + 2(Y - 3) = 0$$
3. На аркуші намальовано 7 ялинок. Потрібно трьома прямими лініями розрізати аркуш так, щоб у кожній частині була одна ялинка.



4. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 13. Якщо переставити цифри місцями і від отриманого числа відняти перше число, то в результаті дістанемо 27. Знайти дане число.
5. Знайти цифри, які відповідають буквам, щоб отримана сума була рівна даному числу:

$$\begin{array}{r}
 a \ b \ v \ z \\
 + \quad a \ b \ v \\
 + \quad \underline{a \ b}
 \end{array}$$

* Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
8 клас

1. Пройшовши половину шляху, пароплав збільшив швидкість на 25 %, тому прибув у пункт призначення на півгодини раніше зазначеного строку. За скільки годин пароплав подолав весь шлях?

2. Розв'язати рівняння:

$$I x + 5 - I x - 8 II = 3 - x$$

3. Кішка з кошеням з'їдають , куплений господарем, корм за 8 днів. Якби кішку годували одну, то їй вистачило б корму на 11 днів. На скільки повних днів вистачило б корму кошеняті ?

4. На уроці математики Тарас записав деяке число. Потім він поділив його на 7 і додав 7, а потім отриманий результат помножив на 7. У відповіді отримав 777. Яке число Тарас записав спочатку ?

5. У прямокутному трикутнику ABC точка M – середина гіпотенузи AB. Знайти величину $\angle BMC$, якщо $\angle A = 60^\circ$.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

8 клас

1. На стороні AB квадрата ABCD зовні його побудований рівносторонній трикутник ABK. Знайти довжину радіуса кола, описаного навколо трикутника CDK, якщо сторона квадрата рівна a .
2. У школі відбулося три олімпіади. В кожній з них брали участь по 50 школярів. При цьому, 60 учнів приходили тільки на одну олімпіаду, а 30 учнів – рівно на дві. Скільки учнів брали участь в усіх трьох олімпіадах?
3. Довести, що значення виразу $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ при будь-якому натуральному n кратне 10.

4. Розв'язати систему рівнянь:
- $$\begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = 3 \\ z + x = 5 \end{cases}$$

* Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

8 клас

1. Знайти два числа, якщо їх сума дорівнює 2285, а при діленні більшого з них на 7 у частці утвориться менше з чисел, а в остачі 5.
2. В Афінах була водойма з трьома трубами. Перша труба могла наповнити водойму за 1 годину, друга – за 2 години, а третя за 6 год. За який час усі три труби, працюючи разом, могли наповнити водойму?
3. Спростити вираз

$$\frac{x^3}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^3}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^3}{(z-x)(z-y)}$$

4. Микола з сином і Петро з сином були на рибалці. Микола спіймав стільки ж риби, скільки і його син, а Петро – втричі більше, ніж його син. Всього було спіймано 25 риби. Як звати сина Петра?
5. За допомогою циркуля і лінійки розділити на три рівні частини кут 54° .

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

9 клас

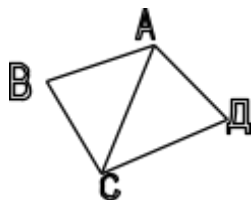
1. Кожного дня народження Оксана отримує в подарунок стільки квіток, скільки років їй виповнилося. Ці квіти засушуються і зберігаються у гербарії. Зараз в Оксани 120 квіток. Скільки їй років ?
2. При якому значенні a сума квадратів коренів рівняння $x^2 + ax + a - 2 = 0$ є найменшою ? Чому дорівнює ця сума ?
3. Якщо сума чисел в рядках однакова, то яке значення має *

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	-----

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

4. Розв'язати нерівність : $\frac{\sqrt{x-a}}{|x-2|} \geq 0$

5. У чотирикутнику ABCD AD = BC, $\angle DAC = 50^\circ$, $\angle BAC = 65^\circ$, $\angle ACB = 70^\circ$.
Тоді $\angle ABC =$



Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 9 клас

1. Обчислити значення виразу:

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}, \text{ якщо } xyz = 1$$

2. Розкласти на множники

$$(a^2 + b^2)^3 + (c^2 - a^2)^3 - (b^2 + c^2)^3$$

3. AK – медіана трикутника ABC. Точка O – середина медіани AK, M – точка перетину прямої CO зі стороною AB, BO = BK = CK. Довести, що AM = OM.

4. Розташуйте числа $a = 2^{45}$, $b = 3^{36}$, $c = 4^{27}$, $d = 5^{18}$ у порядку спадання.

* Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

9 клас

(Кожне із завдань оцінюється 6 балами)

1. Торговець мав кілька штук однакових годинників. Якщо він їх усіх продасть по 13 гривень, то матиме 54 гривні збитку, а якщо продасть по 18 гривень, то набере 81 гривню. Скільки було годинників і якої вартості?

2. Доведіть, що для натуральних a

$$\text{число } \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5} \text{ також натуральне.}$$

3. Розв'яжіть рівняння: $x^4 + 7x^2 - 12x + 5 = 0$

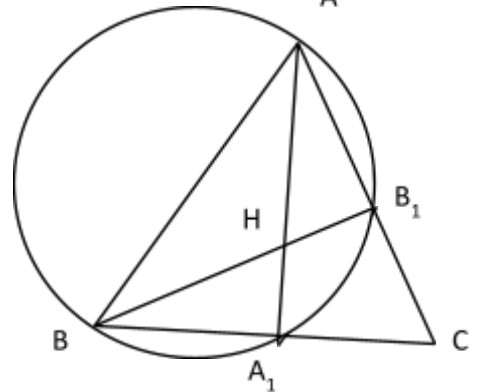
4. Знайти значення параметра a , при яких сума квадратів коренів рівняння $x^2 - ax + 3a - 8 = 0$ буде менша 8.

5. Доведіть, що відрізок, який з'єднує вершину прямого кута з центром квадрата, побудованого зовні на гіпотенузі, ділить прямий кут пополам. Виразіть довжину цього відрізка через катети трикутника.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

9 клас

1. Якщо день народження учня помножити на 12, а номер місяця на 31, то сума отриманих добутків дорівнює 170. Коли народився учень?
2. Знайти значення параметра a , при яких сума квадратів коренів рівняння $x^2 - ax + 3a - 8 = 0$ буде менша 8.
3. В гострокутному трикутнику ABC висоти AA_1 та BB_1 перетинаються в точці H . Знайти A_1B_1 , якщо $AB=6\text{см}$, $\sin \angle HAB_1 = \frac{2}{3}$.



4. Побудувати графік функції $y = \sqrt{4 + 4x + x^2} - \sqrt{4 - 4x + x^2}$.
5. Розв'язати рівняння $x^3 - 3x - 2 = 0$.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

10 клас

1. Площа трикутника дорівнює S , його сторона дорівнює a , а протилежний кут – α . Знайти суму двох інших сторін.
2. Знайти значення m , при якому нерівність $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$ виконується для будь-яких значень x .
3. Серед 18 деталей, які розташовані в ряд, деякі три, що стоять поруч, важать по 99 г., а всі інші – по 100 г. Двома зважуваннями на вагах визначити всі 99-ти грамові деталі.

4. Яку найменшу кількість точок треба стерти, для того, щоб жодні три точки не лежали на одній прямій ?

* * * * *

* * *

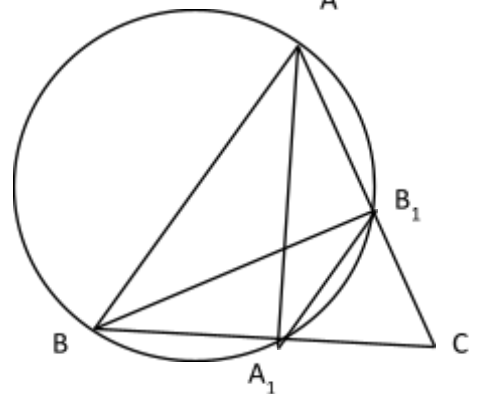
*

Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

10 клас

1. Обчисліть $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(\alpha + \beta)$, якщо $\cos \beta = 17 \cos(2\alpha + \beta)$.
2. Скільки розв'язків в залежності від параметра a має система $\{|x| + |y| = a, x^2 + y^2 = 4\}$?
3. Довжини сторін прямокутного трикутника є цілі числа. Чи можуть довжини обох катетів бути непарними числами?
4. Сума кубів довжин сторін трикутника дорівнює m^3 . Доведіть, що площа трикутника не більша $\frac{m^2 \sqrt{3}}{4}$.
5. В гострокутному трикутнику ABC висоти AA_1 та BB_1 перетинаються в точці H . Знайти A_1B_1 , якщо $AB=6\text{см}$, $\sin \angle HAB_1 = \frac{2}{3}$.



Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

10 клас

1. При яких значеннях a і b графік функції $y = ax^2 + bx - 4$ проходить через точки $A(1;-1)$ і $B(-2;2)$?

