

TP ASSERVISSEMENT MCC :

● OBJECTIF :

On se propose d'asservir la position angulaire d'un disque entraîné par un moteur à courant continu. Cet asservissement sera réalisé tout d'abord par retour potentiométrique avec un régulateur simple proportionnel puis sera amélioré par l'insertion d'un correcteur de type PID.

● ETUDE THÉORIQUE DU SYSTÈME :

Partie A : Modélisation

Si on néglige l'inductance ($L=0$), exprimons la fonction de transfert du moteur

$$* \quad L \frac{di}{dt} = u - Ri - K_m \omega \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 0 = u(p) - Ri(p) - K_m \omega(p)$$

$$* \quad V_{fem} = K_m \omega \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow V_{fem} = K_m \omega(p)$$

$$* \quad T_d = f \omega \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow T_d = f \omega(p)$$

$$* \quad Jt \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_d \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow p J \omega(p) = T_m(p) - T_d(p)$$

$$* \quad T_m = K_m i \quad (4)$$

$$\Rightarrow T_m = K_m i(p)$$

Dans (2), on a : $K_m i(p) - f_w(p) = P J^t W(p)$ (2)

$$\Leftrightarrow K_m i(p) = P J^t W(p) + f_w(p)$$

$$i(p) = \frac{P J^t W(p) + f_w(p)}{K_m}$$

$$i(p) = \frac{P J^t W(p)}{K_m} + \frac{f_w(p)}{K_m}$$

Donc, dans (1), on a :

$$u(p) - R \left(\frac{P J^t W(p)}{K_m} + \frac{f_w(p)}{K_m} \right) - K_m W$$

$$\Leftrightarrow u(p) = R \left(\frac{P J^t W(p)}{K_m} + \frac{f_w(p)}{K_m} \right) + K_m W$$

$$u(p) = \left[R \left(\frac{P J^t + R f}{K_m} \right) + K_m \right] W$$

$$\frac{W}{u(p)} = \frac{1}{R \frac{P J^t}{K_m} + \frac{R f}{K_m} + K_m}$$

Modifions, pour prendre en compte le rapport de réduction N :

$$\frac{W}{u(p)} = \frac{N}{R \frac{P J^t}{K_m} + \frac{R f}{K_m} + K_m}$$

b) Calculons la fonction de transfert en boucle ouverte de l'ensemble moteur - réducteur - disque

$$(1) : u(p) - R_i(p) - k_m \frac{d\theta}{dt} \quad (3) : V_{fem} = k_m \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Leftrightarrow u(p) - R_i(p) - p k_m \theta(p) \quad (4) : T_m = k_m i(p)$$

$$(2) : T_m - T_d = J + p^2 w(p)$$

$$(5) : T_d = f \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow k_m i(p) - f p w(p) = J + p^2 w(p)$$

$$\Rightarrow k_m i(p) = J + p^2 w(p) + f p w(p)$$

$$I(p) = k \left(\frac{J + f p}{k_m} \right) w(p)$$

Dans (1), on a :

$$u(p) = \left[\frac{R J + f p}{k_m} p^2 + \left(k_m + \frac{R f}{k_m} \right) p \right] w(p)$$

$$(1) \quad \frac{\theta(p)}{u(p)} = \frac{N}{\left(k_m + \frac{R f}{k_m} \right) p + \frac{J + f p}{k_m} p^2}$$

$$\frac{\theta(p)}{u(p)} = \frac{N}{p \left[\left(k_m + \frac{R f}{k_m} \right) + \frac{J + f p}{k_m} p \right]} = \frac{N}{p \left[\left(k_m + \frac{R f}{k_m} \right) \left(1 + \frac{J + f p}{k_m + \frac{R f}{k_m}} \right) \right]}$$

$$\frac{\theta(p)}{u(p)} = \frac{N}{p \left(1 + \frac{J + f p}{k_m + \frac{R f}{k_m}} \right)}$$

(2)

$$\text{on } T(p) = \frac{\Theta(p)}{U(p)} = \frac{A}{p(1+\tau p)}$$

donc

$$A = \frac{N}{k_m + \frac{R_f}{k_m}}$$

$$\text{et } \tau = \frac{J\tau R / k_m}{\left(k_m + \frac{R_f}{k_m}\right)}$$

$$\tau = \frac{J\tau R}{k_m^2 + R_f}$$

III- B IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE

a. 15V \rightarrow 180°

$$\text{Alors } k = \frac{15}{180} \text{ V/}^\circ$$

$$k = \frac{15}{\pi}$$

$$k = 4,77 \text{ V/rad}$$

b. Fonction en boucle ouverte :

$$F_{bo}(p) = K_p T(p)k A_p = \frac{K_p A k A_p}{p(1+\tau p)}$$

NB : $K = 0,083 \text{ V/}^\circ$

Fonction en boucle fermée :

$$F_{bf}(p) = \frac{K_p T(p)k}{1 + K_p T(p)kA_p}$$

$$F_{bf}(p) = \frac{\frac{K_p Ak}{p(1+\tau p)}}{1 + \frac{K_p AkA_p}{p(1+\tau p)}}$$

$$F_{bf}(p) = \frac{K_p Ak}{p(1+\tau p) + K_p AkA_p}$$

$$F_{bf}(p) = \frac{\frac{1}{A_p}}{1 + \frac{1}{K_p AkA_p} p + \frac{\tau}{K_p AkA_p} p^2}$$

avec $K_p = A_p = 1$ on obtient : $F_{bf}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Ak} p + \frac{\tau}{Ak} p^2}$

e. Par relevé graphique on trouve :

- gain $K = 1$
- $y_m = 15,14$ (valeur normalisée)
- $y = 11,33$ (valeur normalisée)
- $T/2 = 0,45s$

Premier dépassement : `m x depassement.m x +` >> `D1=depassement(15.14,11.33)`

```
function D1=depassement(ym,y) D1 =
    D1=(ym-y)/y
end
0.3363
```

Coefficient d'amortissement :

```
function m=coefm(a)
    m=sqrt(1/(1+(pi/log(a))^2));
end
```

```
>> m=coefm(D1)
```

```
m =
    0.3277
```

Pseudo période: $T_p = 2*T/2 = 2*0,45$

$$T_p = 0,90s$$

Pseudo fréquence :

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{0,90} \leftrightarrow \omega_p = 6,9813$$

Pulsation naturelle :

```
function wn=pulsation_wn(a,b) >> wn=pulsation_wn(wp,m)
    wn=a/sqrt(1-b^2)
end
wn =
```

```
7.3895
```

f)

$$F_bf(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{Ak}p + \frac{\tau}{Ak^2}p^2}$$

$$F_{bo}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Ak}p + \frac{\tau}{Ak^2}p^2} = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

Par identification on a :

$$\begin{aligned} \rightarrow K &= 1 \\ \frac{2m}{\omega_n} &= \frac{1}{Ak} A = \frac{\omega_n}{2mk} = \frac{7,3895}{2*0,3277*0,083} \\ \rightarrow &= \leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow A = 136$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + 0,089p + 0,018p^2} =$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_e(t) - v_p(t) = 1$$

Erreur en position théorique : $\text{err}(t) =$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (V_e(p) - V_p(p)) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V_e \cdot \left(1 - \frac{V_p(p)}{V_e(p)}\right) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V_e \cdot (1 - Fbf(p)) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 0,089p + 0,018p^2}\right) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{1 + 0,089p + 0,018p^2}\right) =$$

$$= 1 - 1 = 0$$

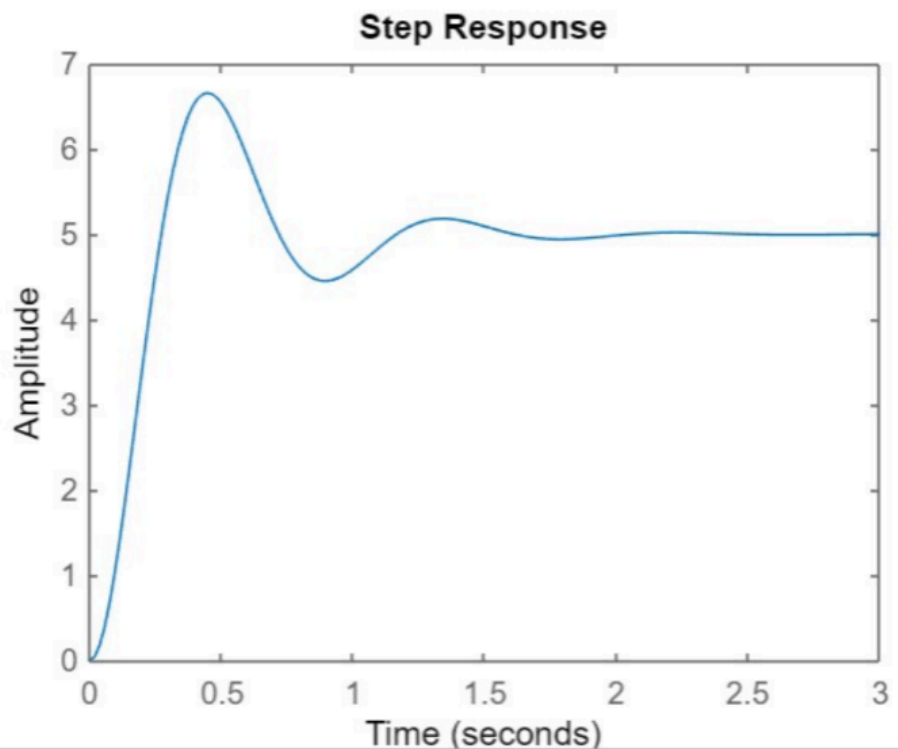
On obtient une erreur statique nulle. Cela est cohérent puisque la fonction de transfert en boucle ouverte est de classe 1 et que l'entrée est un échelon.

