

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên học sinh: Lớp:

II. Tự luận: (4đ)

Câu 1: Giải phương trình $z^2 - 3z + 4 = 0$ tìm số phức z có phần ảo âm. Tìm module của $w = iz$:

Câu 2: Giải tích phân sau đây $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos(2x) dx$:

Câu 3: Giải tích phân sau đây $\int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$:

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ và

$d_2 : \begin{cases} x = 2 + u \\ y = -3 + 2u \\ z = 1 + 3u \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 .

HẾT

Câu 1	Giải phương trình $z^2 - 3z + 4 = 0$ tìm số phức z có phần ảo âm. Tìm module của $w = iz$	1 điểm
	$\Delta = 3^2 - 4.4 = -7$ $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{7}{4}}i \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{7}{4}}i \end{cases}$	0,25
	Số phức có phần z ảo âm $\Rightarrow z = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{7}{4}}i \Rightarrow w = iz = \sqrt{\frac{7}{4}} + \frac{3}{2}i$	0,25
	Module của w : $ w = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2$	0,5
Câu 2	Giải tích phân sau đây $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos(2x) dx$:	1 điểm
	Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$	0,5 đ
	$I = \left(\frac{1}{2} x \cdot \sin 2x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$	0,25 đ
	$I = \frac{\pi}{8} + \left(\frac{1}{4} \cos 2x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$	0,25 đ
Câu 3	Giải tích phân sau đây $\int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x \sqrt{\ln x + 1}} dx$:	1 điểm
	Đặt $t = \sqrt{\ln x + 1} \Rightarrow t^2 = \ln x + 1 \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}$	0,25 đ
	$x = 1 \Rightarrow t = 1$ $x = e^3 \Rightarrow t = 2$	0,25 đ
	$I = 2 \int_1^2 (t^4 - 2t^2 + 1) dt$	0,25 đ
	$I = \left(\frac{2t^5}{5} - \frac{4t^3}{3} + 2t \right) \Big _1^2 = \frac{76}{15}$	0,25 đ

Câu 4	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2 : \begin{cases} x = 2 + u \\ y = -3 + 2u \\ z = 1 + 3u \end{cases} .$ Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2.	1 điểm
	Gọi $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ lần lượt là VTCP của d_1 và $d_2 \Rightarrow \vec{u}_1(2;1;3)$ và $\vec{u}_2(1;2;3)$.	0,25 đ
	Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 ($A \in d_1$ và $B \in d_2$) $\Rightarrow A(1+2t; 2+t; -3+3t)$ và $B(2+u; -3+2u; 1+3u) \Rightarrow$ $\vec{AB}(u-2t+1; 2u-t-5; 3u-3t+4)$	0,25 đ
	Từ điều kiện $AB \perp d_1$ và $AB \perp d_2 \Leftrightarrow$ $\begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(u-2t+1) + 2u-t-5 + 3(3u-3t+4) = 0 \\ u-2t+1 + 2(2u-t-5) + 3(3u-3t+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{29}{9} \\ u = \frac{25}{9} \end{cases}$ $\Rightarrow A\left(\frac{67}{9}; \frac{47}{9}; \frac{20}{3}\right); B\left(-\frac{24}{9}; -\frac{24}{9}; \frac{24}{9}\right)$	0,25 đ
	Vậy đường vuông góc chung d là đường đi qua A và nhận $\vec{u}(1;1;-1)$ làm VTCP $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = \frac{67}{9} + t' \\ y = \frac{47}{9} + t' \\ z = \frac{20}{3} - t' \end{cases} \quad (t' \text{ là tham số})$	0,25 đ