2. Доведіть, що при $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ виконується нерівність:

$$(a+15)(b+3)(c+5) \geq 120\sqrt{abc}$$

3. На кожній стороні п'ятикутника записано натуральне число так, що числа на суміжних сторонах є взаємно простими, а числа на несуміжних сторонах мають найбільший спільний дільник, відмінний від 1. одне з чисел, наведених у відповідях, ніколи не може бути записане на стороні п'ятикутника. Яке?

А: 10 Б: 14 В: 19 Г: 21 Д: 22

4. У підводного царя служать восьминоги із шістьма, сімома або вісьмома ногами. Ті, у кого 7 ніг, завжди брешуть, а в кого 6 або 8 ніг, - завжди говорять правду. Зустрілися чотири восьминоги. Синій сказав: «Разом у нас 28 ніг», зелений сказав: «Разом у нас 27 ніг», жовтий сказав: «Разом у нас 26 ніг», червоний: «Разом у нас 25 ніг». Якого кольору восьминіг, який сказав правду?

А: червоний Б: Синій В: зелений Г: жовтий

5. Знайдіть множину значень функції

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1}$$

6. Точки А, В, і С, що не лежать на одній прямій, є паралельними проекціями трьох послідовних вершин правильного шестикутника. Побудуйте проекцію трьох інших вершин цього шестикутника.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

11 клас

1. Знайдіть усі значення k , при яких пряма

$$y = kx - \frac{k^2}{4a} + c$$

дотикається до параболи

А	Б	$y = ax^2 + c$ В	Г	Д
$k = 1$;	$k = 2010$;	таких k не існує;	$k \in [-1; 1]$	$k \in R$

2. Область визначення функції $y = \log_2(a - |x - b|)$ співпадає з інтервалом $(-3; 5)$. Найбільше значення цієї функції:

А: дорівнює 0; **Б:** дорівнює 1; **В:** дорівнює 2;
Г: залежить від значень параметра a, b ; **Д:** не існує.

3. Дві порожні посудини у формі кубів мають площі основ 1 дм^2 і 4 дм^2 . Яку найменшу кількість разів потрібно використати малу посудину для того, щоб наповнити велику водою доверху?

А: 2 рази; Б: 4 рази; В: 6 разів; Г: 8 разів; Д: 16 разів

4. На колі взято точки A, C_1, B, A_1, C, B_1 в названому порядку. Довести, що коли прямі AA_1, BB_1, CC_1 , є висотами трикутника ABC , то вони є бісектрисами кутів трикутника $A_1 B_1 C_1$.

5. Скільки існує прямокутних трикутників з вершинами у вершинах правильного 14-кутника.

6. Розв'язати рівняння $\sqrt{2x^2 + 7x - 9} + |\sin(\pi x) + 1| = 0$

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

11 клас

- Обчисліть $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(\alpha + \beta)$, якщо $\cos \beta = 17 \cos(2\alpha + \beta)$.
- Скільки коренів має рівняння $x + \frac{1}{x} = 2^{-|x|+1}$?
- Учитель на 24 роки старший від середнього віку учнів у даному класі і на 22 роки старший від середнього віку учнів цього ж класу разом з ним. Скільки учнів у класі?
- Вкладник поклав 2010 грн в банк на 10 років. В якому випадку він отримає більше грошей: якщо раз на рік йому нараховуватимуть 12% від суми на рахунку чи якщо кожний місяць йому нараховуватимуть 1% від суми на рахунку?
- На колі взято точки A, C_1, B, A_1, C, B_1 в названому порядку. Довести, що коли прямі AA_1, BB_1, CC_1 , є висотами трикутника ABC , то вони є бісектрисами кутів трикутника $A_1 B_1 C_1$.

Завдання I етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

11 клас

1. Спростити вираз: $\sqrt{\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{\operatorname{Ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}}$.

2. Знайти суму коренів рівняння: $|\sqrt{2}|x| - \sqrt{5}| = \frac{1}{\sqrt{3}}x^2 + \sqrt{11}|x|$

3. На стороні AC трикутника ABC лежить точка K так, що $AK=2KC$ і $\angle ABK = 2\angle KBC$. Нехай t . O – основа перпендикуляра, опущеного з точки A на відрізок BK , а t . M – основа перпендикуляра, опущеного з точки O на сторону BC . Довести, що пряма MO ділить сторону AC навпіл.
4. На одній з фірм працюють 10 співробітників. Кожен місяць директор фірми підвищує зарплату на 1 грн. рівно 9 співробітникам (за своїм вибором). Як директору потрібно підвищувати зарплату так, щоб зробити її однаковою для всіх співробітників ? (На момент заснування фірми зарплата кожного співробітника була різною і складала ціле число грн..)
-

- Кожне правильно розв'язане завдання – 8 балів.