Розв'язки ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 10 клас. 21.12.2021 р.

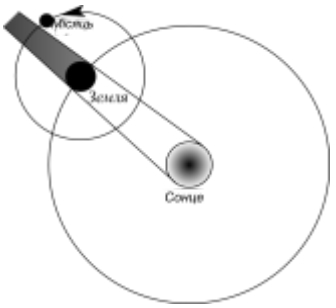
1. 1 – а, 2 – г, 3 – г, 4 – б, 5 – г, 6 – в.

2. Оскільки потрібно знайти мінімальний період, то відстанню від супутника до планети порівняно з радіусом планети можна знехтувати і вважати, що радіус обертання супутника дорівнює радіусу планети *R*.

Період $T = \frac{2\pi R}{\upsilon}$ (1). Згідно закону всесвітнього тяжіння $m\frac{\upsilon^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$. Визначаємо звідси швидкість і підставляємо в (1). $T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\frac{M}{R}}}$ (2). Маса планети $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$. Підставимо в (2). $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$. Після підстановки значень отримаємо: $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 3{,}14}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 3103}} \approx 6745$ с.

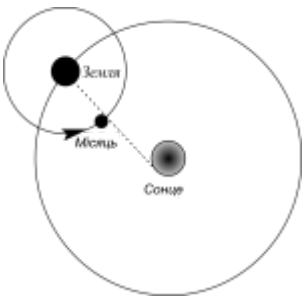
3. 28 серпня 2018 року настало через 15 років. $15 \cdot 365 = 5475$ діб. За цей час було 4 високосних роки, тому від 28 серпня 2003 року пройшло 5479 діб, тобто $\frac{5479}{779{,}95} = 7{,}0248$ синодичних періоди. Причому, 0,0248 відповідає 0,0248 · 779,95=19,34 добам. Відповідно момент протистояння відбувся на 19,34 діб раніше 28 серпня. $0{,}34 \cdot 24$ год = 8,16 год. Отже дата протистояння 9 серпня приблизно о 9:15 за всесвітнім часом.

4. Якщо дивитися на Сонячну систему "зверху", тобто з боку північного полюса Землі, то рух Землі довкола Сонця, Місяця довкола Землі і обертання Землі довкола своєї осі відбуваються в одну і ту ж сторону – проти годинникової стрілки. Поглянувши на схеми затемнень, легко побачити, що під час місячного затемнення Місяць входить в земну тінь лівим краєм (мал. 1), а на Сонце під час сонячного затемнення Місяць насувається справа (мал. 2), так що за місячним диском першим почне ховатися правий край Сонячного диска.



в

Якби орбіта Місяця лежала в площині орбіти Землі, кожного місяця (строго кажучи — кожні 29,5 діб) на Землі спостерігалося одне місячне (у повний місяць) і одне сонячне (у молодику) затемнення. Але нахил місячної орбіти складає близько 5 градусів, тому для затемнення необхідно, щоб Місяць під час молодика або повного місяця проходив поблизу одного з вузлів орбіти (тобто поблизу точки перетину орбіт).



б

5. а) Оскільки події відбувалися влітку, то у Києві літній час відрізняється від Гринвіцького (всесвітнього) на 3 год, отже всесвітній час 12 год 15 хв. Сонце в найвищій точці буває о 12 годині за місцевим часом, отже місцевий час 12 годин. Відставання в 15 хвилин означає, що довгота перебування туриста $3^0 45'$ західної довготи ($360^0 \rightarrow$ 24 год=1440 хв; $1^0 \rightarrow 4$ хв). Висота Полярної зорі визначає географічну широту місця перебування. Оскільки у південній півкулі цієї зорі не видно, то це була північна півкуля і широта місця, де був футбольний матч 40^0 пн.ш. (До речі, це Мадрид).