Vérification :

On obtient finalement $Fbo(p) = \frac{1}{1+0,089p+0,018p^2}$ et $T(p) = \frac{A}{p(1+\tau p)} = \frac{136}{p(1+0,2067p)}$

Vérification de la fonction de transfert obtenue par simulation sur Matlab (pour un échelon de 5V):

```
Fbf=tf(1,[0.018 0.089 1]);  
Ec=5;  
step(Ec*Fbf);
```



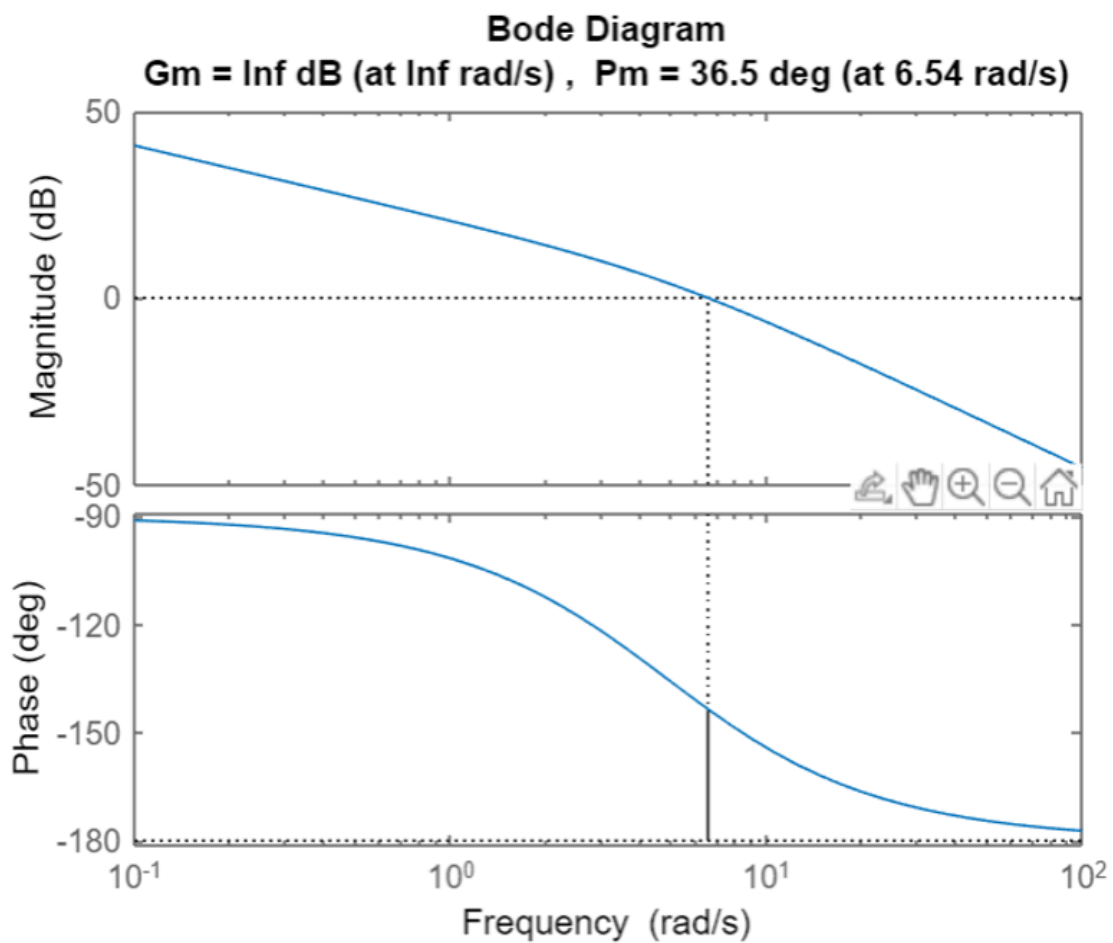
11

$p(1 + 0,2067p)$

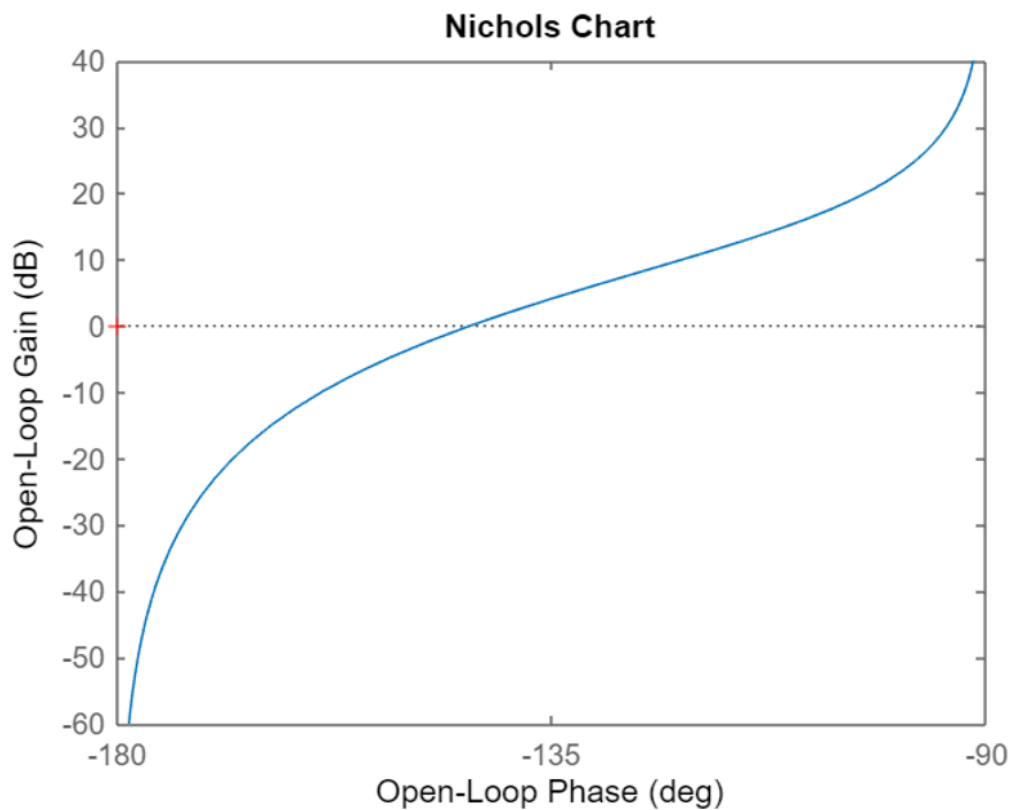
Etude de la stabilité du système (en boucle ouverte) :

Fbo(p) =

```
Fbo=tf(11,[0.2067 1 0]);  
margin(Fbo);  
nichols(Fbo);
```



On a une marge de gain infinie et une marge de phase égale à 6,54 rad/s



AUTRES MOYENS :

On peut également tracer la réponse avec le langage Python sur l'environnement Cloud Google Colab :

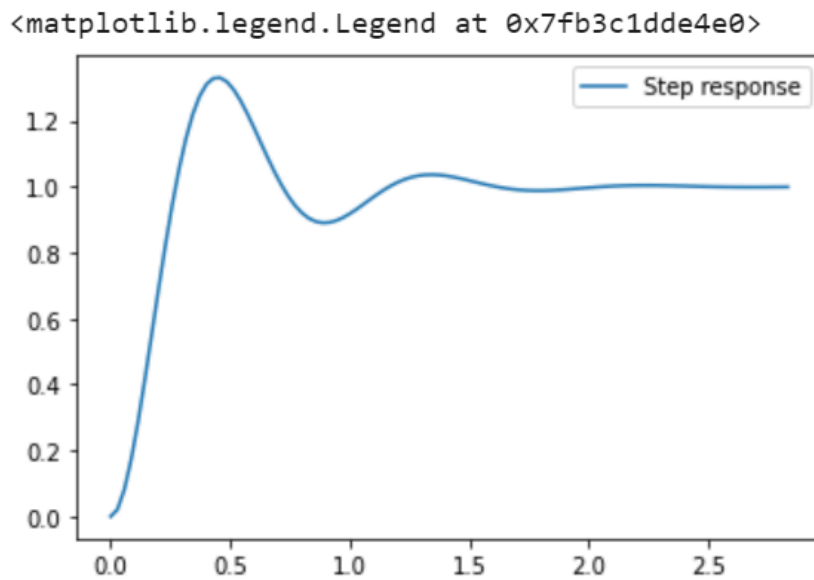
On importe les bibliothèques correspondantes au tracé de courbe et des fonctions du signal

```
[2] import numpy as np
    from scipy import signal
    import matplotlib.pyplot as plt
```

On définit la fonction de transfert et on la trace ensuite :

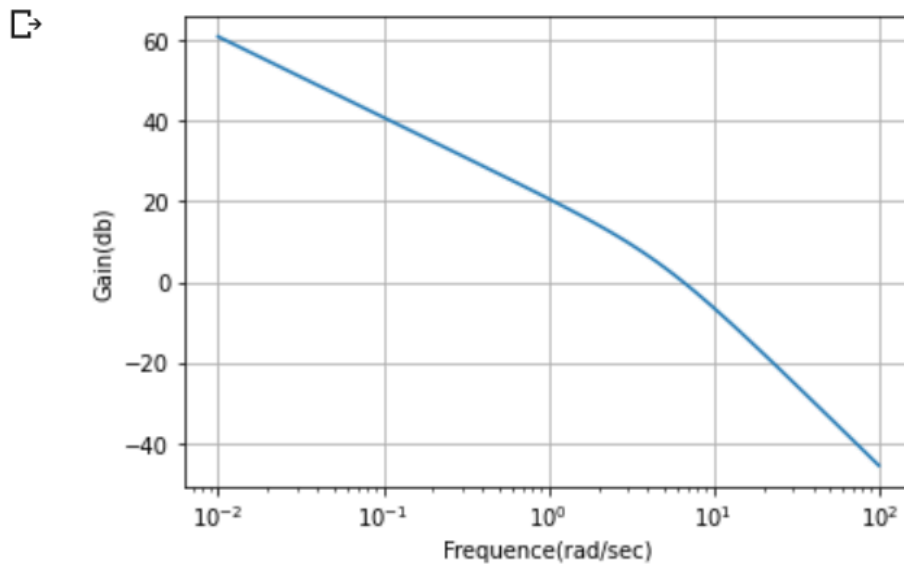
```
▶ name = 'Step response'  
num = [1]  
den = [0.018, 0.089, 1]  
sys = signal.TransferFunction(num,den)  
t,y = signal.step(sys)  
plt.figure(1)  
plt.plot(t,y,label=name)  
plt.legend(loc='Asservissement MCC')
```

