Ο κακός λύκος και το κατσικάκι με αλγεβρικές τιμές

Μια άσκηση, του **Θοδωρή Παπασγουρίδη.**



Ο κακός λύκος είναι πολύ πεινασμένος. Για καλή του τύχη βλέπει ένα άτακτο κατσικάκι που έχει φύγει από τη μαμά του. Δυστυχώς όμως για το λύκο, τη στιγμή που βλέπει το κατσικάκι και το κατσικάκι βλέπει το λύκο. Ο λύκος, το κατσικάκι και το μαντρί βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Το μαντρί βρίσκεται ανάμεσα στο λύκο και το κατσικάκι. Ο λύκος απέχει $d_1 = 120m$ από το μαντρί ενώ το κατσικάκι $d_2 = 75m$. Ο πεινασμένος λύκος ακαριαία μόλις βλέπει το κατσικάκι αρχίζει να τρέχει προς αυτό, τη χρονική στιγμή $t_{01} = 0$. Ο λύκος μπορεί να αναπτύξει σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1=3m/s^2$ για χρονικό διάστημα $\Delta t_1=4s$. Στη συνέχεια μπορεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα ίση με αυτή που ανέπτυξε στο χρονικό διάστημα $\Delta t_1=4s$. Το κατσικάκι σάστισε και για $2s$ έμεινε ακίνητο από το φόβο του. Τελικά αποφάσισε να τρέξει προς το μαντρί.

Θεωρείστε έναν άξονα x΄x με αρχή το σημείο που βρίσκεται ο λύκος τη χρονική στιγμή $t_{01} = 0$ και θετική φορά από το λύκο προς το κατσικάκι.

α) Τι κίνηση εκτελεί κάθε ζώο;

β) Ποια χρονική στιγμή θα φτάσει ο λύκος στο μαντρί;

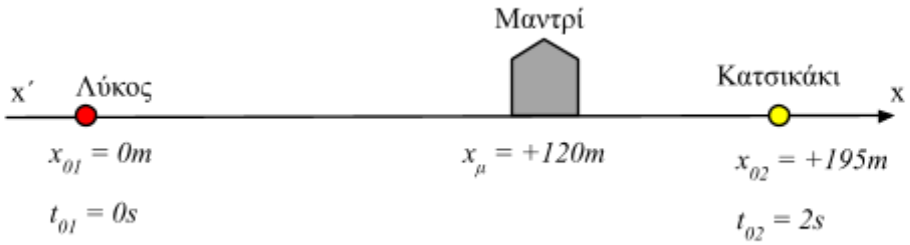
γ) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης, που πρέπει να αναπτύξει το κατσικάκι, ώστε να φτάσει έγκαιρα στο μαντρί και ο λύκος να μείνει νηστικός;

δ) Με ποια αλγεβρική τιμή ταχύτητας φτάνει το κατσικάκι στο μαντρί;

ε) Να κάνετε σε βαθμολογημένα συστήματα αξόνων, τα διαγράμματα των αλγεβρικών τιμών επιτάχυνσης – χρόνου, θέσης – χρόνου και ταχύτητας - χρόνου για τα δυο ζώα.

Τα ζώα θεωρούνται υλικά σημεία.

Απάντηση



α) Ο λύκος εκτελεί από $t_{01} = 0$, ως $t_1 = 4s$ ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση θετικής φοράς και στη συνέχεια, μέχρι μια χρονική στιγμή t_2 που θα φτάσει στο μαντρί, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση θετικής φοράς, με την ταχύτητα που απέκτησε τη χρονική στιγμή t_1.

Το κατσικάκι ηρεμεί για $2s$, ξεκινάει τη χρονική στιγμή $t_{02} = 2s$ και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση αρνητικής φοράς, μέχρι να φτάσει στο μαντρί.

β) 1η φάση: Από $t_{01} = 0$, ως $t_1 = 4s$

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 = 24m$$
$$\upsilon_1 = a_1 t_1 = 3 \cdot 4 = 12m/s$$

2η φάση: Από $t_1 = 4s$, ως t_2,

όπου t_2 η χρονική στιγμή που φτάνει στο μαντρί.

$$x_\mu = x_1 + \upsilon_1 (t_2 - t_1) \Leftrightarrow 120 = 24 + 12 \cdot (t_2 - 4) \Leftrightarrow 96 = 12 \cdot (t_2 - 4) \Leftrightarrow$$
$$t_2 - 4 = 8 \Leftrightarrow t_2 = 12s$$

γ) Το κατσικάκι σάστισε για $2s$ άρα η εξίσωση της θέσης του θα είναι

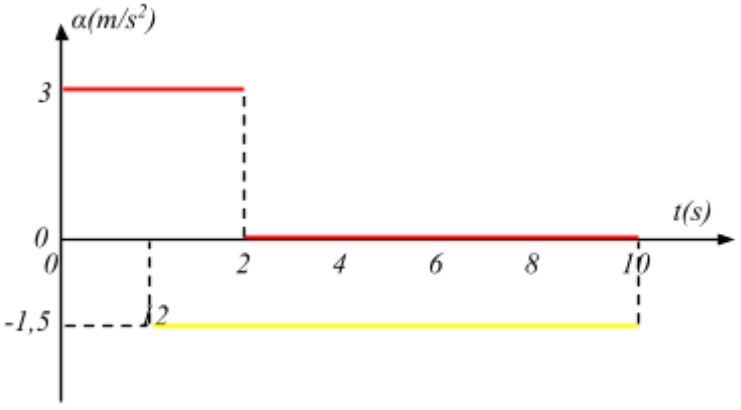
$$x_2 = x_{02} + \frac{1}{2} a_2 (t - t_{02})^2 \Leftrightarrow 120 = 195 + \frac{1}{2} a_2 (12 - 2)^2 \Leftrightarrow$$
$$-75 = \frac{1}{2} a_2 \cdot 100 \Leftrightarrow -150 = 100 a_2 \Leftrightarrow a_2 = -1,5m/s^2$$

