

Centrale PSI Physique - Chimie 2001

Partie I – Hydroxydes et oxydes en présence d'eau

I.A – Dissolution des hydroxydes en milieu tamponné

I.A.1) $[\text{Fe}^{3+}] = 10^{-2} \text{ M}$

$[\text{OH}^-] = (10^{-38}/[\text{Fe}^{3+}])^{1/3} = 10^{-12} \text{ M}$

$\text{Fe}(\text{OH})_3$ précipite lorsque $\text{pH} \geq 2$.

I.A.2) 99,9 % des ions Fe^{3+} ont précipités.

Alors $[\text{Fe}^{3+}] = 10^{-5} \text{ M}$

$[\text{OH}^-] = (\text{Ke}/[\text{Fe}^{3+}])^{1/3} = 10^{-11} \text{ M}$

pH

= 3

I.A.3) $[\text{Fe}^{2+}] = 10^{-2} \text{ M}$

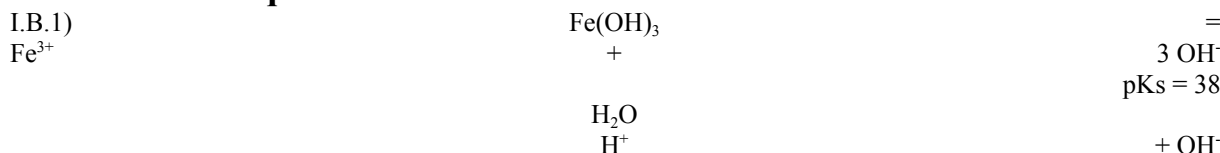
$[\text{OH}^-] = (10^{-16}/[\text{Fe}^{2+}])^{1/2} = 10^{-7} \text{ M}$

$\text{Fe}(\text{OH})_2$ précipite lorsque $\text{pH} \geq 7$.

I.A.4) On ne peut à priori rien prévoir. En effet, $\text{pKs}(\text{Fe}(\text{OH})_3) > \text{pKs}(\text{Fe}(\text{OH})_2)$, $\text{Fe}(\text{OH})_2$ serait plus soluble, cependant il libère moins d'ions OH^- .

Pour des nombres de mol dissous égaux, il faut comparer les valeurs du rapport $\text{pKs}/\text{nb d'ions OH}^-$. N'est-ce pas déjà entreprendre un calcul numérique ?

I.B – Solution aqueuse saturée



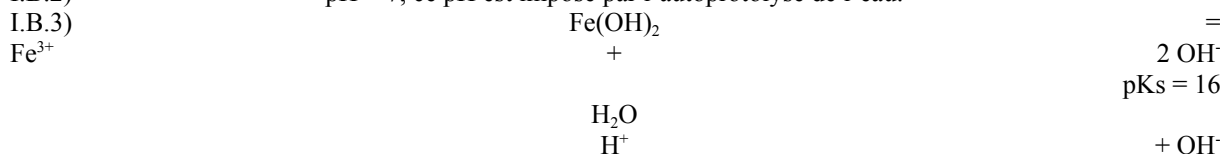
$\text{pKe} = 14$

On peut supposer que l'autoprotolyse de l'eau est la réaction prépondérante. Dans ce cas,

$[\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ M} = [\text{H}^+]$ $[\text{Fe}^{3+}] = 10^{-38}/[\text{OH}^-]^3 = 10^{-17} \text{ M}$

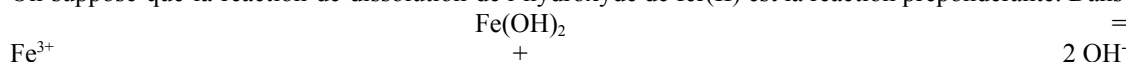
On vérifie que l'avancement de la réaction de dissolution de l'hydroxyde de fer(III) (10^{-17} M) est très inférieur à celui de la réaction d'autoprotolyse de l'eau (10^{-7} M).

I.B.2) pH = 7, ce pH est imposé par l'autoprotolyse de l'eau.



$\text{pKe} = 14$

On suppose que la réaction de dissolution de l'hydroxyde de fer(II) est la réaction prépondérante. Dans ce cas,



x

2x

$\text{Ks} = 4x^3$

$[\text{Fe}^{3+}] = x = (\text{Ks}/4)^{1/3} = 2,92 \cdot 10^{-6} \text{ M}$
 $[\text{OH}^-] = 2x$

$x \gg 10^{-7}$, donc la dissolution est bien prépondérante.