Tracé :

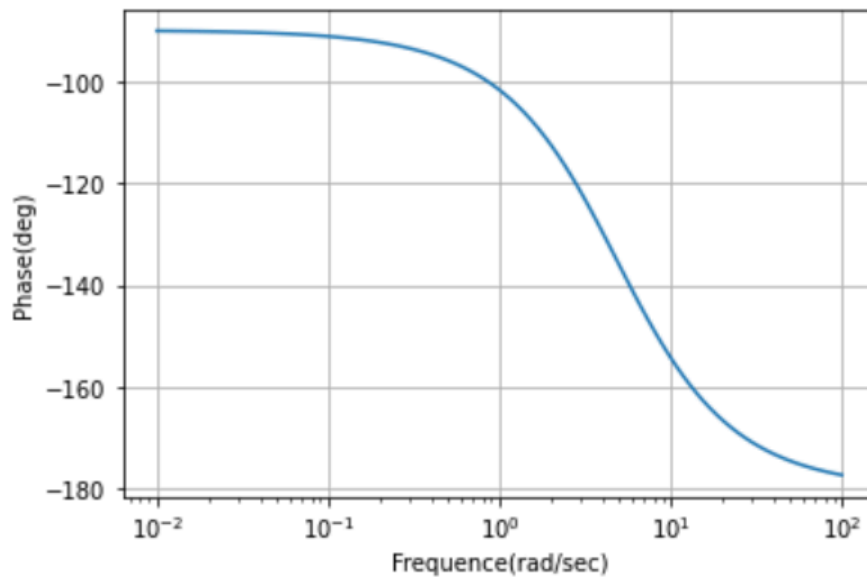


L'étude de la stabilité en boucle ouverte nous donne le diagramme suivant :

```
w, mag, phase = signal.bode(sys)
plt.figure()
plt.xlabel('Frequence(rad/sec)')
plt.ylabel('Gain(db)')
plt.grid()
plt.semilogx(w, mag)
plt.figure()
plt.xlabel('Frequence(rad/sec)')
plt.ylabel('Phase(deg)')
plt.grid()
plt.semilogx(w, phase)
plt.show()
```

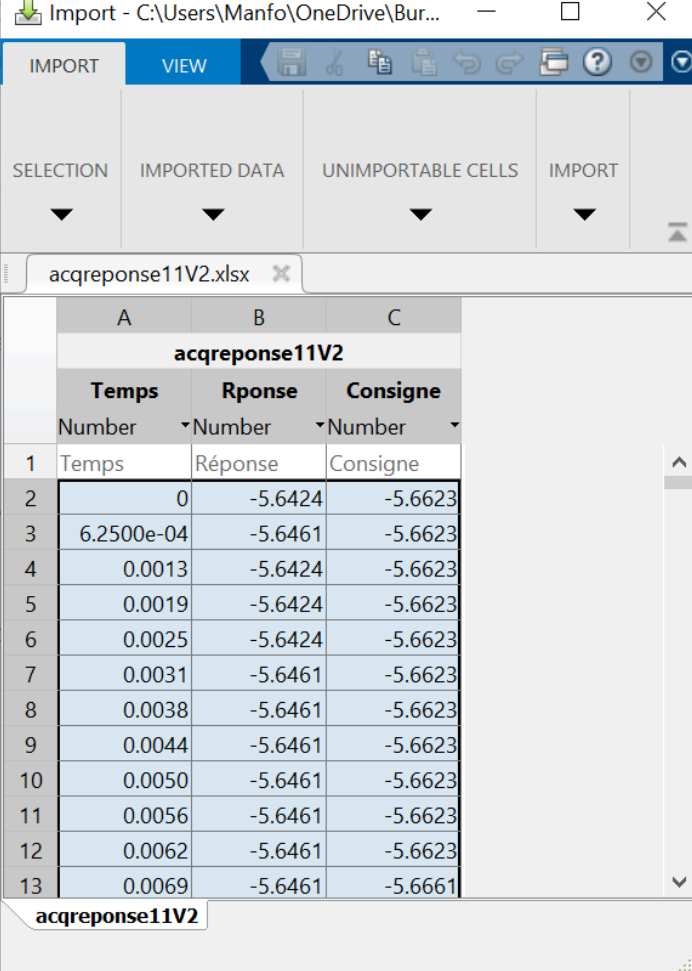


Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32



Graphiquement, nous avons eu les valeurs comme suit :

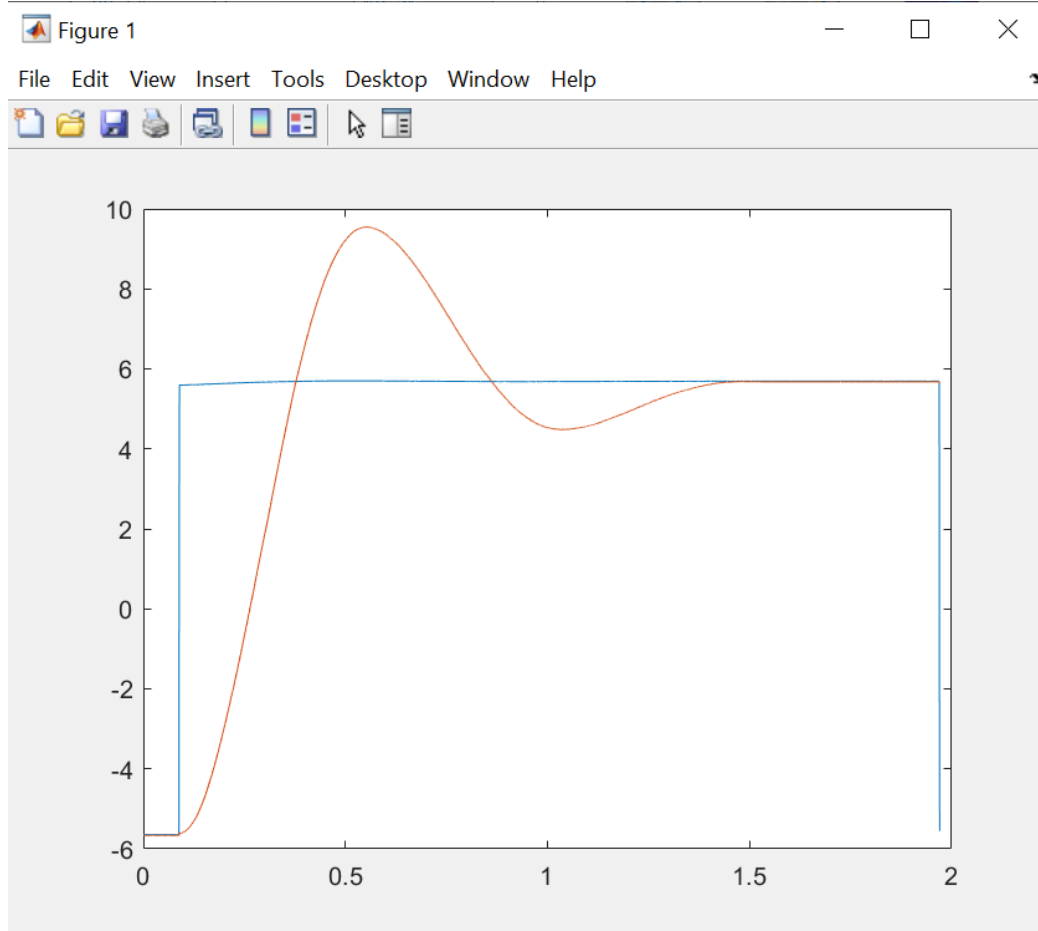
Import du fichier Excel sur Matlab :



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

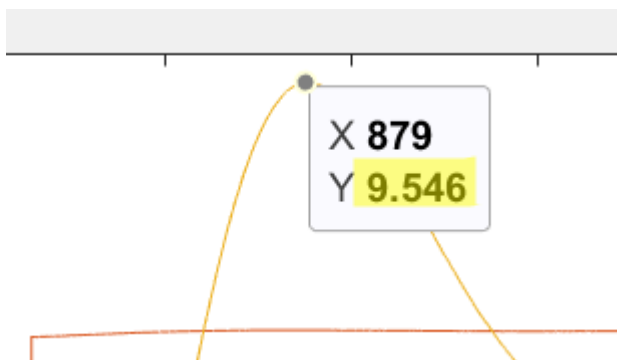
	A	B	C
acqreponse11V2			
	Temps	Rponse	Consigne
	Number	Number	Number
1	Temps	Réponse	Consigne
2	0	-5.6424	-5.6623
3	6.2500e-04	-5.6461	-5.6623
4	0.0013	-5.6424	-5.6623
5	0.0019	-5.6424	-5.6623
6	0.0025	-5.6424	-5.6623
7	0.0031	-5.6461	-5.6623
8	0.0038	-5.6461	-5.6623
9	0.0044	-5.6461	-5.6623
10	0.0050	-5.6461	-5.6623
11	0.0056	-5.6461	-5.6623
12	0.0062	-5.6461	-5.6623
13	0.0069	-5.6461	-5.6661

Puis on fait un plot et on obtient le graphique suivant :



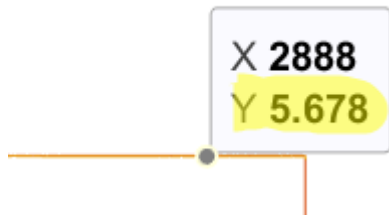
On relève :

Pour le dépassement :