б) Під час руху на південь вздовж меридіану довгота не змінюється, а широта зменшується. З географії відомо, що 1^0 довготи відповідає приблизно x=111,5 км (або знаючи радіус Землі, довжина меридіана $l=2\pi R\approx 40192$ км. Тоді $x=\frac{40192}{360^0}\approx 111{,}5$ км). Отже турист змістився на 2^0. Його координати тепер 38^0 пн.ш., $3^0 45'$ зх.д. Положення Полярної зорі для даної широти практично не змінюється, тому незалежно від часу доби її висота буде 38^0.

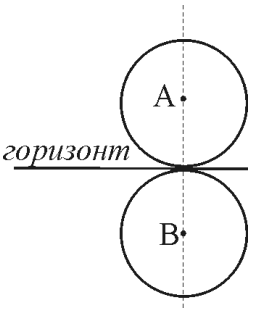
6. Розміри Венери більші за розміри Марса, тому на першому малюнку Венера, а на другому Марс. Вимірюємо лінійкою діаметри планет на їх зображенні. Оскільки масштаби зображень однакові, то співвідношення між діаметрами планет $k=\frac{d_B}{d_M}\approx 1{,}78$. Аналогічним буде і співвідношення між радіусами. Тоді дійсний радіус Марса $R_M=\frac{R_B}{k}=\frac{6052\text{ км}}{1{,}78}\approx 3400\text{ км}$.

Лінійний радіус Марса при спостереженні з Венери $R_M = D\sin\varphi_1$, де D – відстань від Венери до Марса, ϕ_1 – кутовий радіус Марса. Аналогічно лінійний радіус Венери при спостереженні з Марса $R_B = D\sin\varphi_2$. Поділивши ці два рівняння і вважаючи, що для малих кутів відношення синусів можна замінити на відношення самих кутів, отримаємо, що $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}=\frac{R_B}{R_M}=1{,}78$.

Розв'язки ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 11 клас. 21.12.2021 р.

1. 1 – а, 2 – в, 3 – б, 4 – в, 5 – б, 6 – а.

2. Добова паралель Сонця в день рівнодення збігається з небесним екватором. Можна вважати, що Сонце рухається по ній рівномірно.



Швидкість руху Сонця $\upsilon = \frac{360^0}{24\text{ год}} \approx 15^0/\text{год} = 0{,}25^0/\text{хв}$. На екваторі Землі небесний екватор розміщений вертикально, тобто під кутом 90^0 до горизонту. Отже, в день рівнодення на земному екваторі Сонцю потрібно пройти шлях ВА, тобто два своїх радіуси або один діаметр d.

Час сходу Сонця $t = \frac{d}{\upsilon} = \frac{0{,}5^0}{0{,}25^0/\text{хв}} = 2\text{ хв}$.

3. Оскільки земна вісь завжди нахилена в один бік, сонячні промені падають на Землю під різним кутом. А це означає, що під час руху Землі навколо Сонця протягом року сонячні промені нерівномірно освітлюють та нагрівають Північну та Південну півкулі. Це є причиною зміни пір року. А що стосується відстані від Землі до Сонця, то вона дійсно змінюється, але несуттєво: коли в Північній півкулі зима, наша планета трошки ближча до Сонця; це не відміняє нашу зиму, але робить її трохи м'якшою. У Південній півкулі навпаки – взимку Земля трохи далі від Сонця, що підсилює відмінність зимової і літньої температури.

Земля, обертаючись навколо власної осі, підставляє Сонцю то один, то інший бік. Тобто в певний період руху Землі навколо осі одну її частину освітлює Сонце, а іншу – ні. На освітленій частині триває день, а на іншій – ніч.

Якби земна вісь була б не нахилена, а перпендикулярна площині орбіти Землі, то кількість сонячного тепла на кожній паралелі протягом року, не змінювалася б. Це вказувало б на те, що протягом року тривалість дня завжди дорівнювала б тривалості ночі. Тоді б земна поверхня нагрівалася протягом року однаково і пір року не існувало б.

4. Велику піввісь орбіти астероїда знайдемо із співвідношення: $a_2 = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2}$.

