

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL
BÀI 22. TÍNH NHANH QUÃNG ĐƯỜNG VẬT CHUYỂN ĐỘNG

Quãng đường đi được của một vật : Một vật chuyển động có vận tốc thay đổi theo thời gian , $v = f(t)$ trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_1 thì quãng đường vật đi được là :

$$S = \int_{t_0}^{t_1} f(t) dt$$

VD1-[Câu 24 Đề minh họa BGD-ĐT lần 1 năm 2017]

Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10(m/s)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh tới khi dừng hẳn, ô tô còn đi được bao nhiêu mét ?

A. $0,2m$

B. $2m$

C. $10m$

D. $20m$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

□ Ta có quãng đường $S(t) = v(t).t$. Vì phân 2 vế theo t ta được

$$S'(t).dt = v(t).dt \Leftrightarrow S'(t) = v(t)$$

$$\Rightarrow S(t) \text{ là 1 nguyên hàm của } v(t) \Rightarrow S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

□ Khi xe dừng hẳn thì vận tốc tại điểm dừng $= 0 \Leftrightarrow 0 = -5t + 10 \Leftrightarrow t = 2$

Chọn gốc thời gian $t_0 = 0$ thì $t_1 = 2$

$$S = \int_0^2 (-5t + 10) dt$$

Quãng đường là

Sử dụng máy tính Casio với chức năng tính tích phân

y(p5Q)+10)R0E2=

Math ▲

$$\int_0^2 (-5X+10) dx$$

10

Quãng đường $S = 10m$. Vậy đáp án chính xác là C

❖ **Bình luận :**

- Nhắc lại kiến thức quan trọng nhất của Tích phân : Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$

- Chính áp dụng kiến thức trên ta thấy $S' = v(t) \Rightarrow S$ là một nguyên hàm của $v(t)$

$$\Rightarrow S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

VD2-[Đề cương chuyên KHTN Hà Nội năm 2017]

Lúc 9h sáng, một ô tô bắt đầu xuất phát từ Nhà hát Lớn thành phố Hà Nội đi thành phố Hồ Chí Minh. Trong 1 giờ đầu tiên, vì xe đi trong nội thành nên tốc độ di chuyển chưa nhanh, xe ô tô đi với vận tốc $v(t) = 0,5 + 0,2 \cdot \cos \pi t$ (km/phút), trong đó t là thời gian kể từ lúc xe ô tô xuất phát được tính bằng đơn vị phút. Hỏi lúc 9h10' x ô tô đi được quãng đường bao nhiêu km?

A. 0,7

B. 5

C. 0,3

D. 5,2

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Ta có quãng đường $S(t) = v(t) \cdot t$. Vì phân 2 vế theo t ta được

$$S'(t) \cdot dt = v(t) \cdot dt \Leftrightarrow S'(t) = v(t)$$

$$\Rightarrow S(t) \text{ là 1 nguyên hàm của } v(t) \Rightarrow S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

- Chọn gốc thời gian lúc 9h là $t_0 = 0$ thì lúc 9h10' là $t_1 = 10$

$$S = \int_0^{10} (0.5 + 0.2 \cos \pi t) dt$$

Quãng đường là

Sử dụng máy tính Casio với chức năng tích phân

qw4y(0.5+0.2kqKQ)))R0E10=

$$\int_0^{10} (0.5 + 0.2 \cos(\pi t)) dt = 5$$

Quãng đường $S = 5m$. Vậy đáp án chính xác là **B**

❖ Bình luận :

- Bài toán rất chuẩn mực về phép tính toán, con số ra cũng phản ánh tình trạng tắc xe tồi tệ ở Hà Nội khi 10^s chỉ đi được có 5m

VD3-[Thi thử chuyên Hạ Long – Quảng Ninh lần 1 năm 2017]

Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức

$v(t) = 3t + 2$, thời gian được tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đó di chuyển được tính theo đơn vị m . Biết tại thời điểm $t = 2(s)$ thì vật di chuyển được quãng đường là $10(m)$.

Hỏi tại thời điểm $t = 30(s)$ thì vật di chuyển được quãng đường dài là bao nhiêu?

