

LŨY THỪA – HÀM SỐ LŨY THỪA

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = [3; +\infty)$.
D. $D = (3; +\infty)$.

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$.

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = [x^2(x+1)]^{\sqrt{\pi}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.
C. $D = (-\infty; +\infty)$. D. $D = (-1; +\infty)$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ với $a > 0, b > 0$.

- A. $P = 2\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$. B. $P = -\sqrt[4]{b}$. C. $P = \sqrt[4]{b}$.
D. $P = \sqrt[4]{a}$.

Câu 6. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^2$. B. $P = \sqrt{x}$. C. $P = x^{\frac{1}{3}}$. D. $P = x^{\frac{1}{9}}$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. B. $P = x^{\frac{21}{12}}$. C. $P = x^{\frac{20}{5}}$. D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$$

Câu 8. Rút gọn biểu thức với $a > 0$.

- A. $P = a^4$. B. $P = a$. C. $P = a^5$. D. $P = a^3$.

$$K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$$

Câu 9. Rút gọn biểu thức với $x > 0, y > 0$.

- A. $K = x$. B. $K = 2x$. C. $K = x + 1$. D. $K = x - 1$.

$$\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt[4]{a}}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$$

Câu 10. Với giá trị nào của a thì đẳng thức đúng?

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 0$. D. $a = 3$.

Câu 11. Cho số thực $a \neq 0$. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) = 1$ đúng?

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = a$. D. $x = \frac{1}{a}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2}$.

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $a > 1$. D. $0 < a < 1$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $a > 2$. B. $a > 1$. C. $1 < a < 2$. D. $0 < a < 1$.

Câu 14. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 210 triệu. B. 220 triệu. C. 212 triệu. D. 216 triệu.

Câu 15. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất 2,1% một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15

tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

- A. 36080251 đồng. B. 36080254 đồng.
C. 36080255 đồng. D. 36080253 đồng.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = [3; +\infty)$.
D. $D = (3; +\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương".

Do đó hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ xác định khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. **Chọn D.**

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ nguyên âm thì cơ số phải khác 0".

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$.

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương".

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x^4 - 3x^2 - 4 > 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = [x^2(x+1)]^{\sqrt{\pi}}$.

A. $D = (0; +\infty)$.

B.

$D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

C. $D = (-\infty; +\infty)$.

D. $D = (-1; +\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Chọn B.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ với $a > 0, b > 0$.

A. $P = 2\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$.

B. $P = -\sqrt[4]{b}$.

C. $P = \sqrt[4]{b}$.

D. $P = \sqrt[4]{a}$.

Lời giải. Ta có
$$P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$$
$$= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$$

Chọn

B.

Câu 6. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^2$.

B. $P = \sqrt{x}$.

C. $P = x^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{9}}$.

Lời giải. Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Vì $x > 0$ nên $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$. **Chọn B.**

Câu 7. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$.

B. $P = x^{\frac{21}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{20}{5}}$.

D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải. Cách CASIO. Chọn $x > 0$ ví dụ như $x = 1,25$ chẳng hạn.

Tính giá trị $\sqrt[3]{1,25^5 \sqrt[4]{1,25}}$ rồi lưu vào A

$$\sqrt[3]{1.25^5 \times \sqrt[4]{1.25}}$$

1.477721264

Ans→A

1.477721264

Tiếp theo ta tính hiệu, ví dụ như đáp án A ta cần tính $A - (1,25)^{\frac{20}{21}}$. Nếu màn hình máy tính xuất hiện kết quả bằng 0 thì chứng tỏ đáp án A đúng. Đáp số chính là B. **Chọn B.**

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}} \quad \text{với } a > 0.$$

Câu 8. Rút gọn biểu thức

A. $P = a^4$. B. $P = a$. C. $P = a^5$. D. $P = a^3$.

Lời giải. Ta có

$$\begin{cases} a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+(2-\sqrt{3})} = a^3 \\ \left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = a^{2-4} = a^{-2} \end{cases} \rightarrow P = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^{3-(-2)} = a^5.$$

Chọn C.

$$K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} \quad \text{với } x > 0, y > 0.$$

Câu 9. Rút gọn biểu thức

A. $K = x$. B. $K = 2x$. C. $K = x + 1$. D. $K = x - 1$.

Lời giải. Rút gọn $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$.

Rút gọn $\left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = \left[\left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 1\right)^2\right]^{-1} = \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2$.

Vậy $K = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2 = x$. **Chọn A.**

$$\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$$

Câu 10. Với giá trị nào của a thì đẳng thức đúng?

A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 0$. D. $a = 3$.

Lời giải. Ta có

$$\begin{cases} \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}} = \left[a \cdot \left(a \cdot a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{17}{24}} \rightarrow \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} \Leftrightarrow a = 2. \\ \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} = 2^{\frac{5}{24}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{24}} \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 11. Cho số thực $a \neq 0$. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) = 1$ đúng?

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = a$. D. $x = \frac{1}{a}$.

Lời giải. Ta có $\frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) = 1 \Leftrightarrow a^x + \frac{1}{a^x} = 2 \Leftrightarrow (a^x)^2 - 2a^x + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow (a^x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow a^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. **Chọn B.**

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2}$.

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $a > 1$. D. $0 < a < 1$.

Lời giải. Ta có $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2} \Leftrightarrow a^{\frac{7}{15}} > a^{\frac{2}{5}} \Leftrightarrow a^{\frac{7}{15}} > a^{\frac{6}{15}} \longrightarrow a > 1$. **Chọn C.**

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $a > 2$. B. $a > 1$. C. $1 < a < 2$. D. $0 < a < 1$.

Lời giải. Ta có $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$, kết hợp với $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$. Suy ra hàm số đặc trưng $y = (a-1)^x$ đồng biến $\longrightarrow$ cơ số $a-1 > 1 \Leftrightarrow a > 2$. **Chọn A.**

Câu 14. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 210 triệu. B. 220 triệu. C. 212 triệu. D. 216 triệu.

Lời giải. Số tiền nhận về sau 1 năm của 100 triệu gửi trước là $100(1+2\%)^4$ triệu.

Số tiền nhận về sau 6 tháng của 100 triệu gửi sau là $100(1+2\%)^2$ triệu.

Vậy tổng số tiền là $100(1+2\%)^4 + 100(1+2\%)^2 = 212,283216 (\approx 212,283)$ triệu. **Chọn C.**

Câu 15. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất 2,1% một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất 0,73%

một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

A. 36080251 đồng.

B. 36080254 đồng.

C. 36080255 đồng.

D. 36080253 đồng.

Lời giải. Số tiền nhận về sau 15 tháng của 140 triệu gửi trước là $140 \cdot (1 + 2,1\%)^5$ triệu.

Số tiền nhận về sau 15 tháng của 180 triệu gửi sau là $180 \cdot (1 + 0,73\%)^{15}$ triệu.

Suy ra tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà bác An thu được là

$$140 \cdot (1 + 2,1\%)^5 + 180 \cdot (1 + 0,73\%)^{15} \approx 356,080253 \text{ triệu.}$$

Suy ra số tiền lãi: $356,080253 - 320 = 36,080253 = 36080253$ đồng. **Chọn D.**