

Η μέση ταχύτητα ενός μυρμηγκιού

Ένα μυρμήγκι αποφάσισε να πάει βόλτα κινούμενο σε ευθεία τροχιά, πάνω σε άξονα κατά τη θετική φορά.

i) Αρχικά κινήθηκε με σταθερή ταχύτητα 10m/h , διανύοντας έτσι το $1/6$ της συνολικής μετατόπισης. Στην επόμενη φάση της βόλτας κάλυψε το $1/3$ της συνολικής μετατόπισης αυξάνοντας λίγο την ταχύτητα σε 20m/h . Το υπόλοιπο του ταξιδιού το κάλυψε με ταχύτητα 30m/h .



α) Αποδείξτε ότι οι τρεις φάσεις της συνολικής μετατόπισης διανύθηκαν σε ίσα χρονικά διαστήματα.

β) Πόση ήταν η αλγεβρική τιμή της μέσης ταχύτητας του μυρμηγκιού σε ολόκληρη τη διαδρομή του;

ii) Υπολογίστε την αλγεβρική τιμή της μέσης ταχύτητας, αν το μυρμήγκι είχε στη διάθεσή του συνολικό χρόνο Δt και έτρεχε για $1/6$ του συνολικού χρόνου με ταχύτητα 10m/h , για $1/3$ του συνολικού χρόνου με ταχύτητα 20m/h και στο υπόλοιπο του χρόνου αύξανε την ταχύτητά του σε 30m/h .

Υποθέτουμε ότι οι μεταβολές στην ταχύτητα γίνονται ακαριαία.

Απάντηση

α) Έστω ότι η αλγεβρική τιμή της συνολικής μετατόπισης είναι $\Delta x = s$. Χωρίζουμε τη συνολική μετατόπιση σε τμήματα, με αλγεβρικές τιμές αντίστοιχα

$$\Delta x_1 = \frac{s}{6}, \quad \Delta x_2 = \frac{s}{3}, \quad \Delta x_3 = s - \frac{s}{6} - \frac{s}{3} = \frac{6s - s - 2s}{6} = \frac{3s}{6} = \frac{s}{2}$$

Εφαρμόζουμε τον τύπο της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης σε κάθε τμήμα, με σκοπό να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια κάθε φάσης.

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{s}{6}}{10} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{s}{60} h$$

$$\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\frac{s}{3}}{20} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{s}{60} h$$

$$\Delta x_3 = v_3 \cdot \Delta t_3 \Leftrightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_3} \Leftrightarrow \Delta t_3 = \frac{\frac{s}{2}}{30} \Leftrightarrow \Delta t_3 = \frac{s}{60} h$$

Παρατηρούμε ότι τα 3 τμήματα της μετατόπισης διανύθηκαν ισόχρονα!

β) Ο συνολικός χρόνος που χρειάστηκε ήταν

$$\Delta t_{\text{ολ}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 3 \cdot \frac{s}{60} = \frac{s}{20} h$$

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t_{\text{ολ}}} = \frac{s}{\frac{s}{20}} = 20\text{m} / h$$

Άρα η αλγεβρική τιμή της μέσης ταχύτητας ήταν

ii) Χωρίζουμε τη συνολική χρονική διάρκεια Δt σε χρονικά διαστήματα

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t}{6}, \Delta t_2 = \frac{\Delta t}{3}, \Delta t_3 = \Delta t - \frac{\Delta t}{6} - \frac{\Delta t}{3} = \frac{6\Delta t - \Delta t - 2\Delta t}{6} = \frac{3\Delta t}{6} = \frac{\Delta t}{2}$$

και εφαρμόζουμε τον τύπο της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης σε κάθε τμήμα

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 \Leftrightarrow \Delta x_1 = 10 \cdot \frac{\Delta t}{6} \Leftrightarrow \Delta x_1 = \frac{5\Delta t}{3}$$

$$\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 \Leftrightarrow \Delta x_2 = 20 \cdot \frac{\Delta t}{3} \Leftrightarrow \Delta x_2 = \frac{20\Delta t}{3}$$

$$\Delta x_3 = v_3 \cdot \Delta t_3 \Leftrightarrow \Delta x_3 = 30 \cdot \frac{\Delta t}{2} \Leftrightarrow \Delta x_3 = 15\Delta t$$

Η συνολική μετατόπιση θα ήταν

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = \frac{5\Delta t}{3} + \frac{20\Delta t}{3} + 15\Delta t = \frac{5\Delta t + 20\Delta t + 45\Delta t}{3} = \frac{70\Delta t}{3} m$$

$$v_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t_{ολ}} = \frac{\frac{70\Delta t}{3}}{\Delta t} = \frac{70}{3} = 23,33 m/h$$

Άρα η αλγεβρική τιμή της μέσης ταχύτητας ήταν

Σχόλια

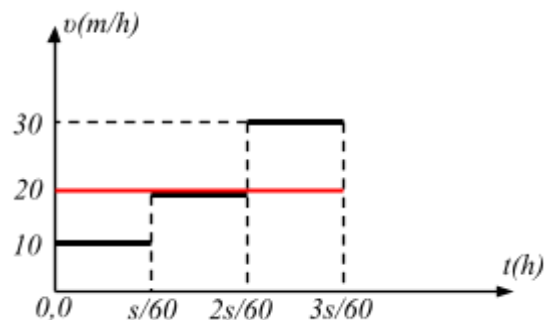
α) Η μετατόπιση είναι διανυσματικό μέγεθος. Αν το μυρμήγκι επιστρέψει στη φωλιά του,

$$\Delta x_{ολ}^{\omega} = 0 \quad \text{άρα η μέση ταχύτητα θα είναι} \quad v_\mu^{\omega} = \frac{\Delta x_{ολ}^{\omega}}{\Delta t_{ολ}} = 0$$

β) Η μέση ταχύτητα θα μπορούσε να υπολογιστεί και γραφικά από το διάγραμμα $v \rightarrow t$.

Ας το κάνουμε για παράδειγμα στο (i) ερώτημα.

Η μετατόπιση ισούται με το συνολικό εμβαδόν κάτω από τα μαύρα ευθύγραμμα τμήματα της γραφικής παράστασης και οφείλει να είναι $E_{μβ} = s$.



Ζητάμε μια υποθετική σταθερή ταχύτητα με την

οποία μπορεί να διανυθεί η ίδια μετατόπιση στον ίδιο χρόνο. Είναι φανερό ότι κάτω από την κόκκινη γραμμή στα $20m/h$, το εμβαδόν είναι επίσης s .

Α ν δ ρ έ α ς Ρ ι ζ ό π ο υ λ ο ς