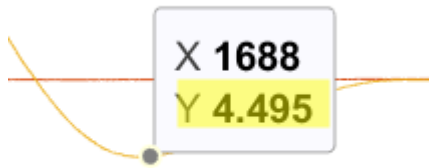


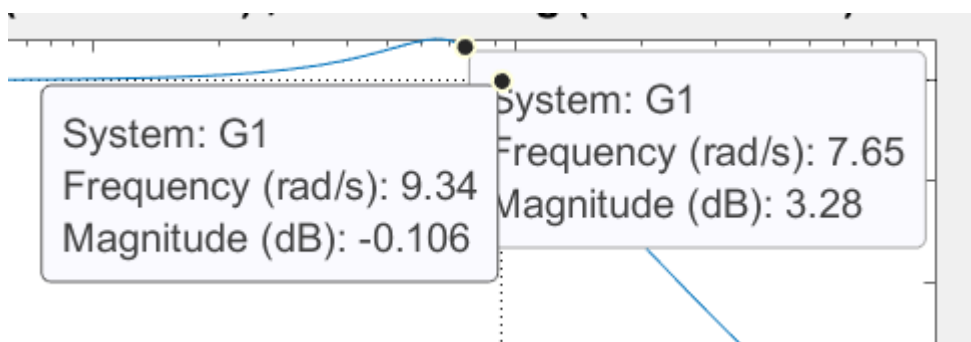
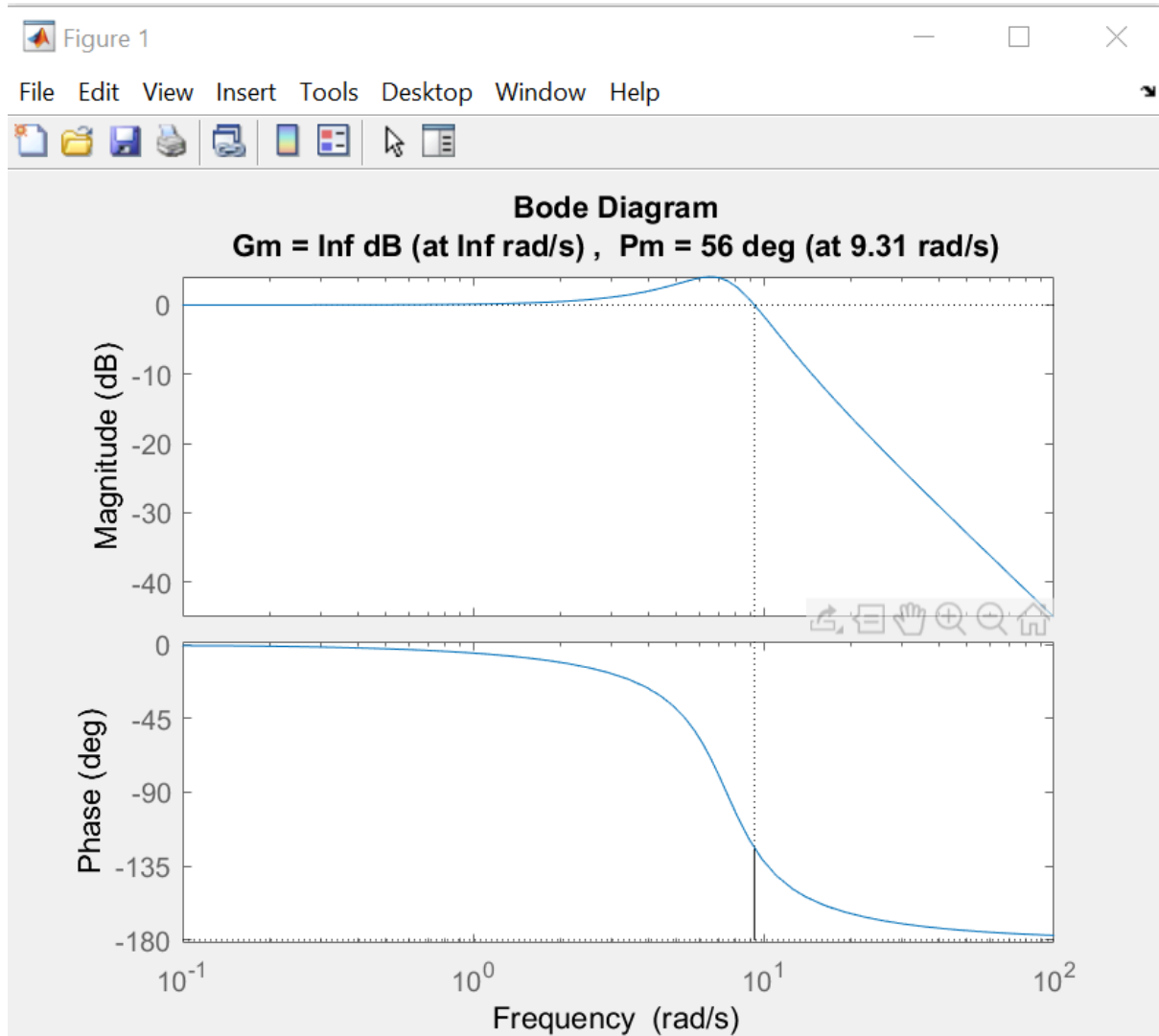
La valeur finale Y infini :

Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32

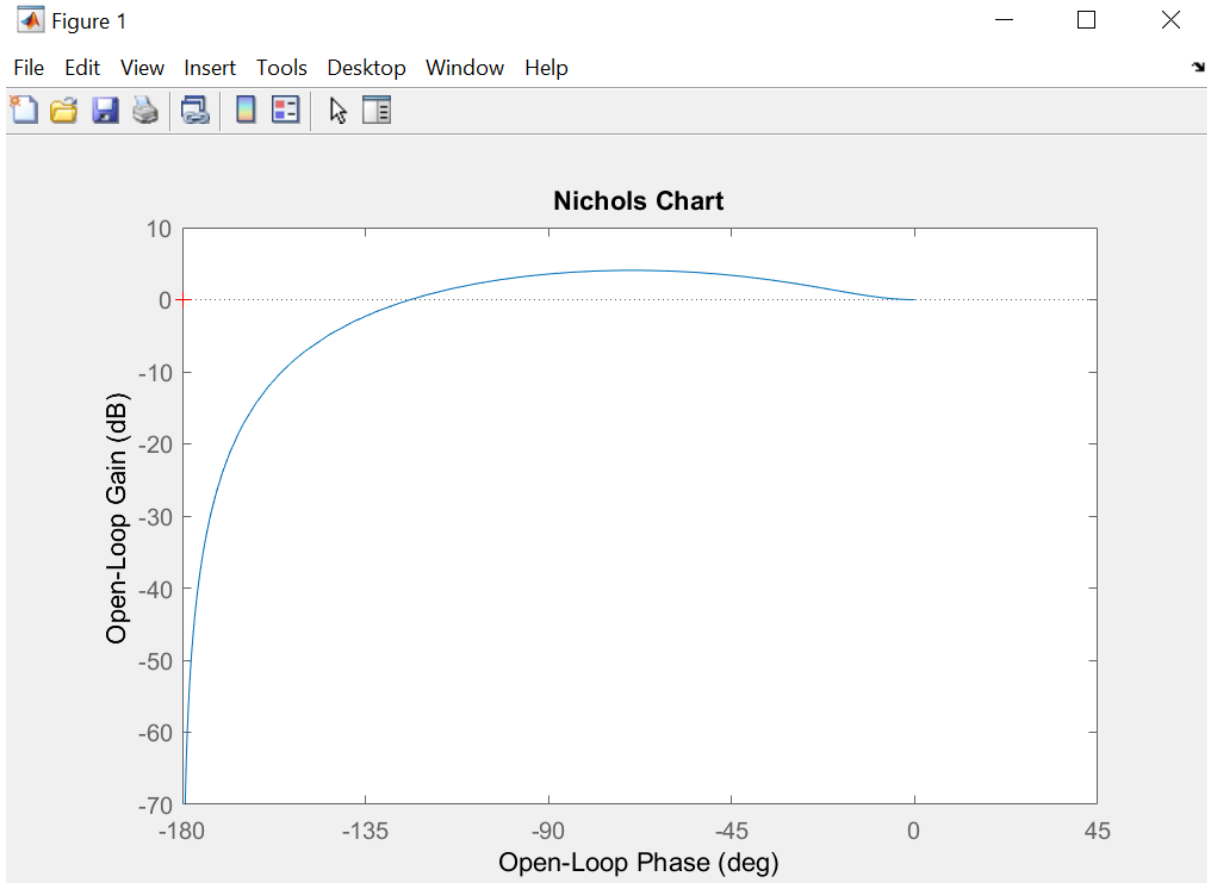


Démi-période





nichols chart :



B) ÉTUDE AVEC PLUSIEURS VALEUR DE K_p

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{K_p A k} p + \frac{\tau}{K_p A k} p^2} = \frac{1}{1 + \frac{0,089}{K_p} p + \frac{0,018}{K_p} p^2}$$

= Fbf(p)

$$\frac{K_p}{p \cdot (1 + \tau p)} \frac{11K_p}{p \cdot (1 + 0,2067p)}$$

= Fbo(p)

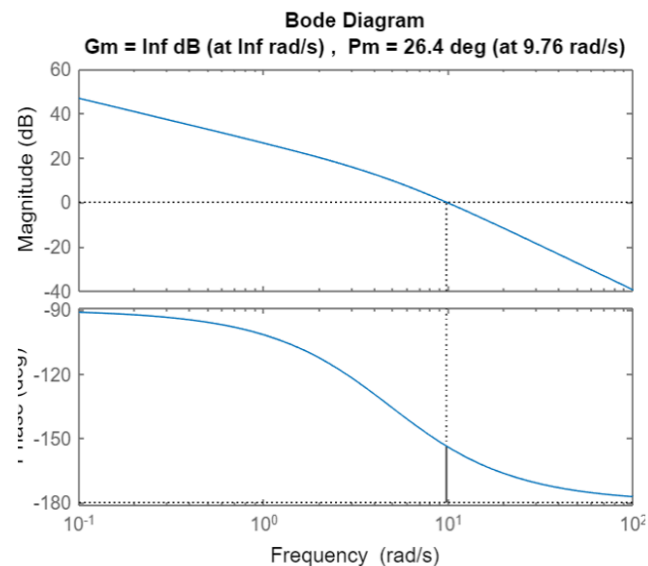
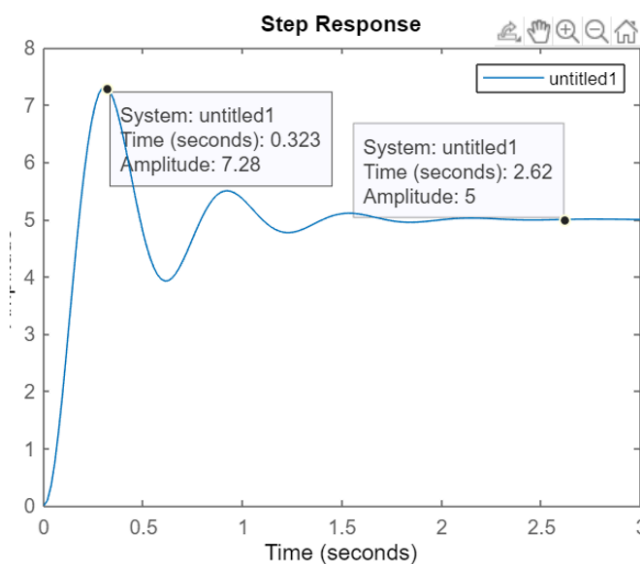
Kp = 1 : Etude réalisée dans la partie précédente

