تطبيق 01:

يتكون قسم من 12طالبا و 8طالبات ، نريد اختيار لجنة مكونة من خمسة أشخاص .

بكم طريقة يتم اختيار اللجنة في الحالات التالية :

1) اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب و طالبتين .

2) أن يكون في اللجنة طالبتين على الأكثر .

3) أن يكون في اللجنة طالبتين على الأقل .

4) أن يكون الطالب عبد الرحمان في اللجنة .

حل تطبيق 1 :

1)عدد طرق اختيار لجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب و طالبتين هو : $C_{12}^3 \times C_8^2 = 220 \times 28 = 6160$

2)عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأكثر هو:

$$C_{12}^3 \times C_8^2 + C_{12}^4 \times C_8^1 + C_{12}^3 \times C_8^0 = 6160 + 3960 + 792 = 10912$$

3) عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأقل هو :

$$C_{12}^3 \times C_8^2 + C_{12}^2 \times C_8^3 + C_{12}^1 \times C_8^4 + C_{12}^0 \times C_8^5 = 6160 + 3696 + 840 + 56 = 10752$$

طريقة 2:

عدد طرق اختيار لجنة بها طالبة واحدة على الأكثر هو: $C_{12}^4 \times C_8^1 + C_{12}^5 \times C_8^0 = 3960 + 792 = 4752$

ومنه عدد طرق اختيار لجنة بها طالبتين على الأقل هو : $C_{20}^5 - 4752 = 15504 - 4752 = 10752$

4) عدد طرق اختيار لجنة بحيث يكون الطالب عبد الرحمان أحد أعضائها هو : $C_{19}^4 \times C_1^1 = 3876$

تطبيـــــــــــق2:

يحتوي كيس على 2كرات بيضاء إحداهما تحمل الرقم1 و الأخرى تحمل الرقم2 و 3 كرات حمراء تحمل الأرقام 2

و 4 كرات خضراء مرقمة من 1 الى 4 .

نسحب 3 كرات في آن واحد من هذا الكيس . أحسب عدد الطرق الممكنة لسحب :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون . ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم . ج) كرة بيضاء على الأقل .

د) كرة خضراء على الأكثر . هـ) مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 6

الـــحل: أ) ثلاث كرات حمراء أو ثلاث كرات خضراء: $C_3^3 + C_4^3 = 5$ طريقة .

ب) ثلاث كرات تحمل الرقم 2 من مجموع 5 كرات تحمل الرقم2 : $C_5^3 = 10$ طريقة .

ج) (كرة بيضاء و 2 كرات من غير البيضاء) أو (2 كرات بيضاء و كرة من غير البيضاء) .

معناه توجد: $C_2^1 \times C_7^2 + C_2^2 \times C_7^1 = 49$ طريقة .

د) (كرة خضراء و 2 كرات من غير الخضراء) أو (3 كرات من غير الخضراء) .

معناه توجد: $C_4^1 \times C_5^2 + C_5^3 = 50$ طريقة .

هـ) (3كرات تحمل رقم2) أو (كرة تحمل رقم1 و كرة تحمل رقم2 و كرة تحمل رقم3)

أو (2كرات تحمل رقم1 و كرة تحمل رقم4).

معناه توجد: $C_5^3 + C_2^1 \times C_5^1 \times C_1^1 + C_2^2 \times C_1^1 = 21$ طريقة .

تطبيـــــــــــــق3:

يحتوي كيس على 12 كرية منها 5 بيضاء .

نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد (كل السحبات لها نفس الاحتمال) ونعتبر أن سحب كرية بيضاء يعطي ربحا قدره m دينارا وأن سحب كرية غير بيضاء يعطي خسارة قدرها 100 دينار و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحصل عليه.

1)عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي .

2)عين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة.

3)نفرض أن $m = 140$ ، احسب احتمال الحادثة $(X \geq 100)$.

الحـــــــــل: 1) تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X : لدينا

$X(\Omega) = \{-300; m-200; 2m-100, 3m\}$.

$p(X=-300) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{44}$ ، $p(X=m-200) = \frac{C_5^1 \times C_7^2}{C_{12}^3} = \frac{21}{44}$ ، $p(X=2m-100) = \frac{C_5^2 \times C_7^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{22}$ ،

$p(X=3m) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}$

x	-300	$m-200$	$2m-100$	$3m$
$p(X=x)$	$\frac{7}{44}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{1}{22}$

حساب الأمل الرياضياتي :

$$E(X) = \left(-300 \times \frac{7}{44}\right) + \frac{21}{44} \times (m-200) + \frac{7}{22} \times (2m-100) + 3m \times \frac{1}{22} = \frac{55m-7700}{44} = \frac{5m-700}{4}$$

2) تعيين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة: تكون اللعبة عادلة من أجل $E(X)=0$ أي $m = \frac{700}{5} = 140$

3)احتمال الحادثة $(X \geq 100)$ هو : $p(X \geq 100) = p(X=180) + p(X=420) = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$

تطبيـــق4:

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه أحمد و امرأة واحدة اسمها سارة، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " تكوين لجنة تضم 3 رجال ".

B " تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

C " تكوين لجنة تضم أحمد ".

D " تكوين لجنة تضم إما أحمد أو سارة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

حل تطبيق4

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^3 = \boxed{220}$

$$P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \boxed{\frac{14}{55}} \quad , \quad P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(C) = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \boxed{\frac{1}{4}} \quad , \quad P(D) = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \boxed{\frac{9}{22}}$$

2) أ) القيم التي يأخذها X هي : 3،2،1،0

قانون احتمال X : لدينا :

$$P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \boxed{\frac{1}{55}} \quad , \quad P(X=1) = P(B) = \boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \boxed{\frac{28}{55}} \quad , \quad P(X=3) = P(A) = \boxed{\frac{14}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{1}{55}+1\times\frac{12}{55}+2\times\frac{28}{55}+3\times\frac{14}{55}=\boxed{2}$

الانحراف المعياري :

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}(x_i-E(X))^2 p_i=(0-2)^2\frac{1}{55}+(1-2)^2\frac{12}{55}+(2-2)^2\frac{28}{55}+(3-2)^2\frac{14}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

تطبيـــــــــــــق5: رقم 15 ص218

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء .

1) نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات الممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ جـ) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء ونسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم: $X_n=n^2+9n+21$

ب) كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n=10713$

الحـــــــــــل :

1) أ) كرة بيضاء تعني (كرة بيضاء وكرتان سوداوتان): $C_5^1\times C_4^2=5.6=30$

ب) كرة بيضاء على الأقل : $C_5^1\times C_4^2+C_5^2\times C_4^1+C_5^3=5.6+10.4+10=80$

جـ) هو الحادث العكسي لـ " ثلاث كرات من نفس اللون " : $C_9^3-\left(C_4^3+C_5^3\right)=84-(4+10)=70$

2) عدد الكرات البيضاء $n+5$ و عدد الكرات السوداء $n+4$

أ) $X_n=C_{n+5}^2+C_{n+4}^2=\frac{(n+5)(n+4)}{2!}+\frac{(n+4)(n+3)}{2!}=n^2+9n+21$

ب) $X_n=10713$ $n^2+9n-10692=0$ لدينا $\Delta=42849=207^2$ ومنه $n=-108$ (مرفوض) أو $n=99$ (مقبول)