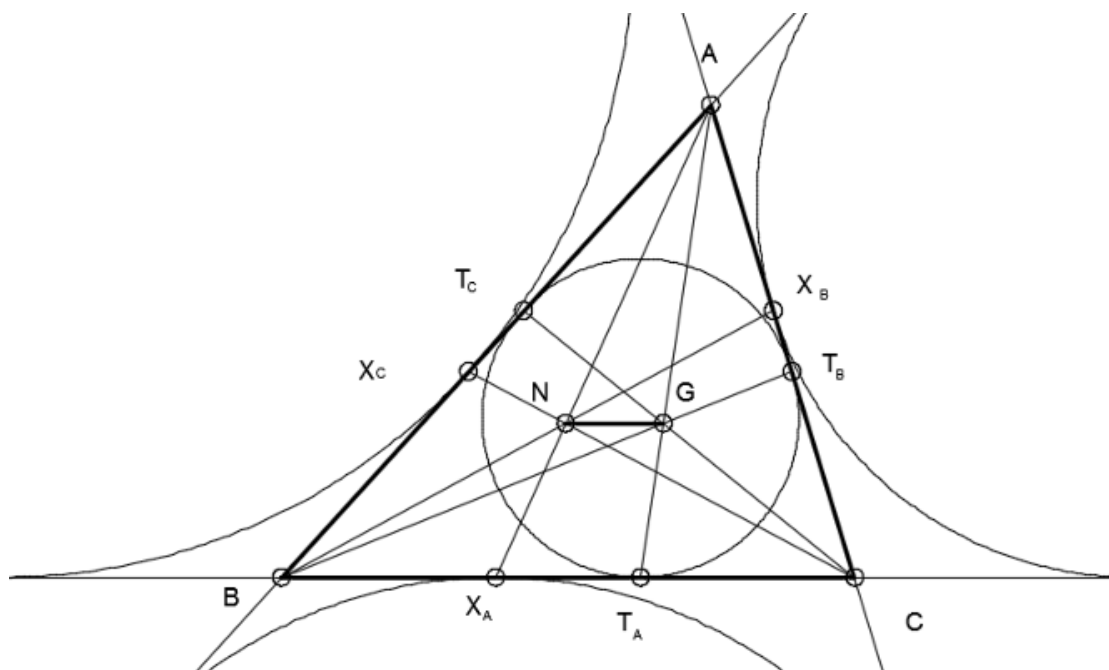
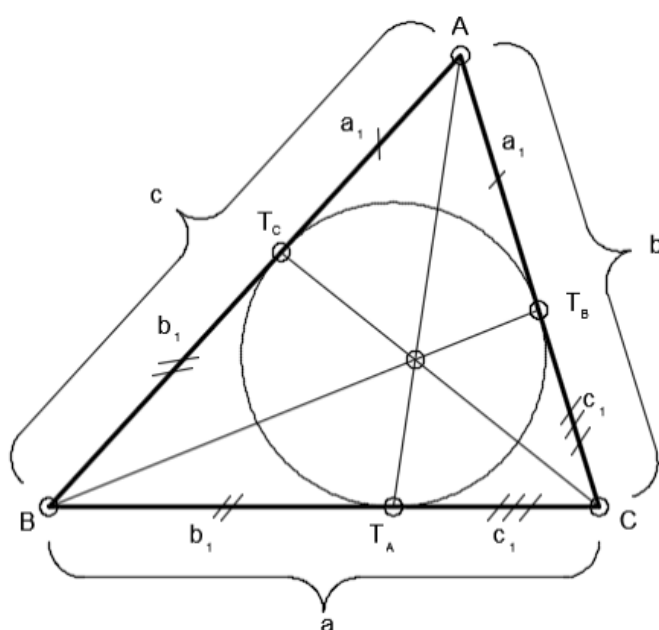




1. Să luăm mai întâi cercul înscris:



Cu notațiile din figură (egalitățile fiind evidente, laturile comune unui punct fiind tangente de o parte și de alta ale aceluiași cerc), avem următoarele relații:

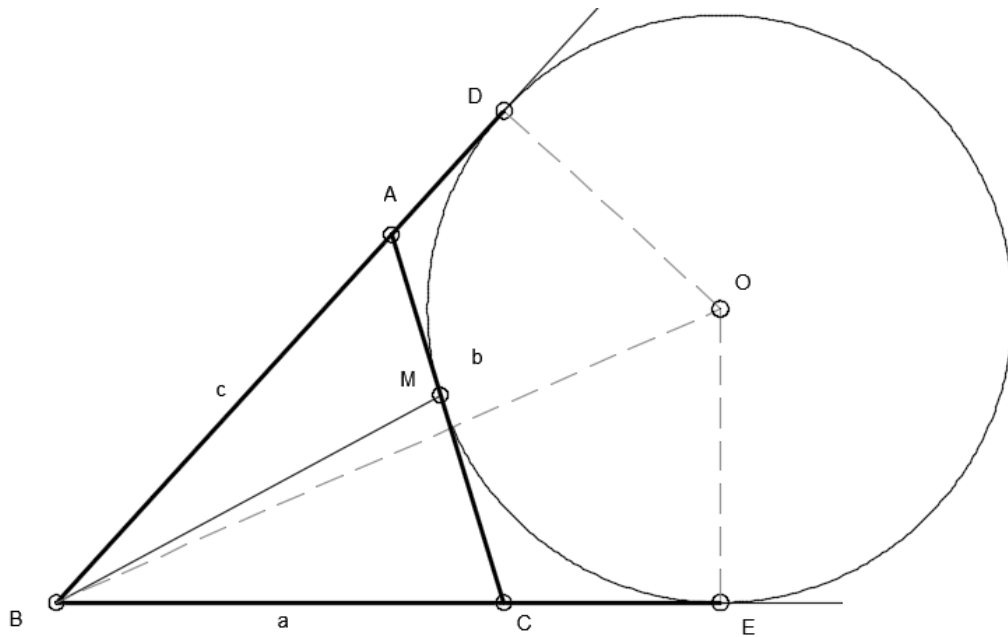
$$a_1 + b_1 = c \quad b_1 + c_1 = a \quad c_1 + a_1 = b$$

Notăm cu $S = \frac{a+b+c}{2}$ semi-perimetrul triunghiului și relațiile de mai sus devin:

