PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL
BÀI 30. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

[redacted]

1. Các khái niệm thường gặp

- Hệ trục thực ảo gồm có 2 trục vuông góc với nhau : Trục nằm ngang là trục thực, trục đứng dọc là trục ảo
- Số phực $z=a+bi$ khi biểu diễn trên hệ trục thực ảo là điểm $M(a;b)$
- Môđun của số phức $z=a+bi$ là độ lớn của vecto $\overrightarrow{OM}$

2. Lệnh Caso

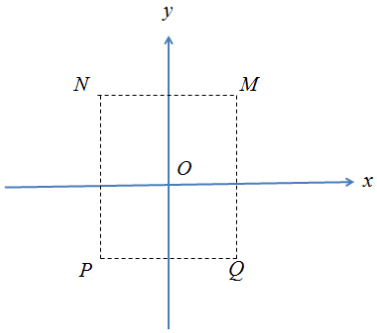
- Để xử lý số phức ta sử dụng lệnh tính số phức MODE 2
- Lệnh giải phương trình bậc hai MODE 5 3
- Lệnh giải phương trình bậc ba MODE 5 4

[redacted]

VD1-[Câu 31 Đề minh họa THPT Quốc Gia lần 1 năm 2017]

Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q

A.điểm P **B.**điểm Q **C.**điểm M **D.**điểm N



GIẢI

- Cô lập $z=\dfrac{3-1}{1+i}$

  Sử dụng máy tính Casio trong môi trường CMPLX để tìm z

  w 2 a 3 p b R 1 + b =

  $\Rightarrow z=1-2i$ và điểm biểu diễn z trong hệ trục thực ảo có tọa độ $(1;-2)$.

  Điểm có thực dương và ảo âm sẽ nằm ở góc phần tư thứ IV

  $\Rightarrow$ Điểm phải tìm là Q và đáp án chính xác là **B**

VD2-[Thi thử trung tâm Diệu Hiền – Cần thơ lần 1 năm 2017]

Điểm biểu diễn số phức $z=7+bi$ với $b\in R$, nằm trên đường thẳng có phương trình là :

A. $x=7$ **B.** $y=x$ **C.** $y=x+7$ **D.** $y=7$

GIẢI

- Điểm biểu diễn số phức $z=7+bi$ là điểm M có tọa độ $M(7;b)$

  Ta biết điểm M thuộc đường thẳng d nếu tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình đường thẳng d

- Thử đáp án A ta có $x=7 \Leftrightarrow 1.x+0.y-7=0$. Thế tọa độ điểm M vào ta được :

  $1.7+0.b-7=0$ (đúng)

  Vậy điểm M thuộc đường thẳng $x=7$ $\Rightarrow$ Đáp án **A** là chính xác

VD3-[Thi thử Group Nhóm toán – Facebook lần 5 năm 2017]

Các điểm M,N,P lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $z_1=\dfrac{4i}{i-1}$; $z_2=(1-i)(1+2i)$; $z_3=-1+2i$

