

Fai lo sviluppo in serie di Mc Laurin arrestato al grado 5 di $y = \sin(2x^2 - x) + \cos(x)$

Si parte dallo sviluppo in serie di Mc Laurin di seno e coseno

$$\begin{aligned} \sin(x) &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \\ \cos(x) &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \end{aligned}$$

sostituiamo nello sviluppo di seno $2x^2 - x$ al posto di x e svolgiamo i calcoli

$$\sin(2x^2 - x) = (2x^2 - x) - \frac{(2x^2 - x)^3}{6} + \frac{(2x^2 - x)^5}{5!} + \text{altre quantità di grado maggiore di 5}$$

per indicare le quantità di grado maggiore di 5 si indica questo simbolo $o(x^5)$ che si legge 'o-piccolo di x alla quinta' e indica un infinitesimo di grado superiore a x^5 .

Svolgiamo ora i calcoli

$$\begin{aligned} \sin(2x^2 - x) &= -x + 2x^2 - \frac{8x^6 - 12x^5 + 6x^4 - x^3}{6} + \\ &+ \frac{x^5 + \text{altri termini di grado superiore a 5 e che non calcolo perchè non richiesti}}{5!} \end{aligned}$$

Sommiamo lo sviluppo di coseno; per indicare le quantità di grado maggiore di 5 si indica questo simbolo $o(x^5)$ che si legge 'o-piccolo di x alla quinta' e indica un infinitesimo di grado superiore a x^5 .

$$\begin{aligned} y &= -x + 2x^2 - 2x^5 + x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + o(x^5) \\ y &= 1 - x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x^3}{6} + \frac{5}{4}x^4 - \frac{239}{120}x^5 + o(x^5) \end{aligned}$$