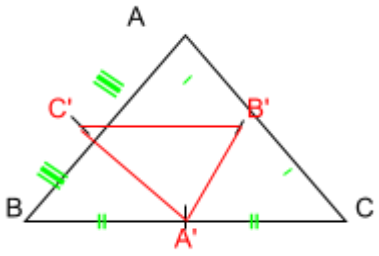
$ABC$ مثلث ، $C$ ، $B'$ ، $A'$ منتصفات أضلاعه $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$ على الترتيب.

*1)* بين أن المثلثين $ABC$ و $A'B'C$ متشابهان ، وعين نسبة التشابه.

*2)* أحسب النسبة $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')}$ .

**الحل :**

*1)* تبيان أن المثلثين $ABC$ و $A'B'C$ متشابهان ، وتعيين نسبة التشابه.




لدينا : $C$ ، $B'$ ، $A'$ منتصفات أضلاعه $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$ على الترتيب.

إذن حسب نتيجة مبرهنة طاليس فإن : $(A'B') // (AB)$ و $A'B' = AC' = BC$

ومنه : الربعان $AB'A'C$ و $BA'B'C$ متوازيا أضلاع

إذن كل زاويتان متقابلتان هما متقايستان أي : $\widehat{AB'} = \widehat{A'B'}$

و $\widehat{BA'} = \widehat{B'A'}$ ومنه : $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$ و $\widehat{BA} = \widehat{B'A'}$

إذن المثلثان $ABC$ و $A'B'C$ متشابهان.

النقط المتماثلة : $A$ ، $B$ ، $C$

$A'$ ، $B'$ ، $C$

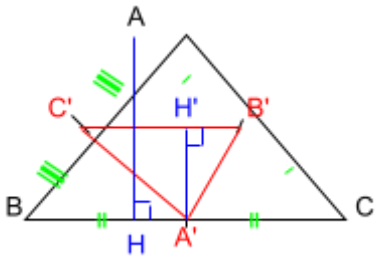
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$$

ومنه نسبة التشابه (التكبير) هي $2$ .

*2)* حساب النسبة $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')}$ .

$H$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على $(BC)$

و $H'$ هي المسقط العمودي للنقطة $A'$ على $(B'C')$.




المثلثان القائمان $AHB$ و $A'H'B'$ متشابهان لأن لهما زاويتان قائمتان

و $\widehat{BA} = \widehat{B'A'}$ أي : $\widehat{HBA} = \widehat{H'B'A'}$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} = 2$$

ومنه : $AH = 2\,A'H'$ .

مساحة $(ABC)$ مساحة $= 2 \times BC \times AH = (2B'C')(2A'H') = 4(B'C' \times A'H') = 4 \times$ مساحة $(A'B'C)$

إذن : $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')} = 4$ .