$[\text{Fe}^{3+}] = 2,92 \cdot 10^{-6} \text{ M}$

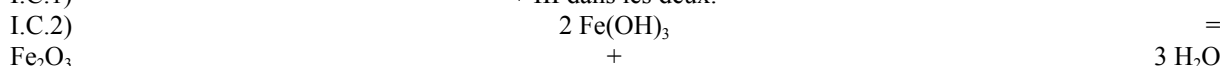
$[\text{OH}^-] = 5,85 \cdot 10^{-6} \text{ M}$

$[\text{H}^+] = 1,71 \cdot 10^{-9} \text{ M}$

I.B.4) pH = 8,8, l'hydroxyde de fer(II) est plus soluble (basique) que l'hydroxyde de fer(III).

I.C – Stabilité de l'hydroxyde de fer(III)

I.C.1) + III dans les deux.



I.C.3) Il faut sans doute lire "en présence" là où l'énoncé mentionne "en équilibre".

L'activité des deux solides et celle du solvant valent 1.

$$A = A^\circ = 2 \mu^\circ(\text{Fe}(\text{OH})_3) - \mu^\circ(\text{Fe}_2\text{O}_3) - 3 \mu^\circ(\text{H}_2\text{O}) = 59 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

I.C.4) Le système est instable ($A \neq 0$) et évolue dans le sens de la formation de Fe_2O_3 ($A > 0$).

I.C.5) Il y a d'abord formation d'hydroxyde de fer(III) sous contrôle cinétique, hydroxyde qui se transforme peu à peu en oxyde (contrôle thermodynamique).

Partie II – Matériau magnétique conducteur à basse fréquence

II.A – Équation du champ magnétique

II.A.1)	$\ \epsilon_0 \partial/\partial t\ / \ \gamma\ \# \epsilon_0 \omega / \gamma = \epsilon_0 2\pi f / \gamma$	fréquence f	1 kHz	1 MHz	1 GHz	1 THz
		alliage		$4 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^7$
		ferrite		$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^4$	20 0,02

II.A.2) Pour avoir $\|\epsilon_0 \partial/\partial t\| / \|\gamma\| \ll 1$, il faut choisir $f < 1$ GHz.

II.A.3)

a)

b) équation de la diffusion de particules
ou équation de la diffusion de la chaleur
ou pour un écoulement incompressible laminaire.

c) Cette équation n'est pas invariante par la transformation $t \rightarrow -t$ (renversement du temps).

Ici, il y a dissipation d'énergie par effet Joule dans le milieu magnétique.

Dans les exemples, il y a diffusion irréversible du plus dense vers le moins dense, du plus chaud vers le plus froid ou dissipation d'énergie par frottement visqueux.

d) Une équation de propagation de d'Alembert : $c^2 \partial^2 X / \partial x^2 = \partial^2 X / \partial t^2$.

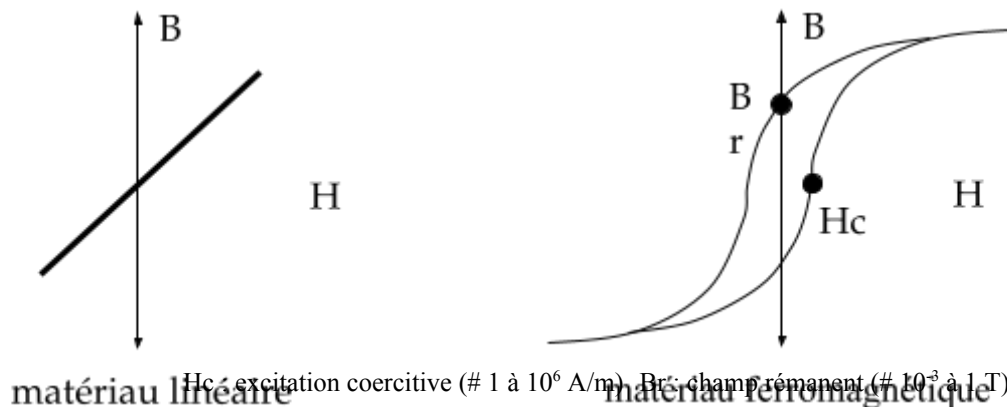
II.A.4) L'équation du II.A.3) a) montre que $[\delta] = [\Delta B / B]^{1/2} = L$.

