

Розділ.1.1.Електричне поле та електрична ємність.

Тема: Електричне поле.

1.Електричне поле і його характеристика. Напруженість.

2. Закон Кулона.

3.Теорема Гауса, її застосування до розрахунку полів.

1. Електричне поле і його характеристика. Напруженість.

Кожна точка електричного поля характеризується напруженістю поля, яка позначається - E , В/м (вольт/метр). Напруженість поля числено дорівнює силі поля, яка діє на одиничний заряд:

$$E = \frac{F}{q},$$

де F - сила поля, яка діє на одиничний заряд, Н

Крім числового значення напруженість характеризується напрямом, який збігається з напрямом сили поля, діючи на позитивний заряд у цій точці. Таким чином, напруженість поля - векторна величина.

Електричне поле графічно зображується лініями напруженості, які починаються на позитивному заряді, а закінчуються на негативному, тобто є незамкненими. Лінії проводяться так, щоб у кожній її точці вектор напруженості був направлений уздовж дотичної до неї у цій точці.

При переміщенні заряду в однорідному полі силами поля виконується робота, яка числено дорівнює добутку сили електричного поля, яка діє на заряд, на відстань, на яку перемістився заряд під дією електричного поля. Позначається - A . Вимірюється у Дж.

$$A = F \times l,$$

де l - відстань, на яку перемістився заряд під дією електричного поля, м

Електрична напруга між двома точками електричного поля (далі напруга) - це величина, яка визначається відношенням роботи по переміщенню заряду між цими двома точками поля, до заряду.

Позначається - U . Вимірюється - В.

$$U = \frac{A}{q} \quad \text{або} \quad U = \frac{F \times l}{q} = \frac{E \times q \times l}{q} = E \times l$$

Потенціал точки - це напруга між даною точкою та точкою нульового потенціалу. Потенціал нульової точки умовно приймається рівним нулю. Потенціал позначається - φ , В

Електрична напруга між двома точками електричного поля дорівнює різниці потенціалів цих точок:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$$

У системі СІ за одиницю різниці потенціалів (одиницю напруги) приймається один вольт (1 В) – різниця потенціалів між двома точками електричного поля, за якої сили поля, переміщуючи один кулон електрики з однієї точки в іншу, виконують роботу в один джоуль. Якщо електричне поле однорідне, тобто напруженість у всіх точках поля постійна по величині й напрямку, то між напруженістю поля і різницею потенціалів існує взаємозв'язок:

$$E = - U/L,$$

де, L – довжина силовій лінії однорідного електричного поля.

У системі СІ напруженість електричного поля вимірюється в одиницях вольт/метр (В/м). 1В/м – це напруженість такого однорідного електричного поля, в якого різниця потенціалів на кінцях силової лінії завдовжки в 1 м дорівнює 1 В.

2. Закон Кулона.

У 1785 році французький вчений Кулон встановив кількісну залежність між силою взаємодії двох електричних зарядів, їх величиною та відстанню між ними. Для дослідження взаємодії зарядів Кулон використав крутильні ваги, які складаються з непровідного електричний заряд стрижня, підваженого на тонкій кварцовій нитці, у скляному циліндричному посуді. На одному кінці стрижня був закріплений металевий шар, на іншому - противаг. На скляному посуді була нанесена шкала, яка дозволяла вимірювати кут закручування нитки. Через отвір у кришці посуду ввели другий аналогічний за розмірами нерухомий металевий шар. На шкалі відмічають місце розташування рухомого шару. Потім шари заряджають й спостерігають кут закручування нитки. Змінюючи відстань між шарами й вимірюючи кут закручування було знайдено залежність сили взаємодії зарядів на відстані.

Величину заряду при постійній відстані між шарами змінювали таким чином: незаряджений шар аналогічний шарам у посуді присували до одного із заряджених шарів, при цьому половина заряду з останнього стікала до незарядженого шару. Таким чином була встановлена залежність між силою взаємодії та величиною зарядів, які знаходяться у повітрі.

На базі зроблених вимірювань Кулон вивів наступне:

Сила взаємодії двох точкових електричних зарядів прямо пропорційна добутку цих зарядів, та обернено пропорційна квадрату відстані між ними та направлена уздовж прямої, яка з'єднує ці заряди. Математично цей

$$F = \frac{q_1 \times q_2}{4\pi\epsilon_a R^2},$$

закон можна виразити такою формулою:

де q_1, q_2 - величини зарядів, Кл

R - відстань між зарядами, м

ϵ_a - абсолютна діелектрична проникність середовища, Ф/м

Досліди показали, що величина сили взаємодії наелектризованих тіл також залежить від ізолюючого середовища, в якому вони знаходяться. Наприклад, сила взаємодії у керосині при усіх рівних умовах менше, ніж у вакуумі, у два рази, а в воді - у 81 раз.

