

Розв'язки II етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 10 клас. 21.12.2021 р.

1. 1 – а, 2 – г, 3 – г, 4 – б, 5 – г, 6 – в.

2. Оскільки потрібно знайти мінімальний період, то відстанню від супутника до планети порівняно з радіусом планети можна знехтувати і вважати, що радіус обертання супутника дорівнює радіусу планети R .

Період $T = \frac{2\pi R}{v}$ (1). Згідно закону всесвітнього тяжіння $m \frac{v^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}$. Визначаємо

звідси швидкість і підставляємо в (1). $T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \frac{M}{R}}}$ (2). Маса планети $M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$.

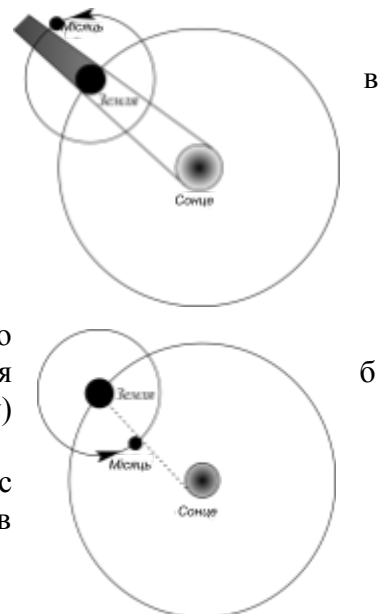
Підставимо в (2). $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$. Після підстановки значень отримаємо:

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3103}} \approx 6745 \text{ с}$$

3. 28 серпня 2018 року настало через 15 років. $15 \cdot 365 = 5475$ діб. За цей час було 4 високосних роки, тому від 28 серпня 2003 року пройшло 5479 діб, тобто $\frac{5479}{779,95} = 7,0248$ синодичних періоди. Причому, 0,0248 відповідає $0,0248 \cdot 779,95 = 19,34$ добам. Відповідно момент протистояння відбувся на 19,34 діб раніше 28 серпня. $0,34 \cdot 24 \text{ год} = 8,16 \text{ год}$. Отже дата протистояння 9 серпня приблизно о 9:15 за всесвітнім часом.

4. Якщо дивитися на Сонячну систему "зверху", тобто з боку північного полюса Землі, то рух Землі довкола Сонця, Місяця довкола Землі і обертання Землі довкола своєї осі відбуваються одну і ту ж сторону – проти годинникової стрілки. Поглянувши на схеми затемнень, легко побачити, що під час місячного затемнення Місяць входить в земну тінь лівим краєм (мал. 1), а на Сонце під час сонячного затемнення Місяць насувається справа (мал. 2), так що за місячним диском першим почне ховатися правий край Сонячного диска.

Якби орбіта Місяця лежала в площині орбіти Землі, кожного місяця (строго кажучи — кожні 29,5 діб) на Землі спостерігалось одне місячне (у повний місяць) і одне сонячне (у молодика) затемнення. Але нахил місячної орбіти складає близько 5 градусів, тому для затемнення необхідно, щоб Місяць під час молодика або повного місяця проходив поблизу одного з вузлів орбіти (тобто поблизу точки перетину орбіт).



5. а) Оскільки події відбувалися влітку, то у Києві літній час відрізняється від Гринвіцького (всесвітнього) на 3 год, отже всесвітній час 12 год 15 хв. Сонце в найвищій точці буває о 12 годині за місцевим часом, отже місцевий час 12 годин. Відставання в 15 хвилин означає, що довгота перебування туриста $3^{\circ}45'$ західної довготи ($360^{\circ} \rightarrow 24 \text{ год} = 1440 \text{ хв}$; $1^{\circ} \rightarrow 4 \text{ хв}$). Висота Полярної зорі визначає географічну широту місця перебування. Оскільки у південній півкулі цієї зорі не видно, то це була північна півкуля і широта місця, де був футбольний матч 40° пн.ш. (До речі, це Мадрид).