δ	50 Hz	1 kHz
alliage	0,5 mm	0,1 mm
ferrite	2 m	0,5 m

L'alliage est imperméable au champ magnétique, le champ reste localisé en surface.

II.B – Tracé du cycle d'hystérésis

I.B.1)

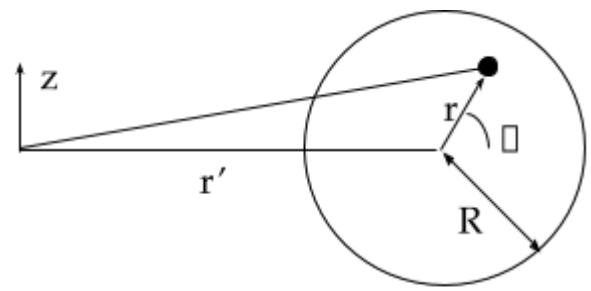
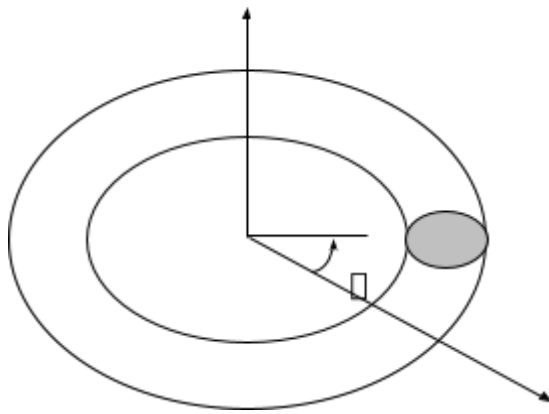


I.B.2)

a)

Tout plan contenant l'axe de révolution de tore est plan de symétrie pour la distribution de courant : est donc orthogonal à la section du tore. Le milieu est linéaire et isotrope, donc est colinéaire à .

Le système est invariant par rotation autour de l'axe du tore. Les champs ne dépendent pas de la coordonnée θ d'un système de coordonnées cylindriques défini par rapport à l'axe du tore. Ils dépendent de r et de z (et du temps t).



Section du tore

Dans le plan d'une section du tore, la position d'un point peut être repérée par les coordonnées r' et z ou bien par r et φ .

L'hypothèse $L \gg R$ permet de considérer localement le tore comme un cylindre infiniment long et donc d'affirmer que B et μ sont indépendants de φ . On a donc $B(r, t)$ et $\mu(r, t)$: la distribution de champ magnétique est à symétrie cylindrique.

Les courants induits dans le milieu de conductivité γ , sont $J = \gamma E$, avec $E = -\nabla \phi$. Tout plan contenant l'axe du cylindre est plan de symétrie de la distribution de champ magnétique, d'où $J_r = J_z = 0$: les courants s'enroulent autour de l'axe. Les lignes de courants sont donc des cercles concentriques.

b)

Appliquons le théorème d'Ampère à un contour fermé circulaire dans un plan orthogonal à l'axe du tore et centré sur cet axe, de rayon $L/2\pi$.

Comme $L \gg R$, $H(R, t) = (N/L) i(t)$.

contour n'enlace aucun courant induit, seulement le courant $i(t)$ parcourant les N spires de l'enroulement.

Comme $L \gg R$, $H(R, t) = (N/L) i(t)$.

c)

En procédant comme au b), mais avec un contour circulaire situé dans un plan orthogonal à l'axe du tore et centré sur cet axe, de rayon tout juste inférieur à $L/2\pi - R$ (représenté en pointillé), on obtient – à condition que les spires soient réellement à la surface du tore – B_{ext} et μ_{ext} nuls.

Considérons pour cette question B uniforme dans le tore. Les amplitudes de B et de son flux Φ à travers les N spires sont $B_0 = \mu N I_0 / L$ et $\Phi_0 = \pi R^2 N B_0 = \pi R^2 N \mu N I_0 / L$.