Величина, яка дозволяє врахувати вплив ізолюючого середовища на силу взаємодії наелектризованих тіл, називається абсолютною діелектричною проникністю середовища. Позначається ϵ_a . Чим більше ця проникність, тим менше сила взаємодії зарядів. Абсолютну діелектричну проникність середовища можна представити як добуток двох величин:

$$\epsilon_a = \epsilon \times \epsilon_0,$$

де, ϵ - це діелектрична проникність (чи відносна діелектрична проникність), величина безмірна, залежить лише від властивостей середовища й не залежить від вибору одиниць вимірювання, вона показує у скільки раз сила взаємодії між електричними зарядами у даному

середовище менше, ніж у вакуумі. Для вакууму $\varepsilon = 1$, для керосину - 2, скла - 6÷8, води - 81, повітря - 1, папір - 4.

ε_0 - це електрична постійна, або стала величина, вона є розмірною, та залежить лише від вибору одиниць вимірювання та не залежить від властивостей середовища. У системі СІ має значення: $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м

Сили взаємодії нерухомих електричних зарядів називають електростатичними. Електричне поле нерухомих зарядів називають електростатичним.

Коли в електричне поле заряду q_1 внести заряд q_2 , то буде виникати Кулонівська сила. Тобто поле виконує роботу, та при цьому виділяється енергія. Відношення цієї електроенергії до величини заряду поля називається потенціалом:

$$\varphi = \frac{W}{q_1} = E \times R = \frac{F}{q_2} \times R = \frac{q_1 \times q_2}{q_2 \times 4\pi \times \varepsilon_0 \times \varepsilon \times R^2} \times R = \frac{q_1}{4\pi \times \varepsilon_0 \times \varepsilon \times R}$$

При нескінченній відстані ($R = \infty$) потенціал дорівнює нулю, тобто потенціал нескінченно віддаленої точки дорівнює нулю

3. Теорема Гауса, її застосування до розрахунку полів.

Еспериментально встановлені закон Кулона і принцип суперпозиції принципово дозволяють вичерпно описати електростатичне поле заданої системи зарядів в вакуумі. Однак, властивості електростатичного поля можна виразити в іншій, більш загальній формі, без допомоги уявлення про кулонівське поле точкового заряду.

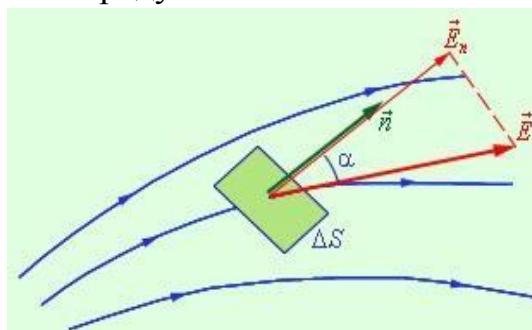


Рис.1 До визначення елементарного потоку $\Delta\Phi$

Введемо нову фізичну величину, яка характеризує електричне поле – потік Φ вектора напруженості електричного поля. Нехай в просторі, де існує електричне поле, розташована деяка достатньо мала площадка ΔS . Добуток модуля вектора E на площу ΔS і на косинус кута α між вектором E та нормаллю n до площадки називають елементарним потоком вектора напруженості через площадку ΔS (рис.1):

$$\Delta\Phi = E\Delta S \cos \alpha = E_n\Delta S,$$

де E_n – модуль нормальної складової поля E .

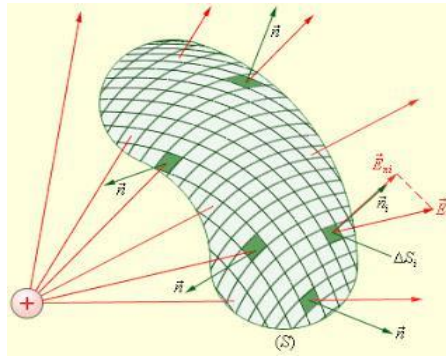


Рис.2. Обчислення потоку Φ через довільну поверхню

Розгляньмо деяку довільну замкнуту поверхню S . Якщо розбити цю поверхню на малі площадки ΔS_i , визначити елементарні потоки $\Delta\Phi_i$ поля E через ці малі площадки, а потім їх просумувати, то в результаті ми отримаємо потік Φ вектора E через замкнуту поверхню S (мал. 2):

$$\Phi = \sum \Delta\Phi_i = \sum E_{ni} \Delta S_i.$$

В випадку замкнутої поверхні завжди вибирають зовнішню нормаль.