KP = 2 :

Ftbf(p) =

$$\frac{1}{1 + 0,045p + 0,009p^2} Fbo(p) = \frac{22}{p \cdot (1 + 0,2067p)}$$

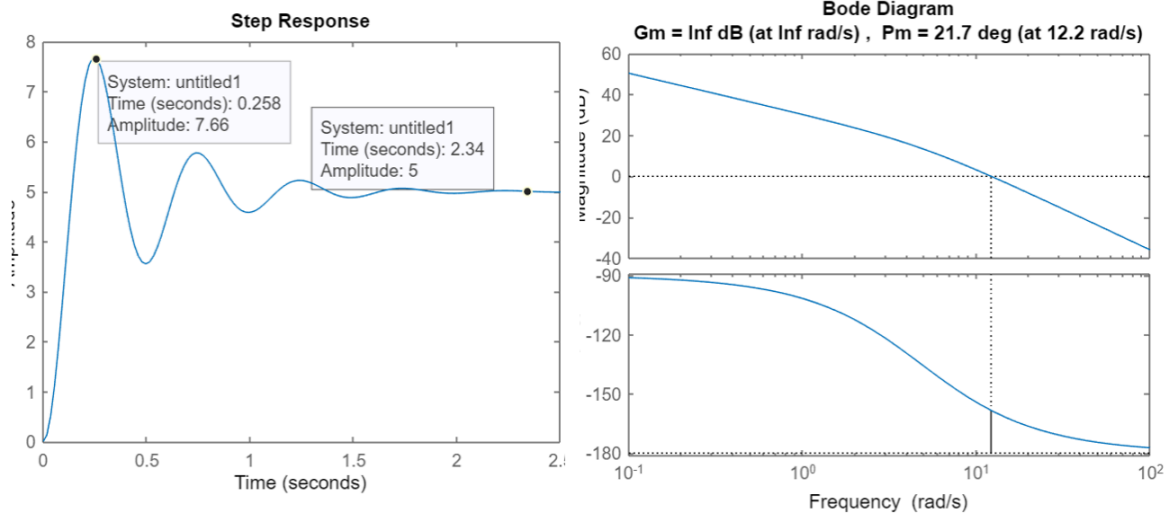
→ De manière analogue à l'étude faite avec $Kp=1$ on trouve une position d'équilibre égale à 1 et une erreur statique nulle.



Kp = 3 : Fbf(p) =

$$\frac{1}{1 + 0,03p + 0,006p^2} Fbo(p) = \frac{33}{p \cdot (1 + 0,2067p)}$$

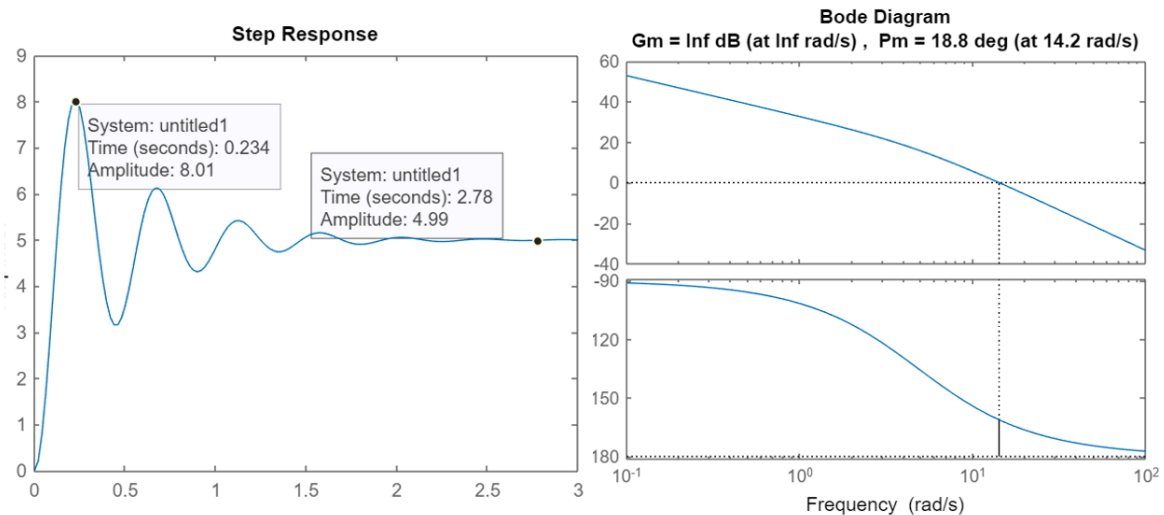
→ De manière analogue à l'étude faite avec $Kp=1$ on trouve une position d'équilibre égale à 1 et une erreur statique nulle.



Kp = 4 : $F_{bf}(p) =$

$$\frac{1}{1 + 0,022p + 0,005p^2} F_{bo}(p) = \frac{44}{p \cdot (1 + 0,2067p)}$$

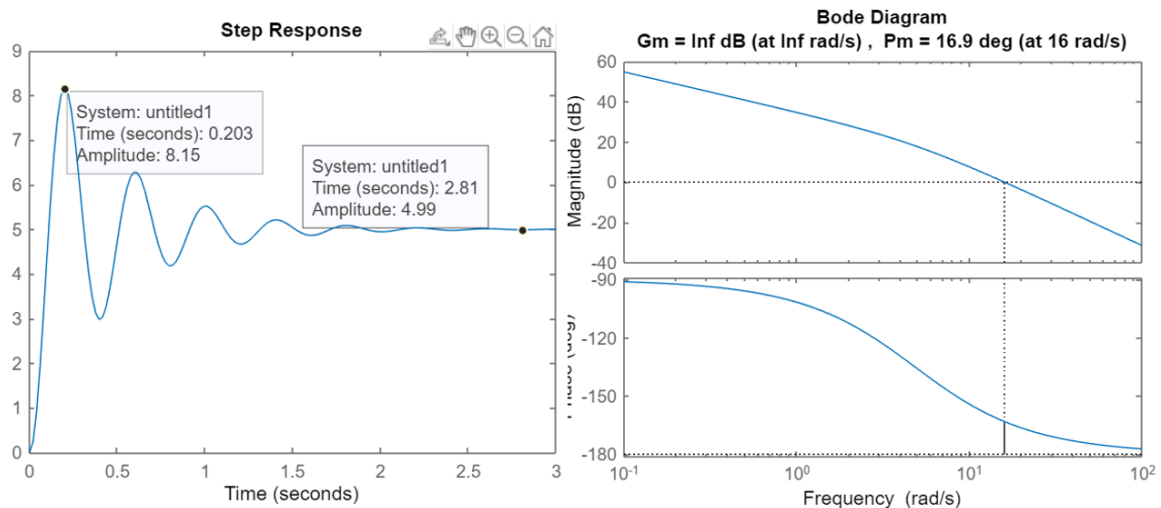
→ De manière analogue à l'étude faite avec $K_p=1$ on trouve une position d'équilibre égale à 1 et une erreur statique nulle.



Kp = 5 : $F_{bf}(p) =$

$$\frac{1}{1 + 0,018p + 0,004p^2} F_{bo}(p) = \frac{55}{p \cdot (1 + 0,2067p)}$$

→ De manière analogue à l'étude faite avec $K_p=1$ on trouve une position d'équilibre égale à 1 et une erreur statique nulle.



Remarques :

- **Temps de stabilisation** : Graphiquement on observe que plus K_p augmente, plus le système met du temps à se stabiliser, le temps de réponse stabilisation augmente alors avec K_p .
- **Dépassement** : Y_{max} augmente aussi avec K_p . Par conséquent le dépassement augmente aussi avec K_p .
- **Fréquence de coupure** : Sur les diagrammes de Bode on remarque que la fréquence de coupure augmente aussi avec K_p .
- **Marge de phase** : Lorsque K_p augmente, la marge de phase diminue.
- **Marge de gain** : La valeur de K_p semble ne pas modifier la valeur de la marge de gain, elle reste infinie dans les cinq cas.

IV- C - Correcteur PID :

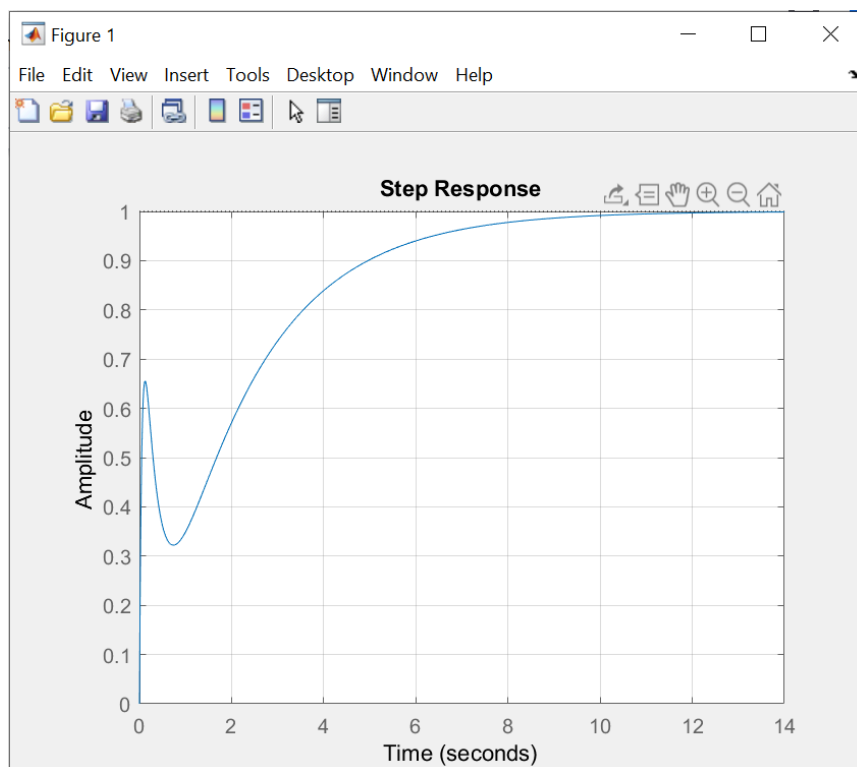
On applique un correcteur à avance de phase sur notre systèmes avec le logiciel Matlab :