$$a_1 = \frac{-a+b+c}{2} = s - a; \quad b_1 = \frac{a-b+c}{2} = s - b;$$

$$c_1 = \frac{a+b-c}{2} = s - c \quad (1)$$

2. Cercurile exînscrise au o proprietate interesantă, și anume *împart perimetrul triunghiului în jumătate!!!*

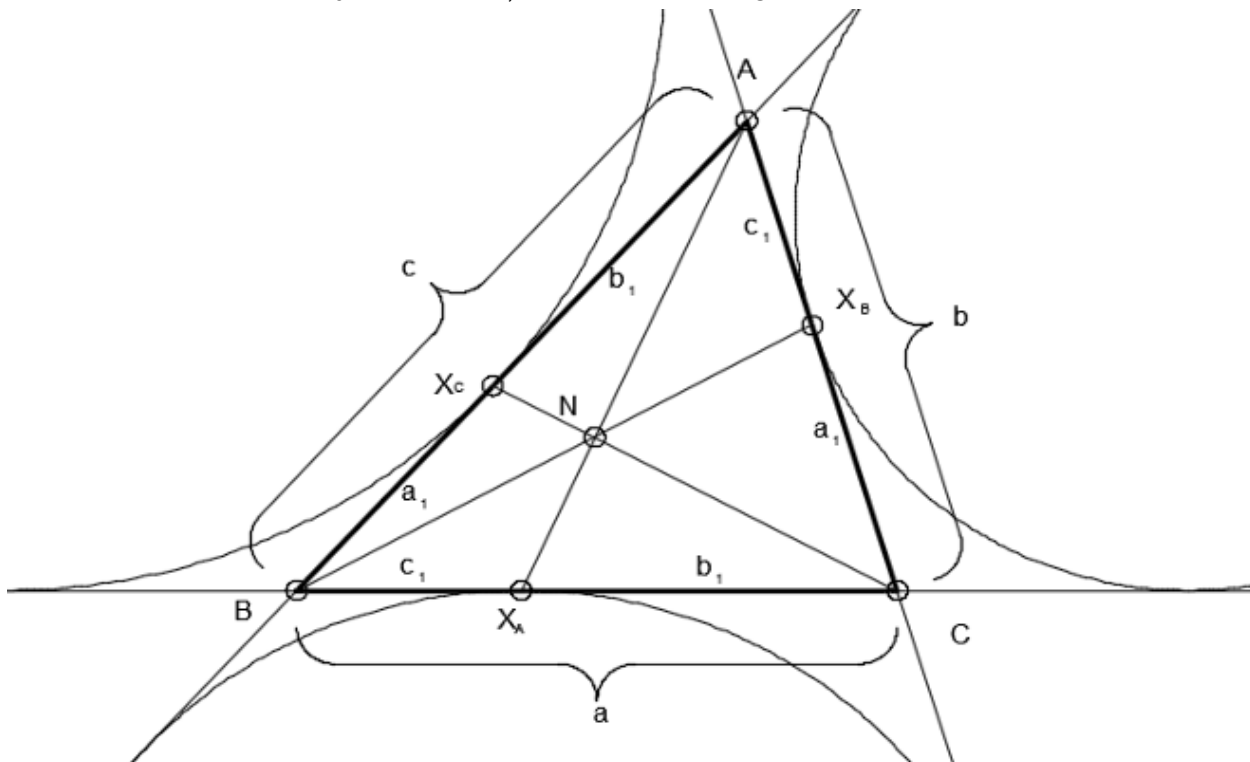


Demonstrație:

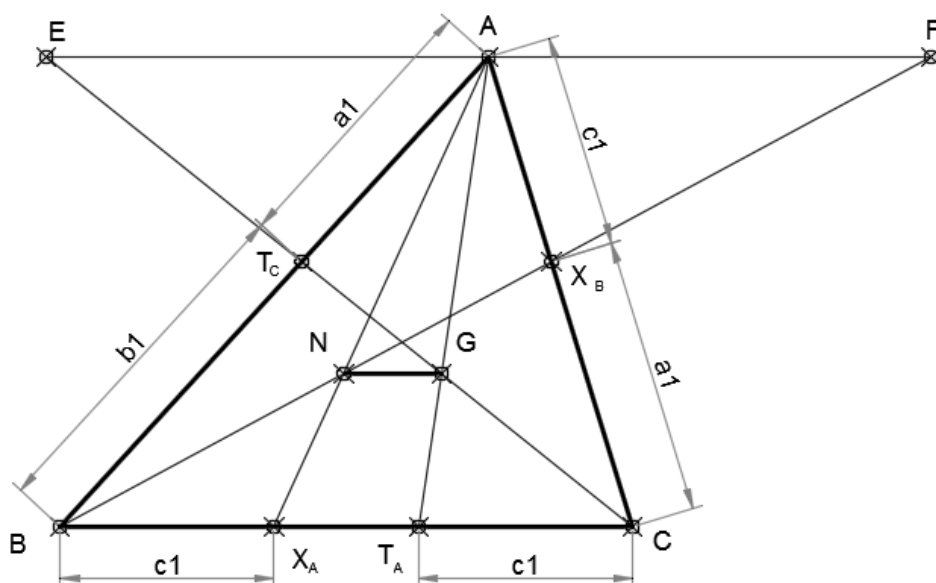
$$BE = BD, CE = CM \text{ și } AM = AD \Rightarrow BC + CM = BA + AM = \frac{a+b+c}{2} = s$$

$$\Rightarrow BC + CM = s, CM = s - BC = s - a = a_1!!!$$

În desenul de mai jos sunt notațiile pentru toate segmentele determinate de cele trei cercuri.



3. Cu notațiile de la pct. 1 și 2, construim următorul desen



$$\text{Dacă } NG \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{NX_A} = \frac{AG}{GT_A}$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{NX_A} = \frac{BX_A}{AF} \text{ și } \frac{AG}{GT_A} = \frac{T_A C}{EA} \Rightarrow \frac{BX_A}{AF} = \frac{T_A C}{EA} \Rightarrow AF = EA$$

$$EA \parallel BC \Rightarrow \frac{AT_C}{T_C B} = \frac{EA}{BC}$$

$$AF \parallel BC \Rightarrow \frac{AX_B}{X_B C} = \frac{AF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AT_C}{T_C B} = \frac{AX_B}{X_B C} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{c_1}{a_1}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{c_1}{a_1} \Leftrightarrow a_1^2 = b_1 \cdot c_1 \Leftrightarrow \left(\frac{-a+b+c}{2} \right)^2 = \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \Leftrightarrow a(b+c) = b$$