б) Під час руху на південь вздовж меридіану довгота не змінюється, а широта зменшується. З географії відомо, що 1° довготи відповідає приблизно $x=111,5$ км (або знаючи

радіус Землі, довжина меридіана $l=2\pi R \approx 40192$ км. Тоді $x = \frac{40192}{360^\circ} \approx 111,5$ км). Отже турист змістився на 2° . Його координати тепер 38° пн.ш., $3^\circ 45'$ зх.д. Положення Полярної зорі для даної широти практично не змінюється, тому незалежно від часу доби її висота буде 38° .

6. Розміри Венери більші за розміри Марса, тому на першому малюнку Венера, а на другому Марс. Вимірюємо лінійкою діаметри планет на їх зображенні. Оскільки масштаби зображень

однакові, то співвідношення між діаметрами планет $k = \frac{d_B}{d_M} \approx 1,78$. Аналогічним буде і

співвідношення між радіусами. Тоді дійсний радіус Марса $R_M = \frac{R_B}{k} = \frac{6052 \text{ км}}{1,78} \approx 3400 \text{ км}$.

Лінійний радіус Марса при спостереженні з Венери $R_M = D \sin \varphi_1$, де D – відстань від Венери до Марса, φ_1 – кутовий радіус Марса. Аналогічно лінійний радіус Венери при

спостереженні з Марса $R_B = D \sin \varphi_2$. Поділивши ці два рівняння і вважаючи, що для малих кутів відношення синусів можна замінити на відношення самих кутів, отримаємо, що

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{R_B}{R_M} = 1,78$$

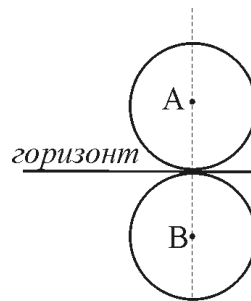
Розв'язки II етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 11 клас. 21.12.2021 р.

1. 1 – а, 2 – в, 3 – б, 4 – в, 5 – б, 6 – а.

2. Додаткова паралель Сонця в день рівнодення збігається з небесним екватором. Можна вважати, що Сонце рухається по ній рівномірно.

$$v = \frac{360^\circ}{24 \text{ год}} \approx 15^\circ / \text{год} = 0,25^\circ / \text{хв}$$

Швидкість руху Сонця . На екваторі Землі небесний екватор розміщений вертикально, тобто під кутом 90° до горизонту. Отже, в день рівнодення на земному екваторі Сонцю потрібно пройти шлях ВА, тобто два своїх радіуси або один діаметр d .



$$t = \frac{d}{v} = \frac{0,5^\circ}{0,25^\circ / \text{хв}} = 2 \text{ хв}$$

Час сходу Сонця

3. Оскільки земна вісь завжди нахилена в один бік, сонячні промені падають на Землю під різним кутом. А це означає, що під час руху Землі навколо Сонця протягом року сонячні промені нерівномірно освітлюють та нагрівають Північну та Південну півкулі. Це є причиною зміни пір року. А що стосується відстані від Землі до Сонця, то вона дійсно змінюється, але несуттєво: коли в Північній півкулі зима, наша планета трошки ближча до Сонця; це не відмінює нашу зиму, але робить її трохи м'якшою. У Південній півкулі навпаки – взимку Земля трохи далі від Сонця, що підсилює відмінність зимової і літньої температури.

Земля, обертаючись навколо власної осі, підставляє Сонцю то один, то інший бік. Тобто в певний період руху Землі навколо осі одну її частину освітлює Сонце, а іншу – ні. На освітленій частині триває день, а на іншій – ніч.