Pour ce faire, on définit la fonction de transfert du système en boucle ouverte et un correcteur

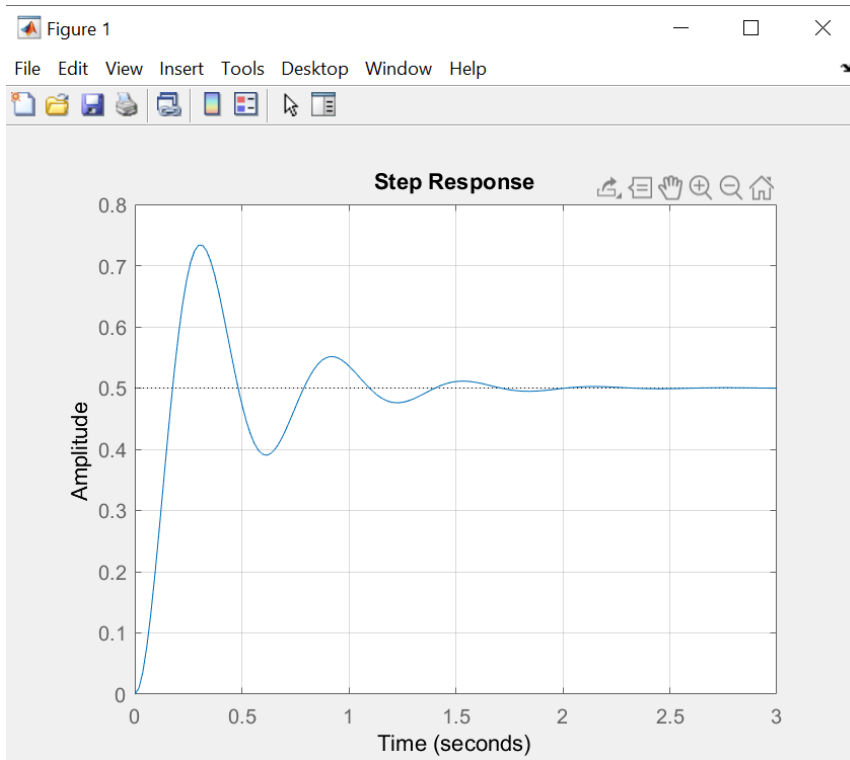
Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32

```
clear all; close all; clc;  
num = [1]  
den = [0.018 0.089 1]  
G1 = tf(num, den)  
Ec = 5  
step(Ec*G1)  
  
% Define a PID controller  
H = (1)  
Kp = 0.2  
Ki = 0.5  
Kd = 0.3  
G2 = pid(Kp, Ki, Kd)  
G3 = feedback(G2*G1, H)  
step(G3)  
grid on;
```

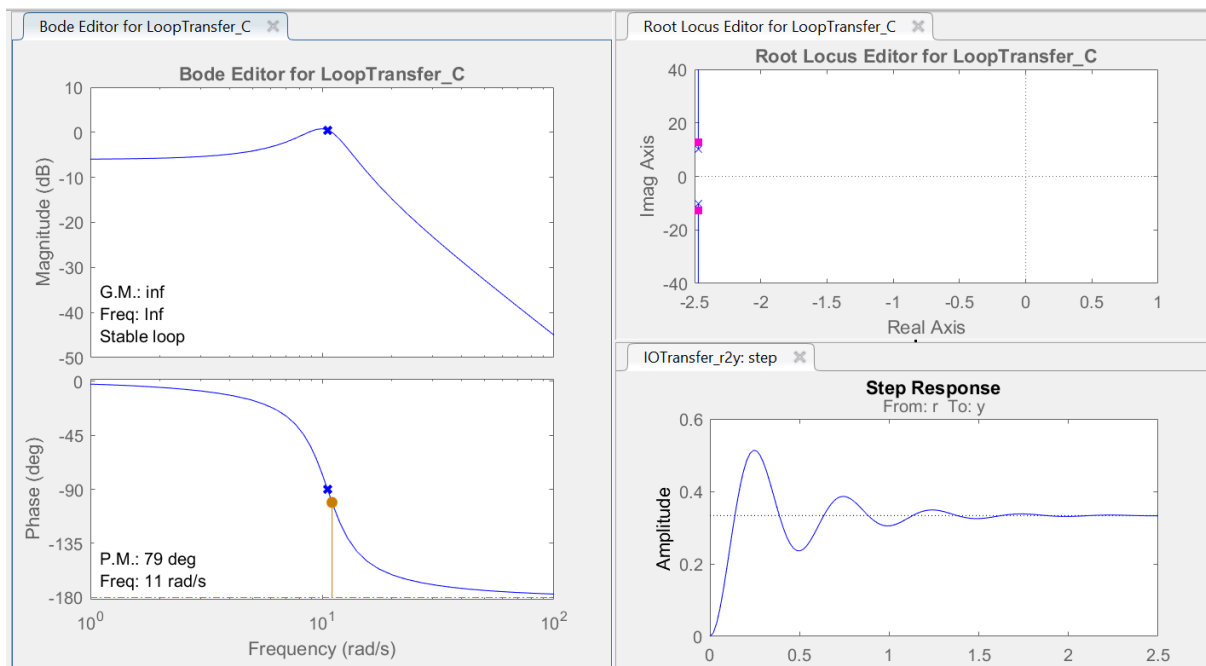
La réponse de ce correcteur est donné par la



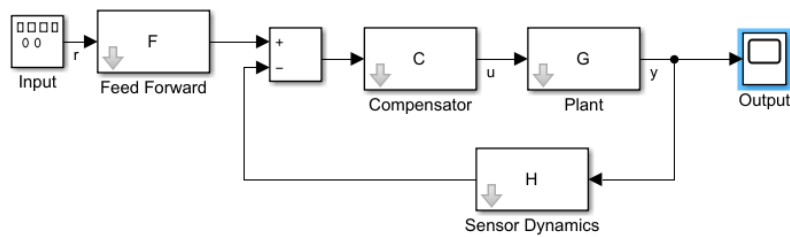
Pour $K_p = 1$, $K_i = 0$ et $K_d = 0$ on obtient



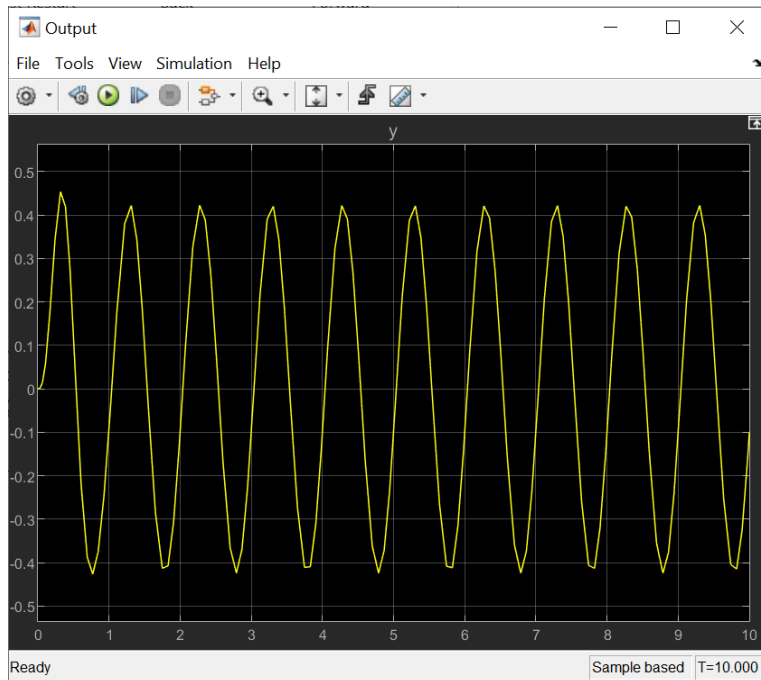
Avec la commande Sisotool de Matlab on obtient l'ensemble des graphique suivant :



le schéma Simulink correspondant est le suivant :



avec en sortie du Scope :



V - ETUDE EXPÉRIMENTALE

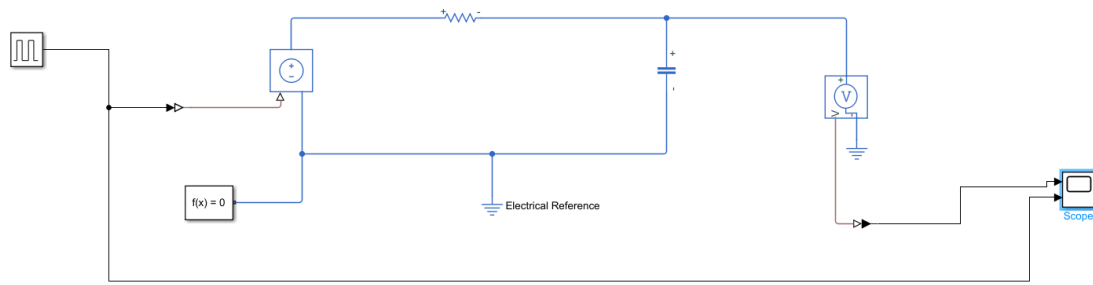
Cette étude consiste à mettre en pratique l'étude effectuée dans la première partie et à comparer le comportement réel du dispositif au comportement théorique défini précédemment.