Теорема Гауса стверджує:

Потік вектора напруженості електростатичного поля E через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, розташованих всередині цієї поверхні.

поділений на електричну сталу ϵ_0 :

$$\Phi = \sum q_{\text{внутр}} / \epsilon_0.$$

Для доведення розгляньмо спочатку сферичну поверхню S , в центрі якої знаходиться точковий заряд q . Електричне поле в будь-якій точці сфери радіуса R , перпендикулярне до її поверхні і дорівнює по модулю

$$E = E_n = q / (4\pi\epsilon_0 R^2).$$

Потік Φ через сферичну поверхню дорівнюватиме добуткові E на площу сфери $4\pi R^2$.

Отже $\Phi = q / \epsilon_0$.

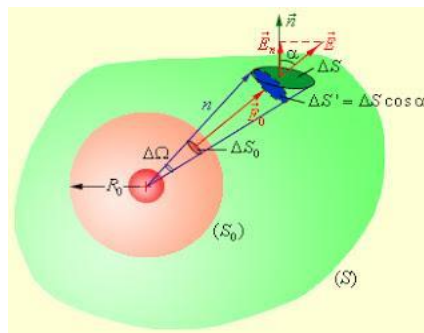


Рис. 3 Потік електричного поля точкового заряду через довільну поверхню S , яка оточує заряд.

Оточимо тепер точковий заряд довільною замкнутою поверхнею S і розглянемо допоміжну сферу радіуса R_0 (рис.3.). Розгляньмо конус з малим тілесним кутом $\Delta\Omega$ при вершині. Цей конус виділить на сфері малу площадку ΔS_0 , а на поверхні S – площадку ΔS . Елементарні потоки $\Delta\Phi_0$ і $\Delta\Phi$ через ці площадки однакові. Справді,

$$\Delta\Phi_0 = E_0 \Delta S_0, \quad \Delta\Phi = E \Delta S \cdot \cos \alpha = E \Delta S'.$$

Тут $\Delta S' = \Delta S \cdot \cos \alpha$ – площадка, виділена конусом з тілесним кутом $\Delta\Omega$ на поверхні сфери радіуса r .

Оскільки $E/E_0 = r^2/R_0^2$, а $\Delta S_0/\Delta S' = R_0^2/r^2$, отже $\Delta\Phi_0 = \Delta\Phi$.

Звідси випливає, що повний потік електричного поля точкового заряду через довільну поверхню, яка охоплює заряд, дорівнює потоку Φ_0 через поверхню допоміжної сфери:

$$\Phi = \Phi_0 = q/\epsilon_0.$$

Аналогічно можна показати, що, якщо замкнута поверхня S не охоплює точковий заряд q , то потік $\Phi = 0$. (Всередині поверхні S зарядів немає, тому в цій області силові лінії не утворюються і не обриваються.)

Узагальнення теореми Гауса на випадок довільного розподілу зарядів впливає з принципу суперпозиції. Поле будь-якого розподілу зарядів можна представити як векторну суму електричних полів E точкових зарядів. Потік Φ системи зарядів через довільну замкнуту поверхню S буде складатись з потоків Φ_i електричних полів окремих зарядів. Якщо заряд q_i виявився всередині поверхні S , то він дає внесок в потік, рівний q_i/ϵ_0 якщо ж цей заряд виявився зовні поверхні, то внесок його електричного поля в потік буде дорівнювати нулю.

Теорема Гауса є наслідком закону Кулона і принципу суперпозиції. Однак якщо прийняти твердження цієї теореми, за початкову аксіому, то її наслідком буде закон Кулона. Тому теорему Гауса іноді називають альтернативним формулюванням закону Кулона.

Використовуючи теорему Гауса, можна в багатьох випадках легко визначити напруженість електричного поля навколо зарядженого тіла, якщо заданий розподіл зарядів має певну симетрію і загальну структуру поля можна передбачити з міркувань симетрії.

