Calcoliamo ora la derivata della funzione $y = x^3$ (parabola cubica).

Usando la definizione e omettendo il calcolo della derivata sinistra, che è del tutto analogo.

$$f'(x)=st\left(\frac{dy}{dx}\right)=st\left(\frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}\right)=st\left(\frac{(x+dx)^3-x^3}{dx}\right)=\frac{x^3+3x^2dx+3x\,dx^2+dx^3-x^3}{dx}$$

dunque $f'(x)=st(3x^2+3x\,dx+dx^2)=3x^2$.

A questo punto è facile generalizzare una regola per la potenza con esponente qualsiasi:

$D\, x^n = n\, x^{n-1}$

che è un primo esempio di regola di derivazione, la regola di derivazione della potenza.

Infatti dalla definizione di derivata

$$f'(x)=st\left(\frac{dy}{dx}\right)=st\left(\frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}\right)$$

$$f'(x)=st\left(\frac{(x+dx)^n-x^n}{dx}\right)$$

e quindi elevando alla n-esima potenza secondo il binomio di Newton:

$$f'(x)=st\left(\frac{x^n+nx^{n-1}dx+....+dx^n-x^n}{dx}\right)$$

I due termini x^n si elidono a vicenda e resta

$$f'(x)=st\left(\frac{nx^{n-1}dx+....+dx^n}{dx}\right)$$

e dividendo tutto con la proprietà distributiva per dx, resta solo:

$$f'(x)=st(nx^{n-1}+...dx^{n-1})=nx^{n-1}$$

Questa regola ci permette di calcolare la derivata di una qualsiasi potenza di x senza dover ogni volta ripartire dalla definizione di derivata.

Si noti che la regola funziona anche nel caso banale della derivata della potenza di primo grado:

y= x

$$f'(x)=st\left(\frac{dy}{dx}\right)=st\left(\frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}\right)=\frac{x+dx-x}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx}=1$$

risultato che coincide con la regola generale $D_x\, x = 1\, x^0 = 1$
Che la derivata di y = x sia 1 discende anche dalla definizione stessa di derivata. La retta y = x ha pendenza costante di 45° e coefficiente angolare pari a 1. Ovviamente bisogna intendere che la tangente a una retta sia la retta stessa.

E la regola funziona anche nell'altro caso banale, quello della derivata della potenza con esponente zero, in altre parole della costante 1. La derivata è zero

$y=1 \quad y+dy=1 \qquad dy=0$

$$\frac{dy}{dx}=0$$

$D_x 0 = 0\ x^{-1} = 0$

Che la derivata di una costante sia zero discende anche dalla definizione stessa di derivata. Se la funzione è costante:

$y = k$

allora geometricamente rappresenta una retta orizzontale, e questa ha coefficiente angolare costantemente nullo.