A.N. :

ferrite

alliage

B_0

1 T

0,1 T

Φ_0

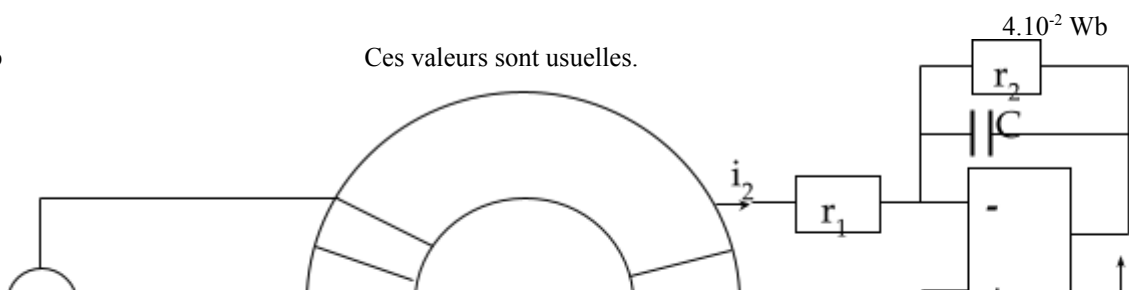
$4 \cdot 10^{-3}$ Wb

II.B.3)

a)

Ces valeurs sont usuelles.

$4 \cdot 10^{-2}$ Wb



- b) On suppose que H et B sont uniformes. D'après le théorème d'Ampère, $HL = N_1 i_1 + N_2 i_2$, où N_1 et N_2 sont les nombres de spires au primaire et au secondaire. On se place dans une situation telle que $i_1 \gg i_2$ ($r_1 \gg r$). Au primaire, on a $U_1 = r_1 i_1$, ce qui donne . Pour obtenir B , il est nécessaire d'avoir recours à un intégrateur : lorsque le montage à AO fonctionne en intégrateur, c'est-à-dire pour $r_2 C 2\pi f \gg 1$.
- c) U_1 et U_2 sont de l'ordre de quelques centaines de mV, N_1 et N_2 de l'ordre de 100, i_1 de l'ordre de 0,1 A. Il faut donc choisir $r \neq 1 \Omega$. $r_1 C$ est de l'ordre de 10 ms pour la ferrite et de 100 ms pour l'alliage. On peut choisir $C \neq 1 \mu F$ et $r_1 \neq 10 k\Omega$ ou $100 k\Omega$. La condition $r_2 C 2\pi f \gg 1$ impose à 50 Hz de choisir $r_2 > 50 k\Omega$.

II.B.4)

- a) En posant $r = \delta y / \alpha$, dans , il vient puis $\alpha^2 = -2i$ d'où $\alpha = \pm (1 - i)$.
- b) En multipliant l'équation satisfaite par $\underline{B}$ par y , on obtient qui donnerait $d\underline{B}(0)/dt = 0$, si l'on était sûr que $|d^2 \underline{B}(0)/dt^2|$ reste borné.
- c) Voir II.A.4).

II.B.5)

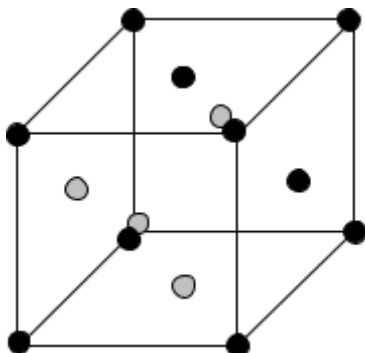
- a) On constate que :
- pour $R/\delta < 3$, $|\underline{B}(r/\delta)| \approx |\underline{B}(0)|$, $|\underline{B}|$ reste sensiblement uniforme à l'intérieur du tore
 - pour $R/\delta > 8$, $|\underline{B}(r/\delta)| \approx |\underline{B}(0)| \exp(r/\delta - 6)$.
- b) Pour la ferrite, $R/\delta \approx 4 \cdot 10^{-3} \ll 1$. Le flux de B est donc proportionnel à B . On peut tracer le cycle d'hystérésis avec un tel dispositif. Pour l'alliage, $R/\delta \approx 20 > 3$. Le flux mesuré n'est pas proportionnel à B . On peut imaginer d'augmenter δ en diminuant la fréquence (les valeurs des composants de l'intégrateur vont alors poser problème) ou en diminuant R (en feuilletant le matériau).

II.B.6)

- a) $\underline{\Phi}(t) = N\pi R^2 h(R/\delta) \underline{B}(R, t)$
- b) $h(R/\delta)$ vaut d'après les courbes environ $0,07 \exp(-i\pi/4)$. Le flux de B est alors déphasé d'un huitième de période par rapport au champ B . Ceci déforme le cycle qui s'en trouve arrondi.
- c) A moins d'interposer un déphaseur au secondaire, il est impossible d'observer le cycle réel.