A. 1410m

B. 1140m

C. 300m

D. 240m

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Ta có quãng đường $S(t) = v(t) \cdot t$. Vì phân 2 về theo t ta được
- $$S'(t) \cdot dt = v(t) \cdot dt \Leftrightarrow S'(t) = v(t)$$

$$\Rightarrow S(t) \text{ là 1 nguyên hàm của } v(t) \Rightarrow S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

- Chọn thời gian lúc đầu là t_0 sau 2 giây thì $t_1 = t_0 + 2$

$$S = \int_{t_0}^{t_0+2} (3t+2) dt$$

Quãng đường là

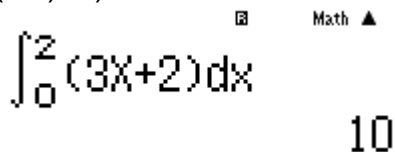
$$\int_{t_0}^{t_0+2} (3t+2) dt = 10(m)$$

Để tìm t_0 ta thiết lập quan hệ t_0 . Ta dự đoán t_0 có thể là 0 ; 1 ;

2... và ta tiến hành thử với $t_0 = 0$

Sử dụng máy tính Casio với chức năng tích phân

y(3Q)+2)R0E2=



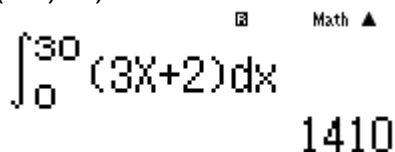
$\int_0^2 (3x+2) dx$
10

Ta thấy kết quả ra $10(m)$ vậy dự đoán của ta đúng và $t_0 = 0$

$$S_1 = \int_{t_0}^{t_0+30} (3t+2) dt = \int_0^{30} (3t+2) dt$$

- Quãng đường vật đi được sau 30 giây là :

y(3Q)+2)R0E30=



$\int_0^{30} (3x+2) dx$
1410

Ta thấy $S_1 = 1410(m)$ và A là đáp án chính xác

❖ Bình luận :

- Mốc thời gian ban đầu không nhất thiết phải bằng 0 tuy nhiên khi sử dụng phép thử để tìm t_0 thì ta luôn ưu tiên $t_0 = 0$

VD4-[Thi thử chuyên Hạ Long – Quảng Ninh lần 1 năm 2017]

Một vận động viên đua F_1 đang chạy với vận tốc $10(m/s)$ thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6(m/s^2)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10(s)$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu ?

A. 1100m

B. 400m

C. 1010m

D. 1110m

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Ta có quãng đường $S(t) = v(t) \cdot t$. Vì phân 2 vế theo t ta được
- $$S'(t) \cdot dt = v(t) \cdot dt \Leftrightarrow S'(t) = v(t)$$

$$\Rightarrow S(t) \text{ là 1 nguyên hàm của } v(t) \Rightarrow S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

- Vận tốc của xe $v(t) = v_0 + a(t) \Rightarrow v(t) = 10 + 6t$

Chọn gốc thời gian lúc xe bắt đầu tăng tốc là $t_0 = 0$ vậy $t_1 = t_0 + 10 = 10$

$$S = \int_0^{10} (10 + 6t) dt$$

Quãng đường là

Sử dụng máy tính Casio với chức năng tích phân

y(10+6Q))R0E10=

□ Math ▲

$$\int_0^{10} (10+6X)dx$$

400

Ta thấy kết quả ra $400(m)$ vậy **B** là đáp án chính xác

❖ Bình luận :

- Ta có thể giải theo công thức vật lý : $S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 10 \cdot 10 + \frac{6 \cdot 10^2}{2} = 400(m)$

Bài 1-[Thi thử THPT Lương Thế Vinh – HN lần 2 năm 2017]

Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t = 0$ chuyển động với vận tốc $v(t) = t(5 - t)$ (m/s).
Tính quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng hẳn

- A. $\frac{125}{12}(m)$ B. $\frac{125}{9}(m)$ C. $\frac{125}{3}(m)$ D. $\frac{125}{6}(m)$

Bài 2-[Thi thử Group nhóm toán Facebook năm 2017]

