

Тема уроку: Порівняння радикалів.

Мета уроку: Формування умінь учнів порівнювати радикали.

I. Сприймання і усвідомлення матеріалу про порівняння радикалів.

Для порівняння радикалів застосовується теорема:



Теорема: Якщо $a > b \geq 0$, то $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$, тобто більшому додатному підкореневому виразу відповідає і більше значення кореня.

Доведення

Проведемо доведення методом від супротивного. Припустимо, $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.
Тоді за властивістю степенів з натуральним показником маємо $(\sqrt[n]{a})^n < (\sqrt[n]{b})^n$, тобто $a < b$. А це суперечить умові $a > b$.

Приклад. Порівняємо числа $\sqrt[3]{2}$ і $\sqrt[5]{3}$.

Подамо $\sqrt[3]{2}$ і $\sqrt[5]{3}$ у вигляді коренів з одним і тим самим показником:

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[15]{2^5} = \sqrt[15]{32}$, а $\sqrt[5]{3} = \sqrt[15]{3^3} = \sqrt[15]{27}$. Згідно з доведеною теоремою, так як $32 > 27$, то $\sqrt[15]{32} > \sqrt[15]{27}$, а отже, $\sqrt[3]{2} > \sqrt[5]{3}$.

Виконання вправ

1. Порівняйте числа: а) $\sqrt[12]{0,4}$ і $\sqrt[12]{\frac{5}{12}}$; б) $\sqrt[8]{0,2}$ і $\sqrt[8]{0,3}$; в) $\sqrt[5]{\pi}$ і $\sqrt[5]{\frac{10}{3}}$; г) $\sqrt[5]{2}$ і $\sqrt[5]{3}$.

Відповідь: а) $\sqrt[12]{0,4} < \sqrt[12]{\frac{5}{12}}$; б) $\sqrt[8]{0,2} < \sqrt[8]{0,3}$; в) $\sqrt[5]{\pi} < \sqrt[5]{\frac{10}{3}}$; г) $\sqrt[5]{2} < \sqrt[5]{3}$.

2. Що більше: а) $\sqrt[3]{5}$ чи $\sqrt[5]{3}$; б) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{99}}$ чи $\sqrt[10]{10}$; в) $\sqrt{5}$ чи $\sqrt[8]{500}$; г) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ чи $\sqrt{2}$?

Відповідь: а) $\sqrt[3]{5}$; б) $\sqrt[10]{10}$; в) $\sqrt{5}$; г) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$?

3. Що менше: а) $\sqrt[3]{-2}$ чи $\sqrt[3]{-4}$; б) $\sqrt[3]{-5}$ чи $\sqrt[5]{-3}$?

Відповідь: а) $\sqrt[3]{-4}$; б) $\sqrt[3]{-5}$.

Безпосередньо з доведеної теореми випливає:

- 1) Якщо $a > 1$, то $\sqrt[n]{a} > 1$ і $\sqrt[n]{a} < a$.
 2) Якщо $0 < a < 1$, то $0 < \sqrt[n]{a} < 1$ і $\sqrt[n]{a} > a$.
 3) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} > \sqrt[n]{a+b}$, при умові $a > b \geq 0$, або $b > a \geq 0$.

Виконання вправ

1. Визначте знак виразу: а) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}} - 1$; б) $\sqrt[7]{1,2} - 1$; в) $\sqrt[3]{5} - 5$; г) $\sqrt[6]{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$.
 Відповідь: а) $-$; б) $+$; в) $-$; г) $+$.

2. Розташуйте в порядку зростання:

а) $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{18}$; б) $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[15]{30}$; в) $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[6]{3\sqrt[5]{3}}$; $\sqrt[10]{25}$.

Відповідь: а) $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{18}$; $\sqrt{3}$; б) $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[15]{30}$; $\sqrt[3]{2}$; в) $\sqrt[6]{3\sqrt[5]{3}}$; $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[10]{25}$.