A. Tam giác vuông **B**.Tam giác cân **C**.Tam giác vuông cân **D**.Tam giác đều

GIẢI

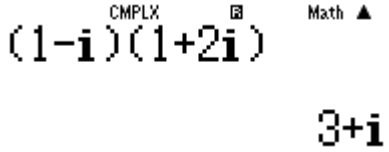
- Rút gọn z_1 bằng Casio

  a 4 b R b p 1 =

  Ta được $z_1=2-2i$ vậy điểm $M(2;-2)$

- Rút gọn z_2 bằng Casio

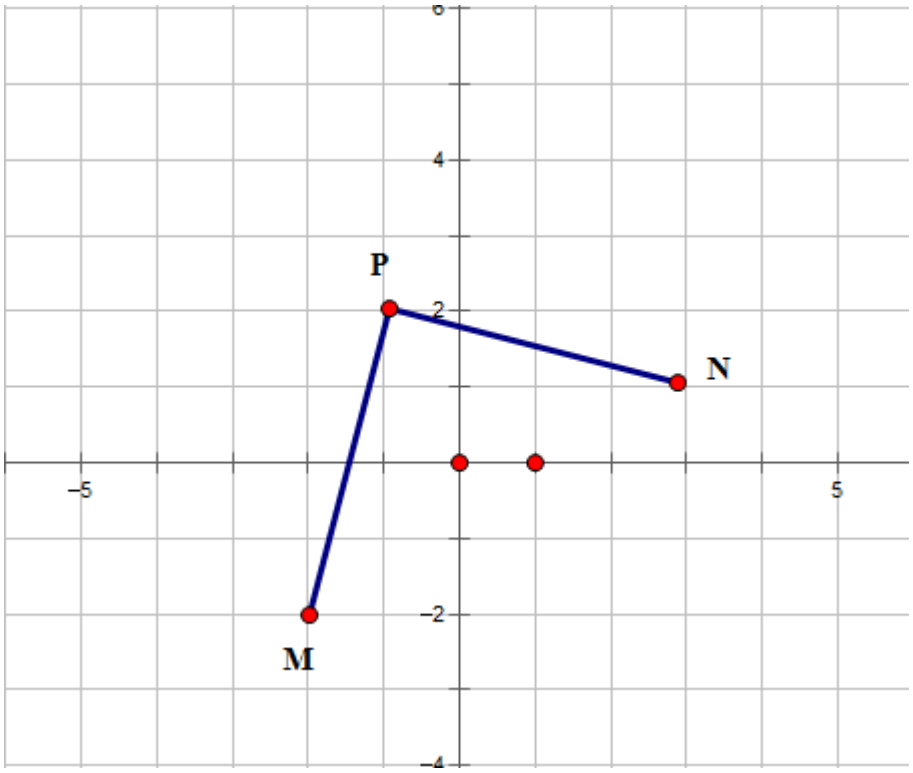
  (1 p b) (1 + 2 b) =



  Ta được $z_2=3+i$ vậy điểm $N(3;1)$

  Tương tự $z_2=-1+2i$ và điểm $P(-1;2)$

- Để phát hiện tính chất của tam giác MNP ta nên biểu diễn 3 điểm M,N,P trên hệ trục tọa độ



Dễ thấy tam giác MNP vuông cân tại P $\Rightarrow$ đáp án **C** chính xác

VD4-[Thi thử báo Toán học Tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

Trong mặt phẳng Oxy, gọi các điểm M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 1 - \mathrm{i}, z_2 = 3 + 2i$. Gọi G là trọng tâm tam giác OMN, với O là gốc tọa độ. Hỏi G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây.

A. $5 - i$ **B.** $4 + i$ **C.** $\frac{4}{3} + \frac{1}{3}i$ **D.** $2 + \frac{1}{2}i$

GIẢI

- Điểm M biểu diễn số phức $z_1 = 1 - i \Rightarrow$ tọa độ $M(1;-1)$

  Điểm N biểu diễn số phức $z_2 = 3 + 2i \Rightarrow$ tọa độ $N(3;2)$

  Gốc tọa độ $O(0;0)$

- Tọa độ điểm $G\left(\frac{x_M + x_N + x_O}{3}; \frac{y_M + y_N + y_O}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$

  Vậy G là điểm biểu diễn của số phức $\frac{4}{3} + \frac{1}{3}i \Rightarrow$ **C** là đáp án chính xác

VD5-[Thi thử THPT Hàm Rồng – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$, điểm M' là điểm biểu diễn số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích $\Delta OMM'$

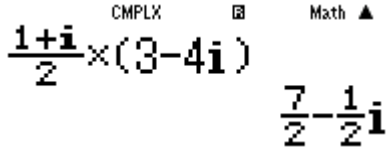
A. $S_{\Delta OMM'} = \frac{25}{4}$ **B.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{25}{2}$ **C.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{15}{4}$ **D.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{15}{2}$

GIẢI

- Điểm M biểu diễn số phức $z_1 = 3-4i$ $\Rightarrow$ tọa độ $M(3;-4)$

  Điểm M' biểu diễn số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$ $\Rightarrow$ tọa độ $N\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$

  a 1 + b R 2 $ O (3 p 4 b) =



  Gốc tọa độ $O(0;0)$

- Để tínhdiện tích tam giác OMM' ta ứng dụng tích có hướng của 2 vecto trong không gian. Ta thêm cao độ 0 cho tọa độ mỗi điểm O, M, M' là xong

  $\overrightarrow{OM}(3;-4;0)$, $\overrightarrow{OM'}\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2};0\right) \Rightarrow S = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right]\right|$

  Tính $\left|\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right]\right|$

  w 8 1 1 3 = p 4 = 0 = q 5 1 2 1 7 P 2 = p 1 P 2 = 0 = C q 5 3 q 5 7 q 5 4 =

  Vậy $\left|\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right]\right| = 12.5 = \frac{25}{2} \Rightarrow S_{OMM'} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right]\right| = \frac{25}{4}$

  $\Rightarrow$ **A** là đáp án chính xác

VD6-[Đề thi minh họa bộ GD-ĐT lần 2 năm 2017]

Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$

A. $M\left(\frac{1}{2};2\right)$ **B.** $M\left(-\frac{1}{2};2\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{4};1\right)$ **D.** $M\left(\frac{1}{4};1\right)$

GIẢI

- Sử dụng lệnh giải phương trình bậc hai MODE 5 3 để giải phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$