Якби земна вісь була б не нахилена, а перпендикулярна площині орбіти Землі, то кількість сонячного тепла на кожній паралелі протягом року, не змінювалася б. Це вказувало б на те, що протягом року тривалість дня завжди дорівнювала б тривалості ночі. Тоді б земна поверхня нагрівалася протягом року однаково і пір року не існувало б.

$$a_2 = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2}$$

4. Велику піввісь орбіти астероїда знайдемо із співвідношення:

$$a_2 = \frac{2,32 \text{ а.о.} + 2 \text{ а.о.}}{2} = 2,16 \text{ а.о.}$$

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a_2} \quad e = \frac{2,32 \text{ а.о.} - 2 \text{ а.о.}}{2 \cdot 2,16 \text{ а.о.}} = 0,074$$

Ексцентриситет знайдемо із співвідношення :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

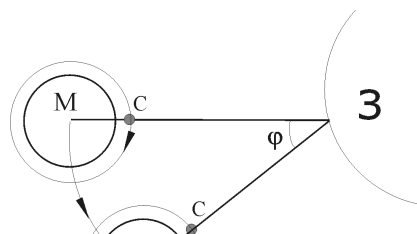
Згідно III закону Кеплера , де T_1, T_2 – періоди обертання Землі та астероїда, a_1, a_2

$$T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot a_2^3}{a_1^3}}$$

– великі півосі їх орбіт. Звідси . Відомо, що $T_1 = 1$ рік, $a_1 = 1$ а.о., отже $T_2 = \sqrt{a_2^3}$.

$$T_2 = \sqrt{2,16^3} = \sqrt{10,08} \approx 3,17 \text{ років}$$

5. Визначимо спочатку мінімальний період обертання штучного супутника навколо Місяця. Це буде період обертання навколо Місяця по орбіті з радіусом, що дорівнює радіусу Місяця.



$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}, \quad T_c = \frac{2\pi R}{v}, \quad T_c = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 6,5 \cdot 10^3 \text{ с} = 1,8 \text{ год.}$$

Мінімальний синодичний період буде досягнуто у випадку, коли супутник рухатиметься за годинниковою стрілкою (у протилежному напрямку до напрямку руху Місяця навколо Землі).

Позначимо цей час S . За цей час Місяць зміститься на кут $\varphi = \omega_m S$, де ω_m – кутова

швидкість Місяця: $\omega_m = \frac{2\pi}{T_m}$. $T_m = 27,32$ доби = 655,68 год. При цьому супутник опише дугу

$$2\pi - \varphi. \quad 2\pi - \varphi = \omega_c S, \quad \text{де} \quad \omega_c = \frac{2\pi}{T_c}. \quad \text{Тоді} \quad 2\pi - \frac{2\pi}{T_m} S = \frac{2\pi}{T_c} S. \quad \frac{1}{S} - \frac{1}{T_m} = \frac{1}{T_c}. \quad \text{Звідси}$$

$$S = \frac{T_m T_c}{T_m + T_c} = 1,795 \text{ год.}$$

Можна використати також формулу зв'язку синодичного і сидеричних періодів.

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_m} \pm \frac{1}{T_c}. \quad S = \frac{T_m T_c}{T_m \pm T_c}. \quad \text{Якщо супутник рухається в ту ж сторону, що й Місяць, то}$$

$$S = \frac{T_m T_c}{T_m - T_c}, \quad \text{якщо в протилежну сторону, то} \quad S = \frac{T_m T_c}{T_m + T_c}.$$

6. а) Переведемо градусну міру довготи в годинну. ($360^\circ \rightarrow 24$ год; $1^\circ \rightarrow 4$ хв). $26^\circ = 104$ хв. Отже, довгота Рівного $\lambda = 1^h 44^m$. $T_{\Pi} = T_m + n \cdot \lambda$; $T_{\Pi} = 1^h 00^m + 2^h - 1^h 44^m = 1^h 16^m$. Годинник показуватиме 01:16.

б) На малюнку знаходимо Полярну зорю. (Добре видно Велику Ведмедицю, а на продовженні лінії, що проходить через дві зорі ковша видно Полярну зорю)

Оскільки відстань від Капелли до Полярної зорі 4 см, а різниця схилень $90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$, то на один сантиметр припадає 11 градусів. Відстань до Проціона 8 см, тому його «кутова» довжина від Полярної зірки складає 88° . Це означає, що схилення Проціона приблизно дорівнює 2° . Зорі Полярна, Капелла і Рігель лежать на одній прямій, а це означає що пряме сходження Капелли і Рігеля однакові, отже $\alpha = 05^h 17^m$.