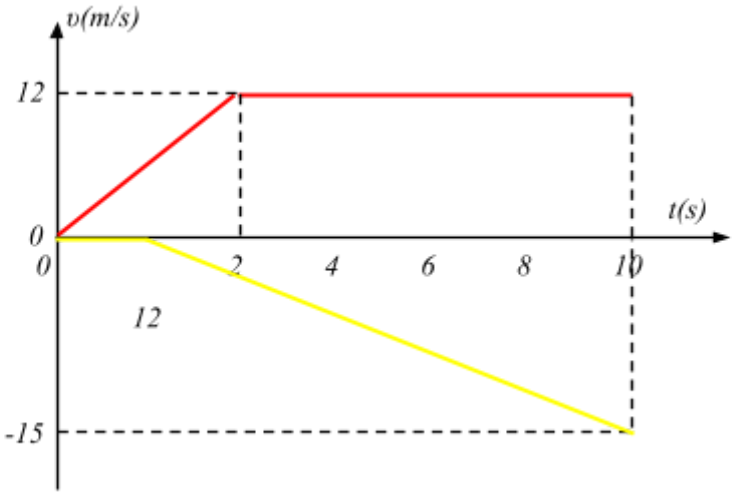
Το πρόσημο (-) που βρήκαμε, εκφράζει ότι το διάνυσμα της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_2$ είναι αρνητικής φοράς. Το ελάχιστο μέτρο της επιτάχυνσης είναι $|a_2| = 1,5m/s^2$. Αν η επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2$ έχει μέτρο πάνω από αυτή την τιμή, ο λύκος θα …πεινάσει.

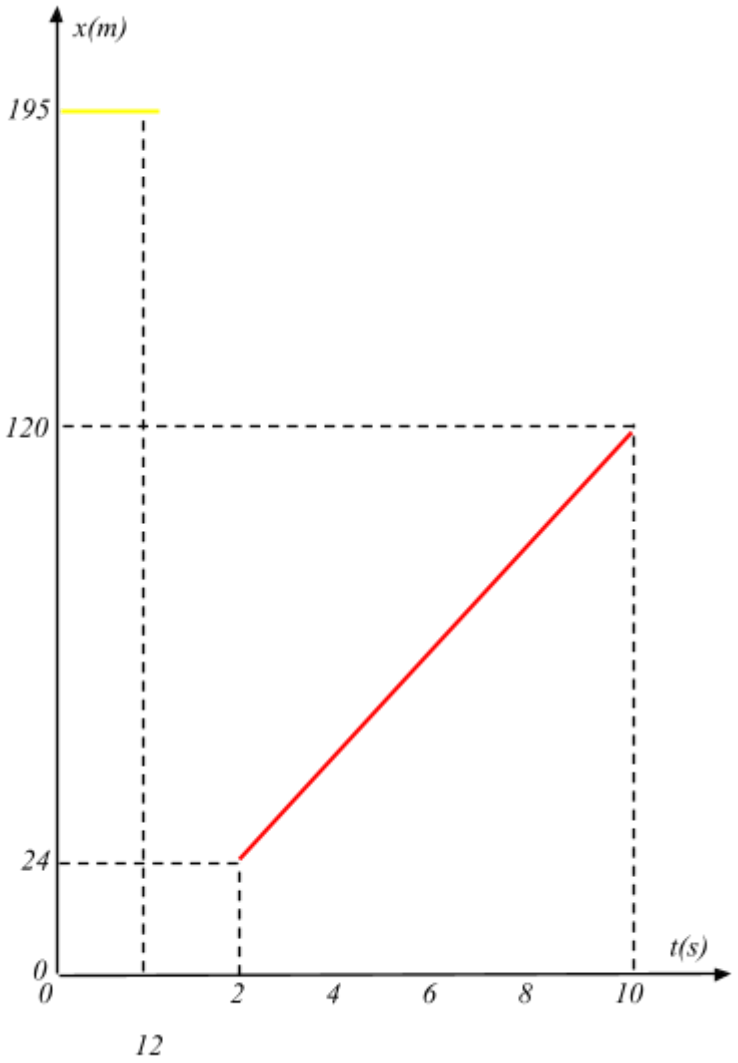
δ) Το κατσικάκι φτάνει στο μαντρί με αλγεβρική τιμή ταχύτητας, που δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_2 = \alpha_2 \cdot (t - t_{02}) = -1,5 \cdot (12 - 2) = -15m/s$$

ε) Στα παρακάτω διαγράμματα χρησιμοποιήσαμε κόκκινο χρώμα για το λύκο και κίτρινο για το κατσικάκι.







Ευχαριστώ το Θοδωρή Παπασγουρίδη.

Ανδρέας Ριζόπουλος