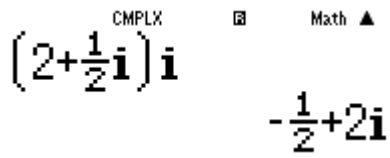
  w 5 3 4 = p 1 6 = 1 7 = = =

Vậy phương trình $4z^2-16z+17=0$ có hai nghiệm $z=2+\frac{1}{2}i$ và $z=2-\frac{1}{2}i$

$\Rightarrow z=2-\frac{1}{2}i$

□ Để z_0 có phần ảo dương . Tính $w=z_0 i$

w 2 (2 + a 1 R 2 $ b) b =



Vậy phương trình $w=-\frac{1}{2}+2i$ $\Rightarrow$ Điểm biểu diễn số phức w là $M\left(-\frac{1}{2};2\right)$

$\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác

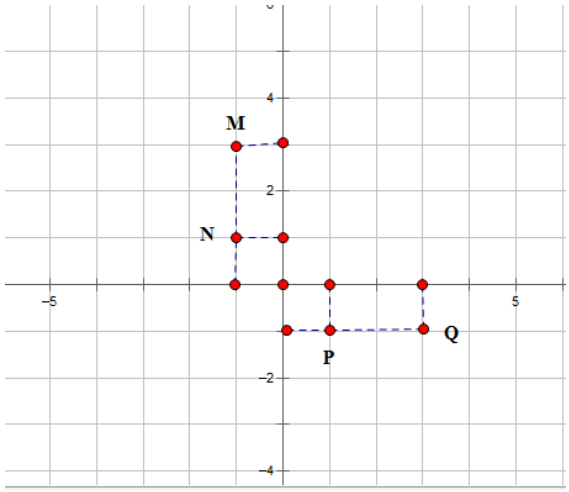
II) BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017]

Cho số phức $z=2+i$. Hãy xác định điểm biểu diễn hình học của số phức $w=(1-i)z$

A.Điểm M **B.**Điểm N

C.Điểm P **D.** Điểm Q

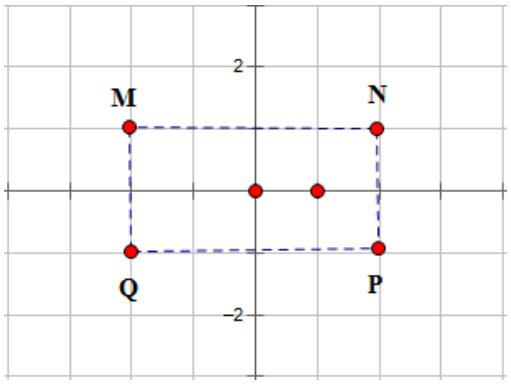


Bài 2-[Thi thử facebook nhóm toán lần 5 năm 2017]

Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z=4z+5$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên .

A.Điểm N **B.**Điểm P

C.Điểm M **D.** Điểm Q



Bài 3-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

Trên mặt phẳng tọa độ các điểm A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $\dfrac{4}{-\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i}$, $(1-i)(1+2i)$, $-2i^3$ Khi đó tam giác ABC

A.Vuông tại C **B.**Vuông tại A **C.**Vuông cân tại B **D.** Tam giác đều

Bài 4-Các điểm A,B,C, A',B',C' trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số : $1-i,2+3i,3+i$ và $3i,3-2i,3+2i$ có G,G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. G trùng G' **B.** Vecto $\overrightarrow{GG'}=(1;-1)$

C. $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{GA'}$ **D.** Tứ giác $GAG'B$ lập thành một hình bình hành

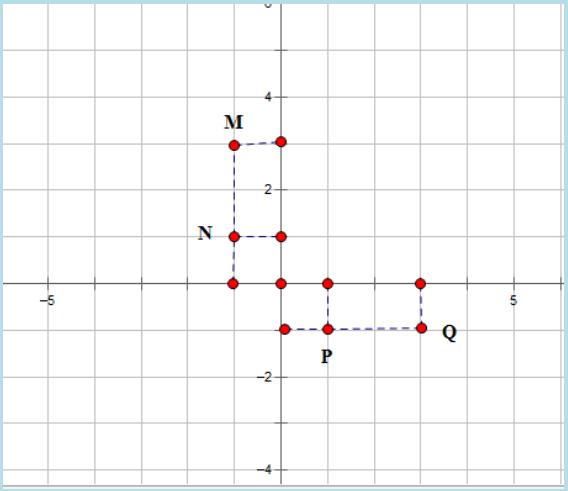
LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017]

