Câu 1. **[2D1-6.0-3] (GIỮA-HKII-2019-VIỆT-ĐỨC-HÀ-NỘI)** Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(m^2-1\right)x+m\left(2-m\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm x_1 , x_2 , x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2=10$.

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Tác giả: Võ Thị Hồng Nga ; Fb: Hong Nga

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$$x^3-2mx^2+\left(m^2-1\right)x+m\left(2-m\right)=0 \quad (1)$$
$$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left[x^2+\left(1-2m\right)x+m^2-2m\right]=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+\left(1-2m\right)x+m^2-2m=0 \quad (2) \end{array}\right.$$

Giả sử $g\left(x\right)=x^2+\left(1-2m\right)x+m^2-2m$ và phương trình (1) có nghiệm $x_3=1$.

Phương trình (1) có ba nghiệm x_1 , x_2 , x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=10$ $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 khác 1 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=9$.

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta>0 \\ g\left(1\right)\neq 0 \\ x_1^2+x_2^2=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta>0 \\ g\left(1\right)\neq 0 \\ \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 4m+1>0 \\ m^2-4m+2\neq 0 \\ \left(2m-1\right)^2-2\left(m^2-2m\right)=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m>-\dfrac{1}{4} \\ m\neq 2+\sqrt{2} \\ m\neq 2-\sqrt{2} \\ \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m=2$$

. **Cách 2**:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$$x^3-2mx^2+\left(m^2-1\right)x+m\left(2-m\right)=0 \quad (1)$$

Giả sử phương trình (1) có ba nghiệm x_1 , x_2 , x_3

Theo đề ta có:

$x_1^2+x_2^2+x_3^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4)$

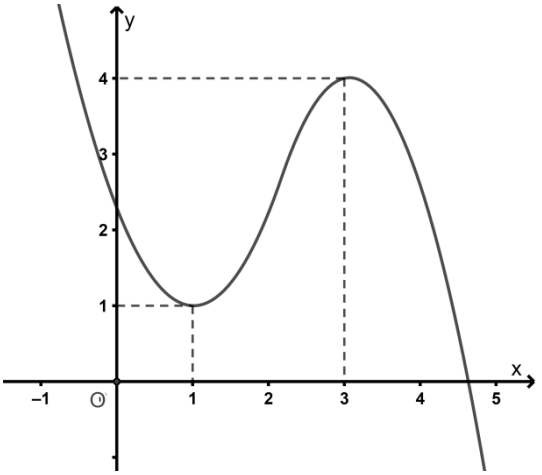
$\Leftrightarrow (2m)^2-2(m^2-1)=10$

$\Leftrightarrow m=\pm 2$

Thử lại, ta có $m=2$ thỏa.

Thekbis@gmail.com *GVPB1: Nguyễn Huyền Trân*

Câu 2. **[2D1-6.0-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$; với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình vẽ bên:



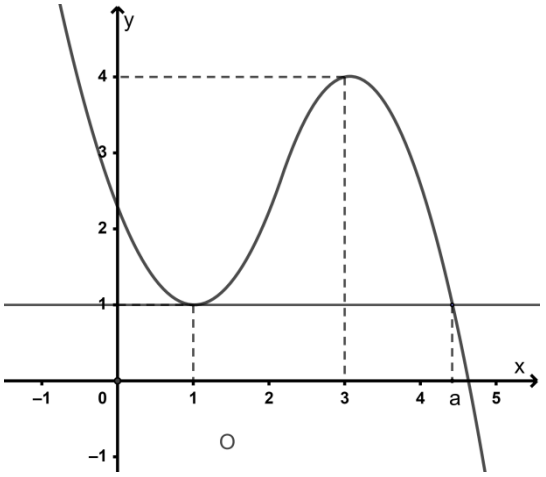
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Tác giả:Trương Văn Tâm ; Fb: Văn Tâm Trương

Chọn A



Nhận xét rằng nếu x là nghiệm của phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ thì $-x$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Theo yêu cầu bài toán, phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt (số nghiệm là 1 số lẻ) thì $x=0$ là nghiệm của phương trình.

