Câu 1. **[2D1-6.0-3] (GIỮA-HKII-2019-VIỆT-ĐỨC-HÀ-NỘI)** Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 1)x + m(2 - m)$ cắt trục hoành tại ba điểm x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10$.

A. $m = \pm 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Tác giả: Võ Thị Hồng Nga ; Fb: Hong Nga

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$$x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 1)x + m(2 - m) = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^2 + (1-2m)x + m^2 - 2m\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + (1-2m)x + m^2 - 2m = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

Giả sử $g(x) = x^2 + (1-2m)x + m^2 - 2m$ và phương trình (1) có nghiệm $x_3 = 1$.

Phương trình (1) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10 \Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 9$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m + 1 > 0 \\ m^2 - 4m + 2 \neq 0 \\ (2m-1)^2 - 2(m^2 - 2m) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{4} \\ m \neq 2 + \sqrt{2} \\ m \neq 2 - \sqrt{2} \\ \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

. **Cách 2**:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$$x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 1)x + m(2 - m) = 0 \quad (1)$$

Giả sử phương trình (1) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3

Theo đề ta có:

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4)$

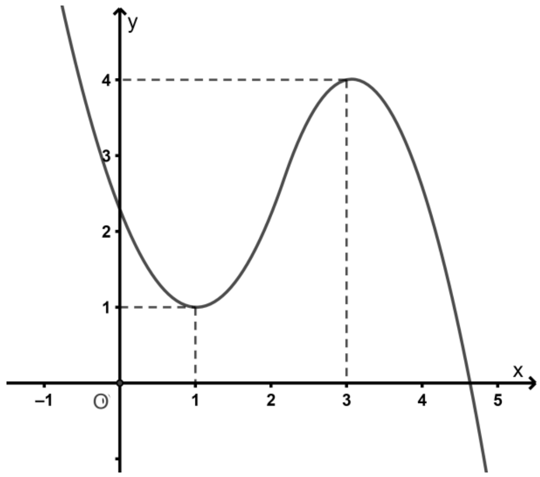
$\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(m^2 - 1) = 10$

$\Leftrightarrow m = \pm 2$

Thử lại, ta có $m = 2$ thỏa.

Thekbis@gmail.com ***GVPB1: Nguyễn Huyền Trân***

Câu 2. **[2D1-6.0-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$; với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình vẽ bên:



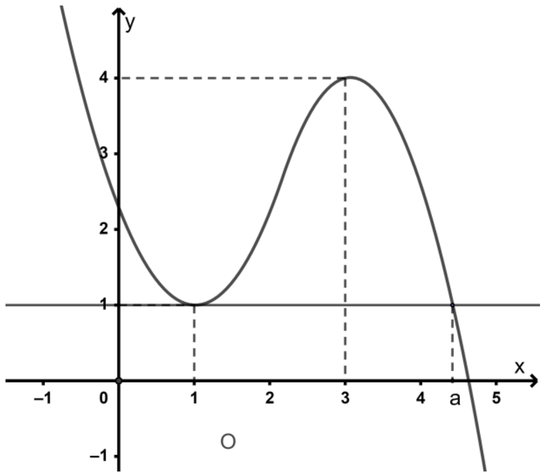
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Tác giả:Trương Văn Tâm ; Fb: Văn Tâm Trương

Chọn A



Nhận xét rằng nếu x là nghiệm của phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ thì $-x$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Theo yêu cầu bài toán, phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt (số nghiệm là 1 số lẻ) thì $x=0$ là nghiệm của phương trình.

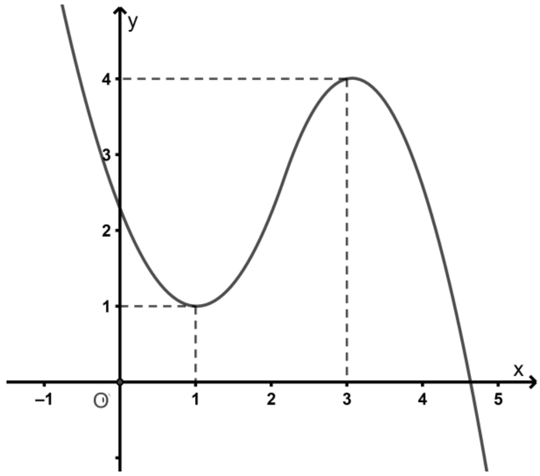
Suy ra, $m=f\left(2^0\right)=f\left(1\right)=1$.