$a_2 = \frac{2{,}32\text{ а.о.} + 2\text{ а.о.}}{2} = 2{,}16\text{ а.о.}$

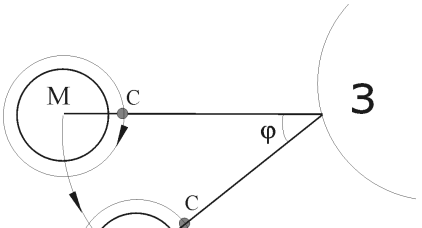
Ексцентриситет знайдемо із співвідношення : $e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a_2}$. $e = \frac{2{,}32\text{ а.о.} - 2\text{ а.о.}}{2 \cdot 2{,}16\text{ а.о.}} = 0{,}074$

.

Згідно ІІІ закону Кеплера $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$, де T_1, T_2 – періоди обертання Землі та астероїда, a_1, a_2 – великі півосі їх орбіт. Звідси $T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot a_2^3}{a_1^3}}$. Відомо, що T_1 = 1 рік, a_1 = 1 а.о., отже $T_2 = \sqrt{a_2^3}$.

$T_2 = \sqrt{2{,}16^3} = \sqrt{10{,}08} \approx 3{,}17$ років.

5. Визначимо спочатку мінімальний період обертання штучного супутника навколо Місяця. Це буде період обертання навколо Місяця по орбіті з радіусом, що дорівнює радіусу Місяця.



$m\frac{\upsilon^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$, $T_c = \frac{2\pi R}{\upsilon}$. З цих рівнянь $T_c = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$ =6,5 · 10³ с = 1,8 год.

Мінімальний синодичний період буде досягнуто у випадку, коли супутник рухатиметься за годинниковою стрілкою (у протилежному напрямку до напряму руху Місяця навколо Землі).

Позначимо цей час *S*. За цей час Місяць зміститься на кут $\varphi = \omega_м S$, де $\omega_м$ – кутова швидкість Місяця: $\omega_м = \frac{2\pi}{T_м}$. $T_м$=27,32 доби = 655,68 год. При цьому супутник опише дугу $2\pi - \varphi$. $2\pi - \varphi = \omega_c S$, де $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$. Тоді $2\pi - \frac{2\pi}{T_м}S = \frac{2\pi}{T_c}S$. $\frac{1}{S} - \frac{1}{T_м} = \frac{1}{T_c}$. Звідси $S = \frac{T_м T_c}{T_м + T_c}$ =1,795 год.

Можна використати також формулу зв'язку синодичного і сидеричних періодів. $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_м} \pm \frac{1}{T_c}$. $S = \frac{T_м T_c}{T_м \pm T_c}$. Якщо супутник рухається в ту ж сторону, що й Місяць, то $S = \frac{T_м T_c}{T_м - T_c}$, якщо в протилежну сторону, то $S = \frac{T_м T_c}{T_м + T_c}$.

6. а) Переведемо градусну міру довготи в годинну. ($360^0 \rightarrow$ 24 год; $1^0 \rightarrow$4 хв). 26^0 = 104 хв. Отже, довгота Рівного $\lambda = 1^h44^m$. $T_п = T_м + n - \lambda$;
$T_п = 1^h00^m + 2^h - 1^h44^m = 1^h16^m$. Годинник показуватиме 01:16.

б) На малюнку знаходимо Полярну зорю. (Добре видно Велику Ведмедицю, а на продовженні лінії, що проходить через дві зорі ковша видно Полярну зорю)

Оскільки відстань від Капелли до Полярної зорі 4 см, а різниця схилень $90^0 - 46^0 = 44^0$, то на один сантиметр припадає 11 градусів. Відстань до Проціона 8 см, тому його «кутова» довжина від Полярної зірки складає 88^0. Це означає, що схилення Проціона приблизно дорівнює 2^0. Зорі Полярна, Капелла і Рігель лежать на одній прямій, а це означає що пряме сходження Капелли і Рігеля однакові, отже $\alpha = 05^h17^m$.