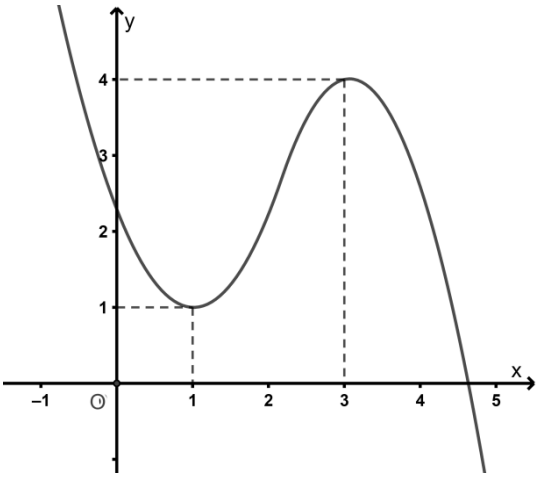
Suy ra, $m=f\left(2^0\right)=f(1)=1$.

Thử lại với $m=1$: dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta có

$$f\left(2^{x^2}\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2}=1 \\ 2^{x^2}=a>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{\log_2 a}>0 \\ x=-\sqrt{\log_2 a}<0 \end{array}\right.$$ (thỏa mãn)

Vậy, có duy nhất giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=1$.

Câu 3. **[2D1-6.0-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$; với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình vẽ bên:



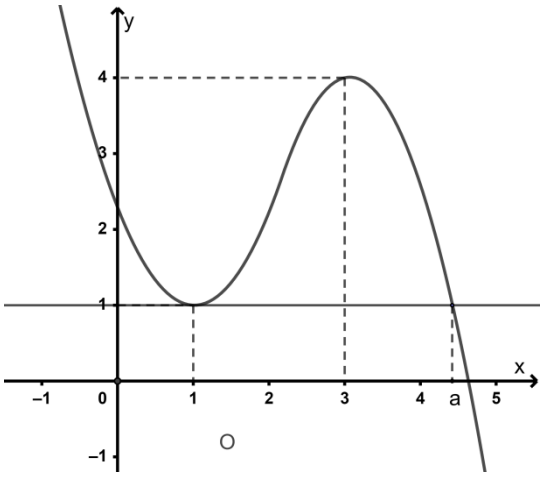
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Tác giả:Trương Văn Tâm; Fb: Văn Tâm Trương

Chọn A



Nhận xét rằng nếu x là nghiệm của phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ thì $-x$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Theo yêu cầu bài toán, phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt (số nghiệm là 1 số lẻ) thì $x=0$ là nghiệm của phương trình.

Suy ra, $m=f\left(2^0\right)=f(1)=1$.

Thử lại với $m=1$: dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta có

$$f\left(2^{x^2}\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2}=1\\2^{x^2}=a>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{\log_2 a}>0\\x=-\sqrt{\log_2 a}<0\end{array}\right.$$ (thỏa mãn)

Vậy, có duy nhất giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=1$.

Câu 4. **[2D1-6.0-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết $f(1)=1$ và $f(x)=xf'(x)+\ln x$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Giá trị $f(\mathrm{e})$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Tác giả: Thành Đức Trung; Fb: Thành Đức Trung

Chọn D

Ta có

$$f(x)=xf'(x)+\ln x\Leftrightarrow\frac{1}{x}f'(x)-\frac{1}{x^2}f(x)=-\frac{\ln x}{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}f(x)\right)'=-\frac{\ln x}{x^2},\forall x\in(0;+\infty)$$

.Do đó

$$\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{x}f(x)\right)'\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\left(-\frac{\ln x}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{x}\Big|_1^{\mathrm{e}}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{x}f(x)\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f(\mathrm{e})-f(1)=\frac{2}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f(\mathrm{e})=\frac{2}{\mathrm{e}}\Leftrightarrow f(\mathrm{e})=2.$$

Vậy $f(\mathrm{e})=2$

Câu 5. **[2D1-6.0-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết $f(1)=1$ và $f(x)=xf'(x)+\ln x$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Giá trị $f(\mathrm{e})$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Tác giả: Thành Đức Trung; Fb: Thành Đức Trung

Chọn D

Ta có

$$f(x)=xf'(x)+\ln x\Leftrightarrow\frac{1}{x}f'(x)-\frac{1}{x^2}f(x)=-\frac{\ln x}{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}f(x)\right)'=-\frac{\ln x}{x^2},\forall x\in(0;+\infty)$$

.Do đó

$$\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{x}f\left(x\right)\right)'\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\left(-\frac{\ln x}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{x}\Big|_1^{\mathrm{e}}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{x}f\left(x\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)-f\left(1\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}\Leftrightarrow f\left(\mathrm{e}\right)=2.$$

Vậy $f\left(\mathrm{e}\right)=2$.