Cho số phức $z=2+i$. Hãy xác định điểm biểu diễn hình học của số phức $w=(1-i)z$

A.Điểm M **B.**Điểm N

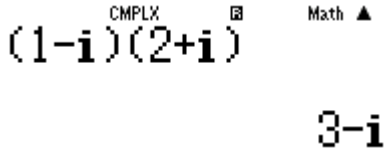
C.Điểm P **D.** Điểm Q



GIẢI

- Tính số phức $w=(1-i)z$ bằng máy tính Casio

(1 p b) (2 + b) =



Vậy tọa độ của điểm thỏa mãn số phức w là $(3;-1)$. Đây là tọa độ điểm Q

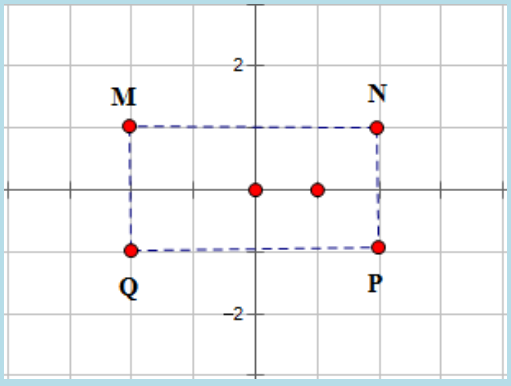
$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài 2-[Thi thử facebook nhóm toán lần 5 năm 2017]

Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z=4z+5$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên .

A.Điểm N **B.**Điểm P

C.Điểm M **D.** Điểm Q



GIẢI

- Cô lập $(2-i)z-4z=5 \Leftrightarrow -(2+i)z=5 \Leftrightarrow z=\dfrac{-5}{2+i}$

- Tìm số phức $z=\dfrac{-5}{2+i}$

a p 5 R 2 + b =

Vậy tọa độ của điểm thỏa mãn số phức z là $(-2;1)$. Đây là tọa độ điểm M

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài 3-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

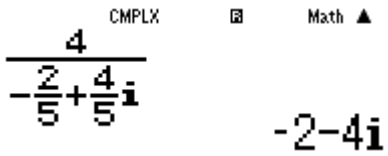
Trên mặt phẳng tọa độ các điểm A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $\dfrac{4}{-\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i}$, $(1-i)(1+2i)$, $-2i^3$ Khi đó tam giác ABC

A.Vuông tại C **B.**Vuông tại A **C.**Vuông cân tại B **D.** Tam giác đều

GIẢI

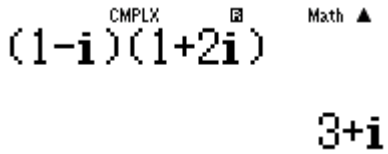
- Rút gọn $\dfrac{4}{-\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i}$ được $-2-4i$ vậy tọa độ điểm $A(-2;-4)$

a 4 R p a 2 R 5 $ + a 4 R 5 $ b =

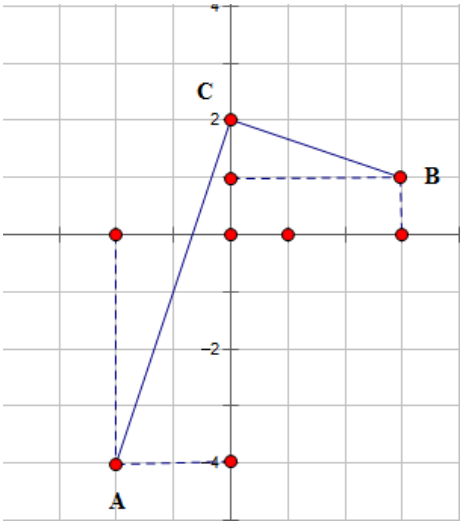


- Rút gọn $(1-i)(1+2i)$ được $3+i$ vậy tọa độ điểm $B(3;1)$

(1 p b) (1 + 2 b) =



- Rút gọn $-2i^3=-2i.i^2=2i$ vậy tọa độ điểm $C(0;2)$
- Để phát hiện tính chất của tam giác ABC ta chỉ cần biểu diễn trên hệ trục tọa độ là thấy ngay



Dễ thấy tam giác ABC vuông tại C

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

Bài 4-Các điểm A,B,C , A',B',C' trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số : $1-i,2+3i,3+i$ và $3i,3-2i,3+2i$ có G,G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. G trùng G' **B.** Vecto $\overrightarrow{GG'}=(1;-1)$

C. $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{GA'}$ **D.** Tứ giác $GAG'B$ lập thành một hình bình hành

GIẢI

- Ta có tọa độ các đỉnh $A(1;-1), B(2;3), C(3;1) \Rightarrow$ Tọa độ trọng tâm $G(2;1)$

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \end{cases}$$

- Ta có tọa độ các đỉnh $A'(0;3), B'(3;-2), C'(3;2) \Rightarrow$ Tọa độ trọng tâm $G(2;1)$

$$\begin{cases} x_{G'} = \dfrac{x_{A'} + x_{B'} + x_{C'}}{3} = 2 \\ y_{G'} = \dfrac{y_{A'} + y_{B'} + y_{C'}}{3} = 1 \end{cases}$$

Rõ ràng $G \equiv G' \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**.