Прикладом може бути задача про визначення напруженості електричного поля тонкостінного однорідного зарядженого довгого циліндра радіуса R . Ця задача має симетрію відносно вісі циліндра. З міркувань симетрії, електричне поле має бути направлено вздовж радіуса. Тому для застосування теореми Гауса доцільно вибрати замкнуту поверхню S в вигляді циліндра деякого радіуса r і довжини l , закритого з обох кінців (рис. 4).

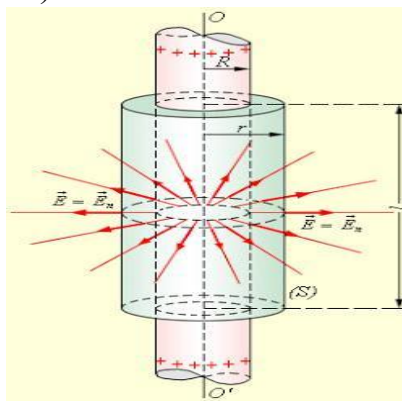


Рис.4 Обчислення електричного поля рівномірно зарядженого циліндра.

При $r \geq R$ весь потік вектора напруженості електричного поля буде проходити через бічну поверхню циліндра, площа якої дорівнює $2\pi r l$, так як потік через обидві основи дорівнює нулю. Застосування теореми Гауса дає:

$$\Phi = E \cdot 2\pi r l = \rho l / \epsilon_0,$$

де ρ - заряд одиниці довжини циліндра. Звідси:

$$E = \rho / 2\pi r \epsilon_0.$$

Цей результат не залежить від радіуса R зарядженого циліндра, тому він застосовний також до поля довгої однорідно зарядженої нитки.

Для визначення напруженості електричного поля всередині зарядженого циліндра потрібно побудувати замкнуту поверхню для випадку $r < R$. В силу симетрії задачі потік вектора напруженості через бічну поверхню гаусівського циліндра має бути і в цьому випадку $\Phi = E2\pi rl$. За теоремою Гауса, цей потік пропорційний до заряду, який є всередині замкнутої поверхні. Цей заряд дорівнює нулю. Звідси випливає, що електричне поле всередині однорідно зарядженого довгого порожнистого циліндра дорівнює нулю.

Аналогічно можна застосувати теорему Гауса для визначення електричного поля в низці інших випадків, коли розподіл зарядів володіє певною симетрією, наприклад, симетрією відносно центра площини або вісі. В кожному з таких випадків потрібно вибирати замкнуту гаусівську поверхню доцільної для цього випадку форми. Наприклад, в випадку центральної симетрії гаусівську поверхню доцільно вибрати в виді сфери з центром в точці симетрії. При осевій симетрії замкнуту поверхню потрібно вибирати в виді співвісного циліндра, замкнутого з обох боків (як в розглянутому вище прикладі). Якщо розподіл зарядів не володіє симетрією і загальну структуру електричного поля відгадати неможливо, застосування теореми Гауса не може спростити задачу визначення напруженості електричного поля.

Розгляньмо ще один приклад симетричного розподілу зарядів – визначення напруженості електричного поля рівномірно зарядженої площини (рис.5).

В цьому випадку замкнуту поверхню S потрібно вибирати в виді циліндра, замкнутого з обох боків. Вісь циліндра направлена перпендикулярно зарядженій площині, а його торці розташовані на однаковій віддалі від неї. З міркувань симетрії поле рівномірно зарядженої площини має бути всюди направлено вздовж нормалі. Застосування теореми Гауса дає:

$$2E\Delta S = \sigma\Delta S/\epsilon_0 \text{ або } E = \sigma/2\epsilon_0.$$

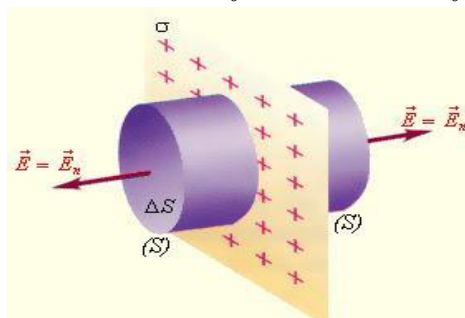


Рис. 5 Обчислення напруженості електричного поля рівномірно зарядженої площини. (σ – поверхнева густина заряду, S – замкнута гаусова поверхня)

В останній формулі σ – це поверхнева густина заряду, іншими словами, заряд, котрий припадає на одиницю площі.

Отриманий вираз для електричного поля однорідно зарядженої площини застосовний і до випадку плоских заряджених площадок скінченного розміру. В цьому випадку віддаль від точки, в якій визначається напруженість поля, до зарядженої площадки має бути значно менша за розміри площадки.