A - Commande proportionnelle K_p (sans correction de phase)

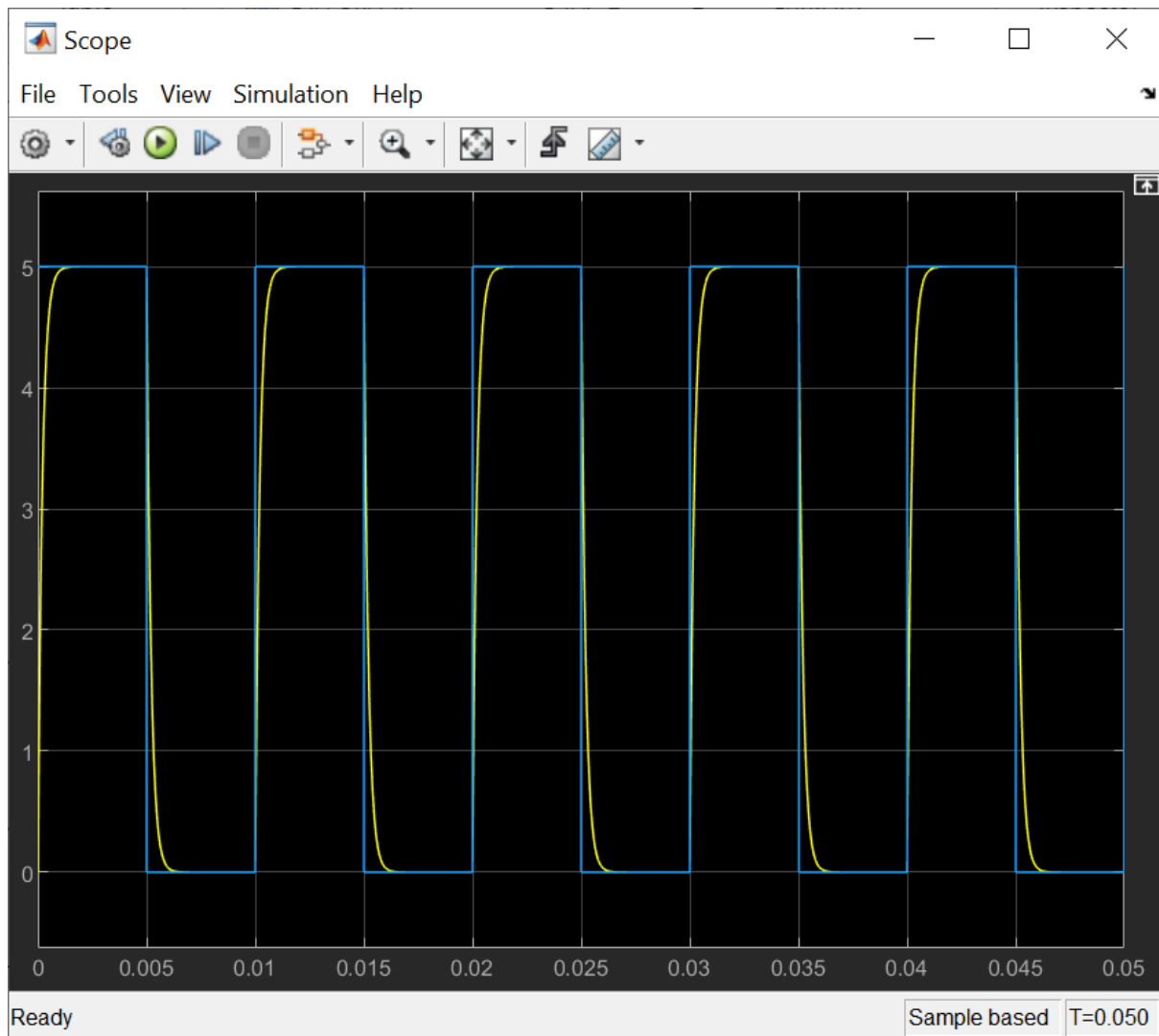
- **Modélisation électrique SIMSCAPE**

circuit RLC Simscape :

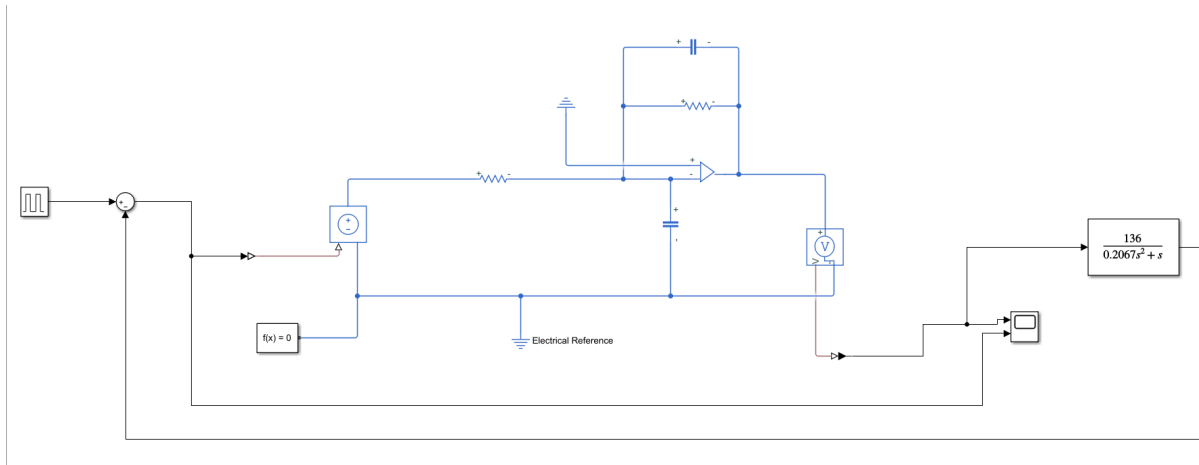
Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32



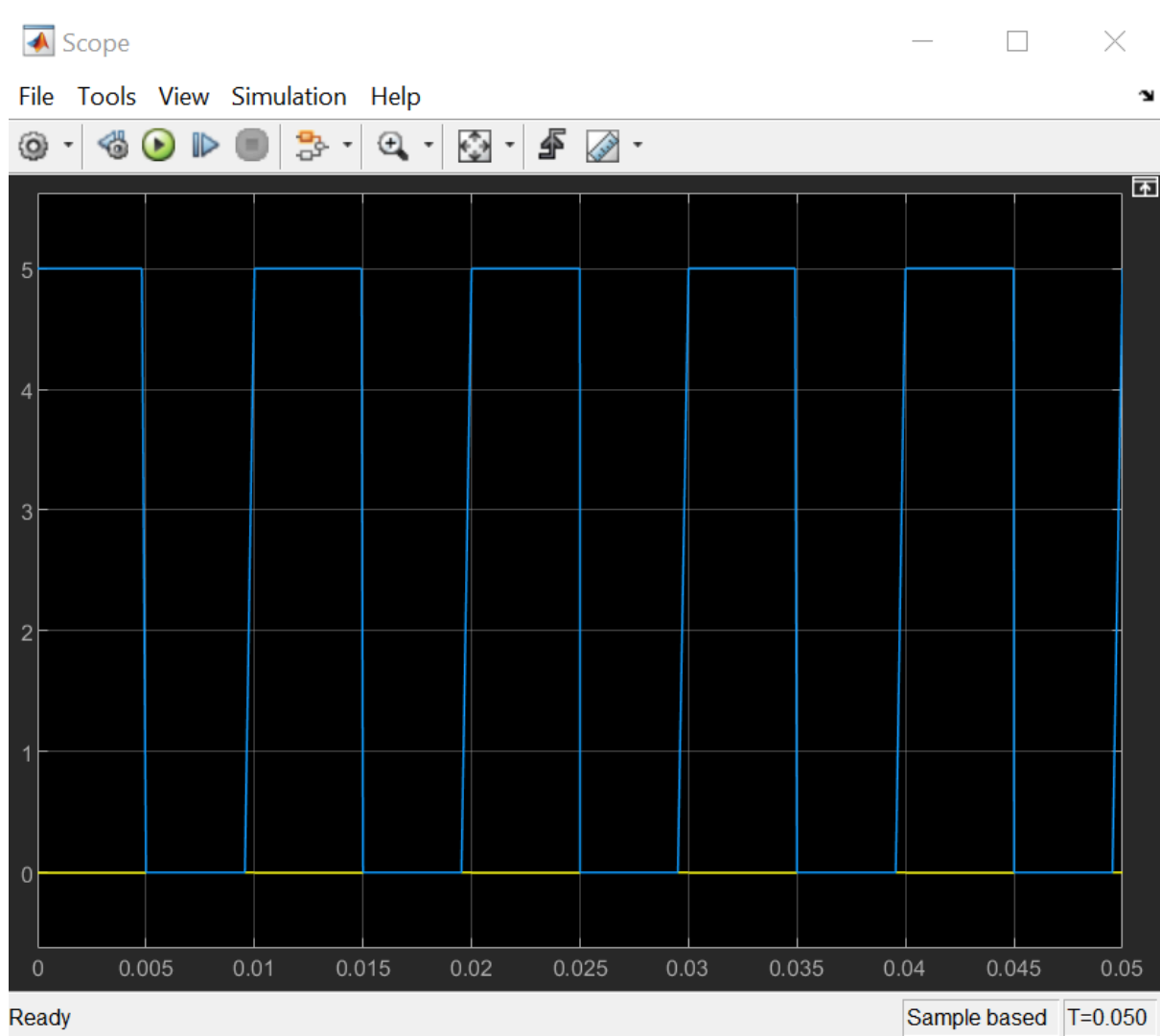
En sortie du Scope on obtient :



On ajoute la FTBF qui représente le couple Moteur-Réducteur-Disque :

