

SELECTIVIDAD 2000 - 2011 - 2012 - INTEGRALES

Ejercicio 1. Sea $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x y sea $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 1/[x \cdot (\ln(x))^2]$.

(a) 1'5 puntos Determina el conjunto D sabiendo que está formado por todos los puntos $x \in \mathbb{R}$ para los que existe $f(x)$.

(b) 1 punto Usa el cambio de variable $t = \ln(x)$ para calcular una primitiva de f .

Ejercicio 2. 2,5 puntos Calcula el valor de la integral $\int_{-1}^3 (x^2+5)e^{-x} dx$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos Calcula la siguiente integral definida $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$. ¿Qué representa geoméricamente?

Ejercicio 4. (a) [1 punto Dibuja el recinto limitado por la curva $y = (9 - x^2)/4$, la recta tangente a esta curva en el punto de abscisa $x = 1$ y el eje de abscisas.

(b) [1'5 puntos Calcula el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 5. 2'5 puntos considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2 + x - x^2$. Calcula α , α

< 2 de forma que $\int_{\alpha}^2 f(x) dx = 9/2$

Ejercicio 6.

(a) 1 punto Dibuja el recinto limitado por las curvas $y = e^{x+2}$, $y = e^{-x}$ y $x = 0$

(b) 1'5 puntos Halla el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 7. 2'5 puntos Calcula el valor de α , positivo, para que el área encerrada por la curva $y = \alpha x - x^2$ y el eje de abscisas sea 36. Representa la curva que se obtiene para dicho valor de α .

Ejercicio 8. 2,5 puntos Sea $F: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $F(x) = \int_0^x (2t + \sqrt{t}) dt$.

(a) 1'5 puntos Determina $F(1)$.

(b) 1 punto Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = 1$

Ejercicio 9. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & \text{si } x < 0 \\ 1 - mx - x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

(a) 1'25 puntos Determina m sabiendo que f es derivable.

(b) 1'25 puntos Calcula $\int_{-1}^1 f(x) dx$