Thử lại với $m=1$: dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có

$$f\left(2^{x^2}\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2}=1\\2^{x^2}=a>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{\log_2 a}>0\\x=-\sqrt{\log_2 a}<0\end{array}\right.$$ (thỏa mãn)

Vậy, có duy nhất giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=1$.

Câu 3. **[2D1-6.0-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$; với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình vẽ bên:



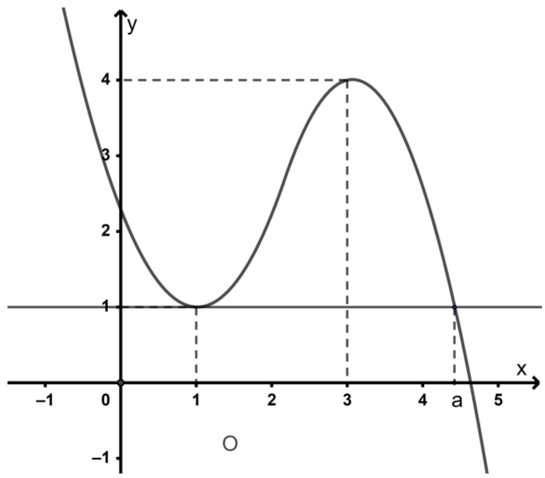
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Tác giả:Trương Văn Tâm; Fb: Văn Tâm Trương

Chọn A



Nhận xét rằng nếu x là nghiệm của phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ thì $-x$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Theo yêu cầu bài toán, phương trình $f\left(2^{x^2}\right)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt (số nghiệm là 1 số lẻ) thì $x=0$ là nghiệm của phương trình.

Suy ra, $m=f\left(2^0\right)=f\left(1\right)=1$.

Thử lại với $m=1$: dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có

$$f\left(2^{x^2}\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2}=1\\2^{x^2}=a>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{\log_2 a}>0\\x=-\sqrt{\log_2 a}<0\end{array}\right.$$ (thỏa mãn)

Vậy, có duy nhất giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=1$.

Câu 4. **[2D1-6.0-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Biết $f\left(1\right)=1$ và $f\left(x\right)=xf'\left(x\right)+\ln x$, $\forall x\in\left(0;+\infty\right)$. Giá trị $f\left(\mathrm{e}\right)$ bằng

A. e . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Tác giả: Thành Đức Trung; Fb: Thành Đức Trung

Chọn D

Ta có

$$f\left(x\right)=xf'\left(x\right)+\ln x\Leftrightarrow\frac{1}{x}f'\left(x\right)-\frac{1}{x^2}f\left(x\right)=-\frac{\ln x}{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}f\left(x\right)\right)'=-\frac{\ln x}{x^2},\forall x\in\left(0;+\infty\right)$$

.Do đó

$$\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{x}f\left(x\right)\right)'\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\left(-\frac{\ln x}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{x}\Big|_1^{\mathrm{e}}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{x}f\left(x\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)-f\left(1\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}\Leftrightarrow f\left(\mathrm{e}\right)=2.$$

Vậy $f\left(\mathrm{e}\right)=2$

Câu 5. **[2D1-6.0-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Biết $f\left(1\right)=1$ và $f\left(x\right)=xf'\left(x\right)+\ln x$, $\forall x\in\left(0;+\infty\right)$. Giá trị $f\left(\mathrm{e}\right)$ bằng

A. e . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Tác giả: Thành Đức Trung; Fb: Thành Đức Trung

Chọn D

Ta có

$$f\left(x\right)=xf'\left(x\right)+\ln x\Leftrightarrow\frac{1}{x}f'\left(x\right)-\frac{1}{x^2}f\left(x\right)=-\frac{\ln x}{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}f\left(x\right)\right)'=-\frac{\ln x}{x^2},\forall x\in\left(0;+\infty\right)$$

.Do đó

$$\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{x}f\left(x\right)\right)'\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\left(-\frac{\ln x}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{x}\Big|_1^{\mathrm{e}}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{x}f\left(x\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)-f\left(1\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}-1\Leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{e}}f\left(\mathrm{e}\right)=\frac{2}{\mathrm{e}}\Leftrightarrow f\left(\mathrm{e}\right)=2.$$

Vậy $f\left(\mathrm{e}\right)=2$.