Partie III – Étude structurale d'une ferrite

III.A –



III.B – 4

III.C – $r_t = r_{O^{2-}} \cdot ((3/2)^{1/2} - 1) = 31 \text{ pm}$

III.D – $r_o = r_{O^{2-}} \cdot (\sqrt{2} - 1) = 58 \text{ pm}$

III.E – $r_{Fe^{2+}}$ et $r_{Fe^{3+}}$ sont supérieurs à r_t et à r_o , il est donc impossible de placer les ions fer dans les sites interstitiels sans déformation de l'empilement des ions oxydes.

III.F – Il y a deux ions Fe^{3+} et un ion Fe^{2+} par maille.

Les 8 sites tétraédriques sont occupés par la moitié des ions Fe^{2+} , soit un taux d'occupation de $(1/2)/8$ c'est-à-dire 6,25 %.

Les 4 sites octaédriques sont occupés par tous les ions Fe^{3+} et par la moitié des ions Fe^{2+} , soit un taux d'occupation de $2/4 + (1/2)/4$ c'est-à-dire 62,5 %.

(L'énoncé commet ici une imprécision, en réalité, les ions Fe^{2+} se placent dans des sites octaédriques et les ions Fe^{3+} occupent pour moitié des sites octaédriques et pour moitié des sites tétraédriques. Dans ce cas, 50 % des sites octaédriques et 12,5 % des sites tétraédriques sont occupés.)

III.G – Ce sont les ions Fe^{2+} placés dans les sites tétraédriques qui déforment le plus la maille.

Si on suppose que celle-ci reste cubique, son arête vaut $4(r_{O^{2-}} + r_{Fe^{2+}})/\sqrt{3} = 499 \text{ pm}$.

(Si on tient compte de l'erreur de l'énoncé, on trouve 471 pm.)

Partie VI –

IV.A – Utilisation d'une ferrite dans un hacheur “ dévolteur ”

IV.A.1) $\Gamma = \varphi \cdot i$

et

$E' = \varphi \cdot \omega$

$\Gamma \cdot \omega = E' \cdot i$ traduit la conversion électromécanique de puissance.

IV.A.2) $\Gamma = Ei/\omega = 6,4 \text{ N.m}$

IV.A.3) On conserve le couple, donc le courant i . La vitesse est divisée par 2, donc $E' = E/2 = 50 \text{ V}$.

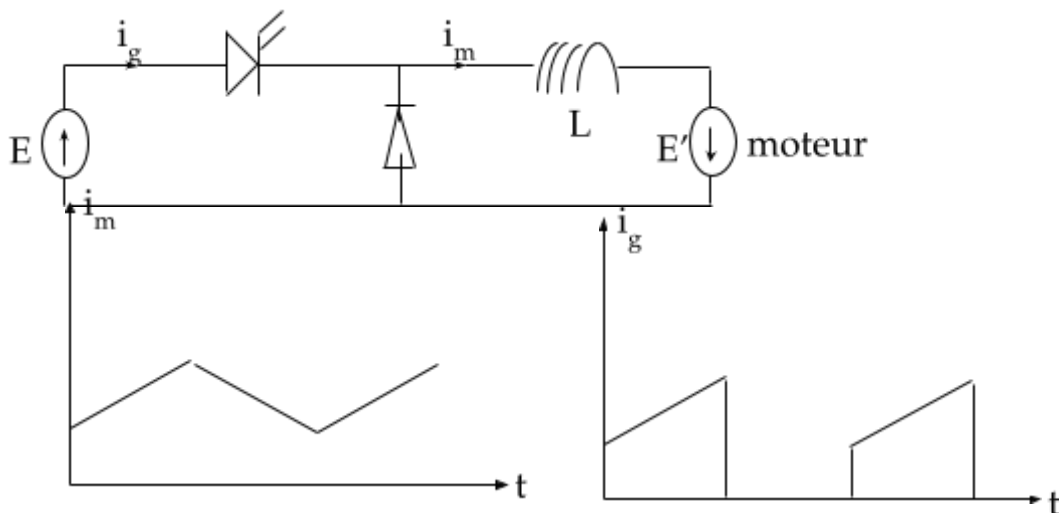
La résistance à placer en série avec le moteur vaut $R = E/2i = 5 \Omega$. La puissance dissipée par effet Joule dans la résistance vaut $Ri^2 = 500 \text{ W}$, ce qui est énorme (rendement 50 %).