Học sinh lần đầu thử nghiệm tên lửa tự chế phóng từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc $15m/s$. Hỏi sau $2.5s$ tên lửa lên đến độ cao bao nhiêu? Giả sử bỏ qua sức cản của gió,

tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực $g = 9.8(m/s^2)$

- A. $62.25m$ B. $6.875m$ C. $68.125m$ D. $30.625m$

Bài 3-[Bài 15 trang 153 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 10(m/s)$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2 (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong thời gian $10(s)$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

- A. 996m B. 1200 C. 1680m D. 3600m

Bài 4-[Đề cương chuyên KHTN Hà Nội năm 2017]

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} (m/s)$. Quãng đường di chuyển của vật đó trong khoảng thời gian $1,5$ giây chính xác đến $0,01(m)$ là :

- A. 0,32m B. 0,33m C. 0,34m D. 0,35m

Bài 5-[Thi thử nhà sách Lovebook lần 1 năm 2017]

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ với a, b là các tham số. Ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

- A. $8400m^3$ B. $2200m^3$ C. $600m^3$ D. $4200m^3$

Bài 1-[Thi thử THPT Lương Thế Vinh – HN lần 2 năm 2017]

Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t = 0$ chuyển động với vận tốc $v(t) = t(5-t) (m/s)$. Tính quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng hẳn

- A. $\frac{125}{12}(m)$ B. $\frac{125}{9}(m)$ C. $\frac{125}{3}(m)$ D. $\frac{125}{6}(m)$

GIẢI

- Thời điểm $t_0 = 0$ vật ở trạng thái nghỉ. Tại thời điểm t_1 ($t_1 > t_0$) vật dừng lại hẳn khi đó $v(t) = 0$

$$\Leftrightarrow t_1(5-t_1) = 0 \Leftrightarrow t_1 = 5$$

- Vận tốc là một hàm biến thiên theo thời gian, đồng thời $v(t)$ liên tục trên miền $[0;5] \Rightarrow$ Quãng đường vật di chuyển từ trạng thái nghỉ đến khi dừng hẳn là :

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = \int_0^5 t(5-t) dt = \frac{125}{6}$$

yQ)(5pQ))R0E5=

Math ▲

$$\int_0^5 x(5-x) dx = \frac{125}{6}$$

$\Rightarrow$ D là đáp án chính xác

Chú ý : Vận tốc của vật theo thời điểm nếu biểu diễn trên trục tọa độ Oxy sẽ là một Parabol .
Dựa vào đó nếu đề bài yêu cầu tìm thời điểm để vật có vận tốc lớn nhất thì ta dựa vào tọa độ

đỉnh của Parabol suy ra $t = \frac{5}{2}$ và vận tốc lớn nhất vật có thể đạt được là $v\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4} (m/s)$

Bài 2-[Thi thử Group nhóm toán Facebook năm 2017]

Học sinh lần đầu thử nghiệm tên lửa tự chế phóng từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc $15m/s$. Hỏi sau $2.5s$ tên lửa lên đến độ cao bao nhiêu ? Giả sử bỏ qua sức cản của gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực $g = 9.8(m/s^2)$

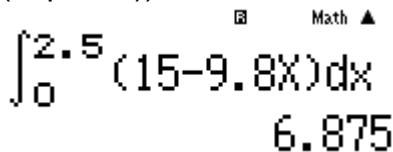
A. $62.25m$ B. $6.875m$ C. $68.125m$ D. $30.625m$

GIẢI

- Phương trình vận tốc theo thời gian $v(t) = v_0 + gt = 15 - 9.8t$
- Vì hàm $v(t)$ liên tục trên miền $[0; 2.5]$ nên quãng đường vật di chuyển từ thời điểm $t_0 = 0$ đến thời điểm $t_1 = 2.5(s)$ được tính theo công thức :

$$S = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = \int_0^{2.5} (15 - 9.8t) dt = 6.875(m)$$

y(15p9.8Q))R0E2.5=n



$$\int_0^{2.5} (15 - 9.8x) dx = 6.875$$

$\Rightarrow$ Nếu chọn thì chọn đáp án B

Chú ý : Nếu xét theo phân loại dạng vật lý thì đây là dạng bài chuyển động thẳng đứng