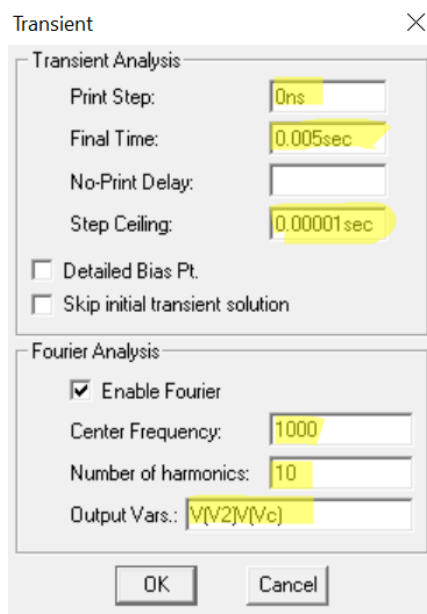
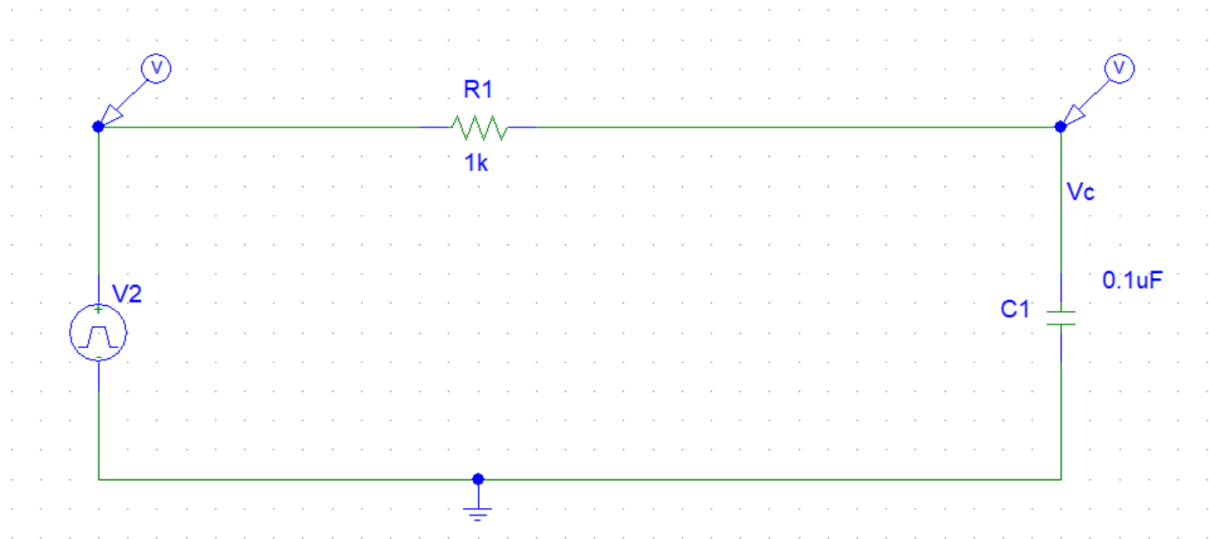


On obtient en sortie du Scope :



- **Modélisation avec le logiciel PSpice Student :**

Circuit RC Model :



On donne les caractéristiques du signal carré généré (valeurs crêtes à crêtes, temps de montée, temps de réponse, temps de descente etc)

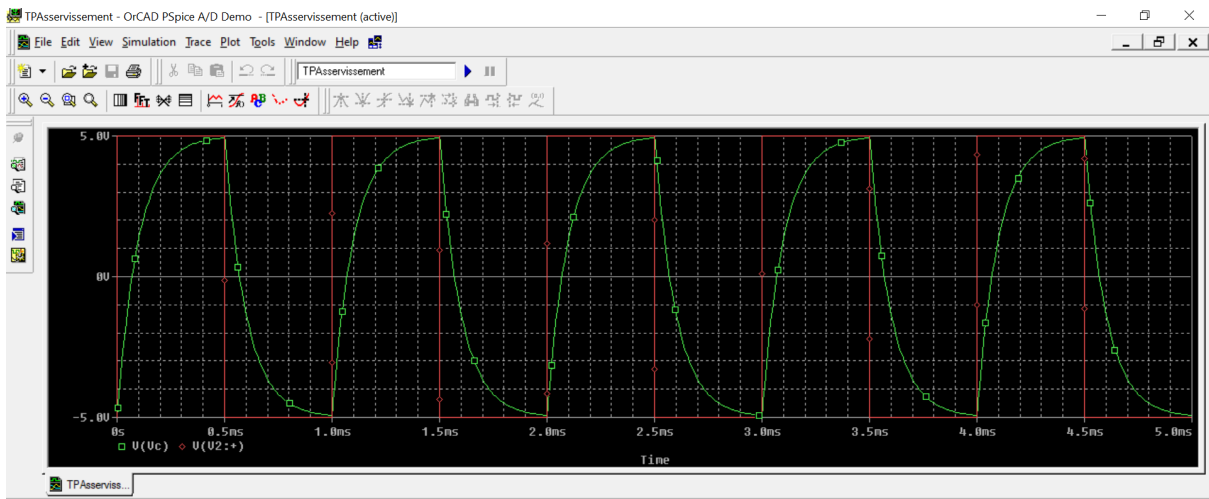
V2 PartName: vpulse

Name	Value
PER	= 0.001

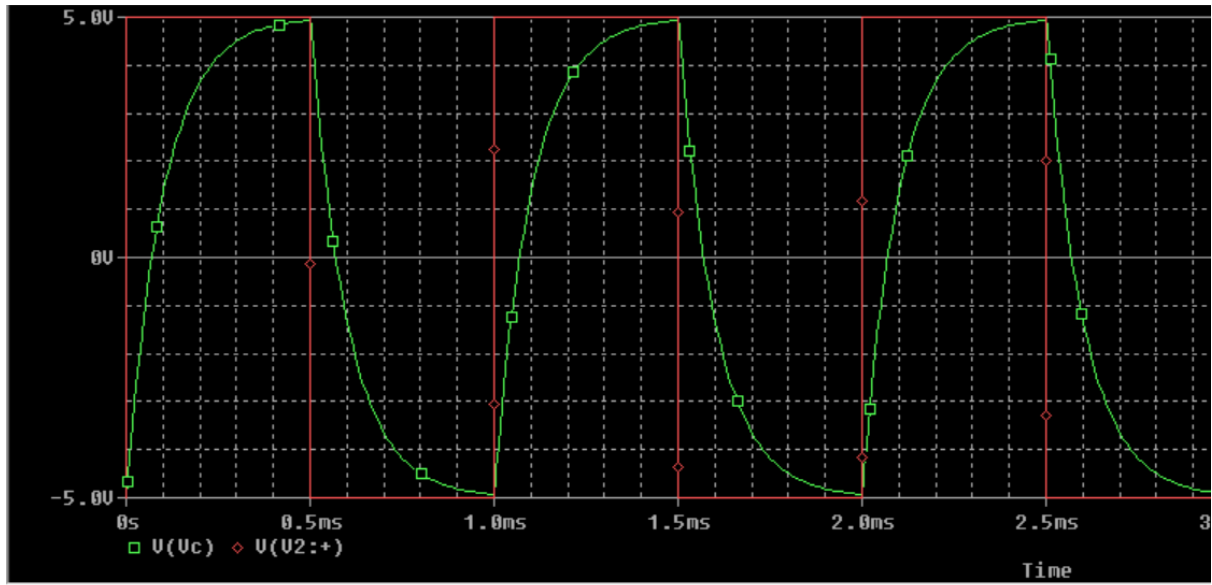
V1=5
V2=5
TD=0
TR=0.000001
TF=0.000001
PW=0.0005
PER=0.001

Include Non-changeable Attributes
 Include System-defined Attributes

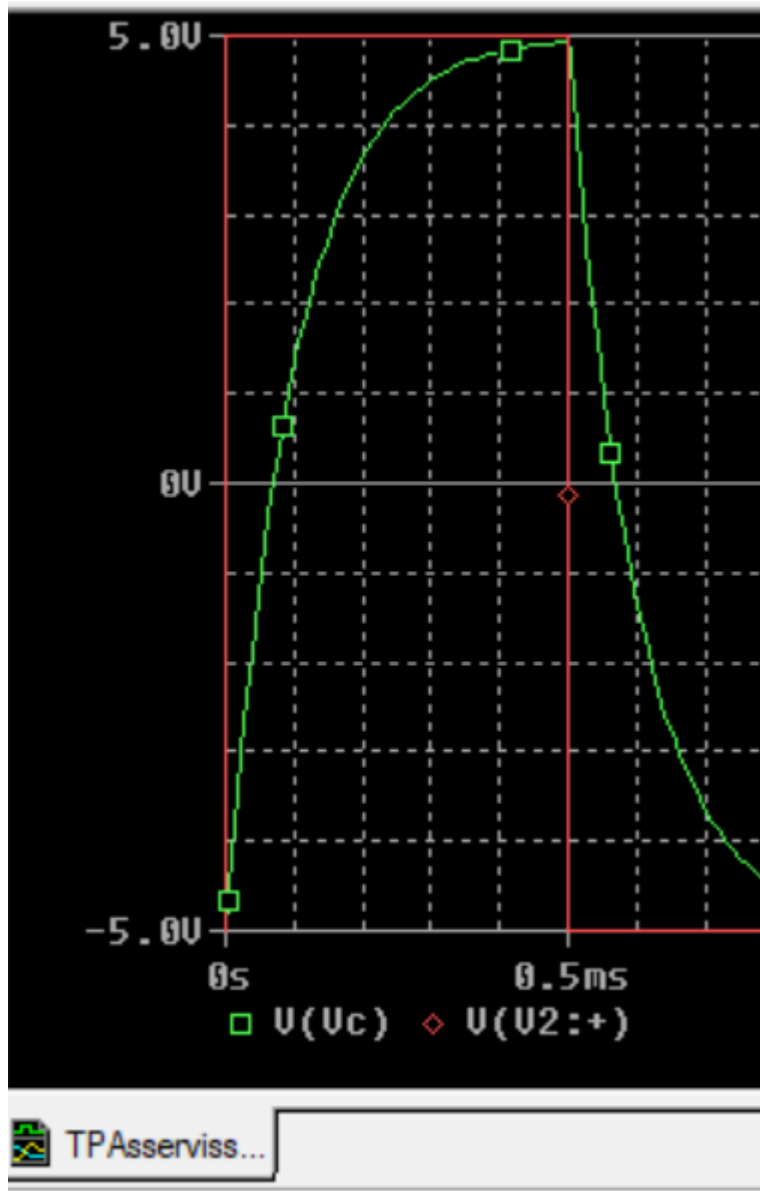
Buttons: Save Attr, Change Display, Delete, OK, Cancel



Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32



TPAsserviss...



Eric MOUSSODOU
Kavitha KICHENASSAMY
3A - 32