IV.A.4)

a) Il a un rendement de 100 %.

b) $E' = \alpha E$ où α est le rapport cyclique. Il vaut donc 1/2.

c)



IV.A.5) De $t = 0$ à $t = T/2$,

$$E - E' = L \Delta i / (T/2)$$

D'où

$$L = (E - E')T/2\Delta i$$

A.N. : $L = 50 \text{ mH}$

Il faut ajouter à L une bobine d'autoinductance au moins égale à 40 mH en série avec le moteur.

IV.A.6) Question assez vague, il faudrait que l'énoncé précise une contrainte supplémentaire.

On peut choisir par exemple d'imposer un fonctionnement quasi-linéaire. On lit alors sur la courbe, $\mu = B/H \approx 2 \cdot 10^{-3}$ pour $H \leq 200 \text{ A.m}^{-1}$.

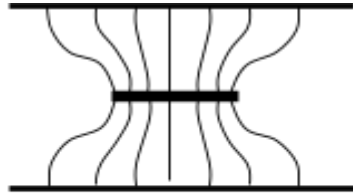
En notant l la longueur de la bobine, l'autoinductance est $L = BSN^2/Hl$.

Avec $N = 100$ et $l = 25$ cm on obtient un volume $V = S.l \approx 100$ cm³.

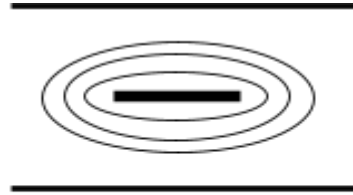
IV.B – Utilisation d'une ferrite à haute fréquence dans une ligne triplaque – Étude locale des champs

IV.B.1) a)

IV.B.1) b)



lignes de champ
électrique



lignes de champ
magnétique

IV.B.2)

IV.B.3) a)

satisfait à la même équation.
d'où

b) Dans le cas de tels champs, on peut choisir un potentiel vecteur

La circulation dans un plan perpendiculaire à l'axe des z depuis un point d'une plaque à un point du ruban de même coordonnée z vaut

On peut donc écrire la différence de potentiel entre le ruban conducteur et le plan conducteur sous la forme $v(z, t) = V_0.f(z, t)$.

IV.C – Étude de modèle de la ligne à “ constantes réparties ”

IV.C.1) a)

IV.C.1) b)

C'est rigoureusement la même équation qu'au IV.B car $\lambda\sigma = \mu\epsilon$ et $\lambda g = \gamma\mu$.

IV.C.2) $k^2 = \lambda\sigma\omega^2 - ig\lambda\omega$

k étant complexe, le milieu est absorbant, les ondes qui s'y propagent ont une amplitude qui décroît.

IV.C.3)

a) A l'aide des équations du IV.C.1) a), on détermine $Z_c = \lambda\omega/k$. Alors, $Z_c^2 = \lambda/(\sigma - ig/\omega)$.

b) $P_{\text{ferrite}} = \text{Re}(1/Z_c).V_1^2/2$

c) $P_{\text{ferrite}} = (\sigma/\lambda)^{1/2}.V_1^2/2$

$$P_{\text{ferrite}}/P_{\text{vide}} = (\epsilon_r/\mu_r)^{1/2} \approx 40 \%$$

Pour une même amplitude de l'onde, la puissance nécessaire est plus faible.

IV.C.4)

a) $k = k' - ik''$ avec $k^2 = \lambda\sigma 4\pi^2 f^2 - ig\lambda 2\pi f = k'^2 - k''^2 - 2ik'k''$

En supposant $k'^2 \gg k''^2$, on obtient $k'' = (g/2).\sqrt{(\lambda/\sigma)} = (\gamma\mu_0 c/2).\sqrt{(\mu_r/\epsilon_r)}$.

On détermine la distance caractéristique d'atténuation $\delta' = 1/k'' \approx 20$ m.

(On a bien $k' = \omega.\sqrt{(\lambda/\sigma)} = (\omega/c).\sqrt{(\mu_r/\epsilon_r)} \approx 8$ m⁻¹ $\gg k''$.)

b) $Z_c = l\omega/k' = \sqrt{(\lambda/\sigma)} = \sqrt{(\mu_r/\epsilon_r)}/c\sigma \approx 10$ k Ω

c) $P_{\text{ferrite}} = (\sigma/\lambda)^{1/2}.V_1^2/2 = V_1^2/2Z_c \approx 0,4$ W