Bài 3-[Bài 15 trang 153 Sách giáo khoa giải tích nâng cao 12]

Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 10(m/s)$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2 (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong thời gian $10(s)$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

A. $996m$ B. 1200 C. $1680m$ D. $3600m$

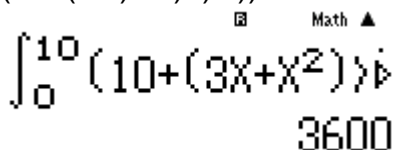
GIẢI

- Ta có vận tốc $v(t) = v_0 + at = 10 + (3t + t^2)t$ và $v(t)$ là một hàm biến thiên theo thời gian và liên tục trên $R \Rightarrow$ Quãng đường vật di chuyển từ thời điểm $t_0 = 0$ đến thời điểm

$$S = S(t) = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = \int_0^{10} (10 + (3t + t^2)t) dt = 966(m)$$

$t_1 = 10$ được tính theo công thức

y(10+(3Q+Q)d)Q))R0E10=



$$\int_0^{10} (10 + (3x + x^2)x) dx = 3600$$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

Chú ý : Ta phải nhớ rõ công thức $v(t) = v_0 + at$ với $a = 3t + t^2$ tránh nhầm lẫn $at = 3t + t^2$
 $\Rightarrow v(t) = 10 + 3t + t^2$ là sai

Bài 4-[Đề cương chuyên KHTN Hà Nội năm 2017]

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Quãng đường di chuyển của vật đó trong khoảng thời gian 1,5 giây chính xác đến 0,01(m) là :
A. 0,32m **B.** 0,33m **C.** 0,34m **D.** 0,35m

GIẢI

- Vận tốc $v(t)$ là một hàm biến thiên theo thời gian $\Rightarrow$ Quãng đường vật di chuyển từ lúc bắt đầu tới thời điểm 1,5 giây là : $\int_0^{1.5} v(t) dt = \int_0^{1.5} \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right) dt = 0.34$ (s) (sau khi làm tròn)

qw4y(a1R2qK\$+ajqKQ))RqK\$)R0E1.5=

$$\int_0^{1.5} \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi x)}{\pi} \right) dx = 0.3400535983$$

$\Rightarrow$ C là đáp án chính xác

Bài 5-[Thi thử nhà sách Lovebook lần 1 năm 2017]

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ với a, b là các tham số. Ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.
A. $8400m^3$ **B.** $2200m^3$ **C.** $600m^3$ **D.** $4200m^3$

GIẢI

- $h'(t)$ là một hàm biến thiên theo thời gian và liên tục trên $R \Rightarrow$ Thể tích nước bơm được

$$V = h(t) = \int_{t_0}^{t_1} (3at^2 + bt) dt$$

tính theo công thức

$$V = \int_0^5 (3at^2 + bt) dt = 150(m^3) \Leftrightarrow \left(at^3 + \frac{bt^2}{2} \right) \Big|_0^5 = 150$$

- Tại thời điểm $t_1 = 5$ giây thì
 $\Leftrightarrow 125a + 12.5b = 150$

$$V = \int_0^{10} (3at^2 + bt) dt = 1100(m^3) \Leftrightarrow \left(at^3 + \frac{bt^2}{2} \right) \Big|_0^{10} = 1100$$

- Tại thời điểm $t_1 = 10$ giây thì
 $\Leftrightarrow 1000a + 50b = 1100$

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 125a + 12.5b = 150 \\ 1000a + 50b = 1100 \end{cases}$$

$$w51125=12.5=150=1000=50=1100===$$

X=

Math▼

Y=

Math▲

1

2

Vậy tại thời điểm $t_1=20$ thì thể tích

$$V=\int_0^{20}\left(3t^2+2t\right)dt=8400$$

$$\Rightarrow \textbf{A}$$
 là đáp án chính xác

y(3Q)d+2Q))R0E20=

Math▲

$$\int_0^{20}\left(3x^2+2x\right)dx$$

8400