

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL
BÀI 13. GIẢI NHANH BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT (P2)

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán.

***Chú ý:** Cần làm nhiều bài toán tự luyện để từ đó rút ra kinh nghiệm thiết lập Start End Step hợp lý

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là :

- A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 3 : CASIO**

□ Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

$$f(X) = \log_3\left(\frac{2X+1}{X-1}\right)$$

□ Quan sát các cận của đáp số là $-2; 4; 1$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5



Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; -2)$ và $(4; +\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$
 C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$ D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 3 : CASIO**

- Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-4} - 5^{x-2} \geq 0$. Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio $w72^{\wedge}Q)dp4\$p5^{\wedge}Q)p2$

$$f(X) = 2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

- Quan sát các cận của đáp số là $-2; 2; \log_2 5 \approx 2.32; \log_2 5 - 2 \approx 0.32$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -3 End 3 Step $1:3$
 $\Rightarrow p3=3=1P3=$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline X & f(X) & \\ \hline -3 & -0.3333 & 0.0441 \\ -2 & 0.0225 & -0.164 \\ -1 & 0.3333 & -0.164 \\ \hline \end{array}$$

0

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline X & f(X) & \\ \hline 1 & 1.6666 & -0.156 \\ 2 & 2.3333 & 1.0116 \\ 3 & 2.3333 & 1.0116 \\ \hline \end{array}$$

2

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; 0.32 = \log_2 5)$ và $(2; +\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

- A. $S = (2; +\infty)$ B. $S = (0; 2)$ C. $S = R$ D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ Cách 3 : CASIO

- Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio $w72O2^{\wedge}Q)\$+3O3^{\wedge}Q)\$p6^{\wedge}Q)\$+1$

$$f(X) = 2 \times 3^x - 6^x + 1$$

- Quan sát các cận của đáp số là $0; 2$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 1
 $\Rightarrow p4=5=1=$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline X & f(X) & \\ \hline -4 & 1 & 8 \\ -3 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 8 \\ -1 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 8 \\ 2 & 1 & 8 \\ 3 & 1 & 8 \\ 4 & 1 & 8 \\ 5 & 1 & 8 \\ \hline \end{array}$$

2

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; 2)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng CALC tìm các giá trị tới hạn của (làm cho vế trái = 0 hoặc không xác định) . Dấu của bất phương trình có trong các khoảng tới hạn là không đổi. Dùng CALC lấy một giá trị đại diện để xét dấu.

Chú ý : Qua 4 phương pháp ta mới thấy trong tự luận thì lược đồ con răn là lợi hại nhất nhưng trong khi thi trắc nghiệm thì lại tỏ ra yếu thế vì khó dùng và khá dài dòng

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là :

A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 4 : CASIO**

- Đề bài xuất hiện các giá trị $-2; 4; 1$ ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)\right)$$

- Lần lượt CALC với các giá trị $-2; 4; 1$

rp2=!r4=r1=

Math ERROR $\log_{0.5}\left(\log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)\right)$

[AC] : Cancel

[◀][▶]: Goto

Math ERROR

[AC] : Cancel

[◀][▶]: Goto

3 giá trị trên đều là giá trị tới hạn nên ta chia thành các khoảng nghiệm $(-\infty; -2); (-2; 1); (1; 4); (4; +\infty)$

- CALC với các giá trị đại diện cho 4 khoảng để lấy dấu là : $-3; 0; 2; 5$

rp2=!r4=r1=

$\log_{0.5}\left(\log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)\right)$ Math ERROR

2.299638315 [AC] : Cancel

[◀][▶]: Goto

$\log_{0.5}\left(\log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)\right)$

-0.5508745883

$$\log_{0.5}(\log_3(\frac{2x+1}{x-1})) = 0.1190420922$$

Rõ ràng khoảng nghiệm thứ nhất và thứ tư thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$
 C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$ D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 4 : CASIO**

- Đề bài xuất hiện các giá trị $-2; \log_2 5 - 2; 2; \log_2 5 \approx 2.32$ ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$\frac{624}{625}$$

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$0$$

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$0$$

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$0.9443665781$$

Ta thu được hai giá trị tới hạn $\log_2 5 - 2$ và $2 \Rightarrow$ Đáp số chỉ có thể là **C** hoặc **D**

- Vì bất phương trình có dấu $\geq$ nên ta lấy hai cận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

- A. $S = (2; +\infty)$ B. $S = (0; 2)$ C. $S = \mathbb{R}$ D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ **Cách 4 : CASIO**

- Đề bài xuất hiện các giá trị $0; 2$ ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

$$2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1$$

$$5$$

$$0$$

Ta thu được 1 giá trị tới hạn $x = 2 \Rightarrow$ Đáp số đúng là **A** hoặc **D**

- CALC với các giá trị đại diện cho 2 khoảng để lấy dấu là : $1; 3$

$$2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1$$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

8

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

-118

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

- A. $(1;2) \cup (3;+\infty)$ B. $(1;2) \cap (3;+\infty)$ C. $(-\infty;1) \cap (2;3)$ D. $(-\infty;1) \cup (2;3)$

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$$
 là :

- A. $[1;+\infty)$ B. $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ C. $(1;+\infty)$ D. $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình

$$\log_{x-1}(x^2+x-6) > 1$$
 là :

- A. $x > 1$ B. $x > \sqrt{5}$ C. $x > 1; x \neq 2$ D. $1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình

$$\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$$
 :

- A. $x \leq -2$ B. $x \geq 4$ C. $-2 \leq x \leq 4$ D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 4$

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2}.3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

- A. 1 B. Vô số C. 0 D. 2

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình

$$32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$$
 là tập con của tập

- A. $(-5;-2)$ B. $(-4;0)$ C. $(1;4)$ D. $(-3;1)$

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

A.

$(1;2) \cup (3;+\infty)$

B.

$(1;2) \cap (3;+\infty)$

C.

$(-\infty;1) \cap (2;3)$

D.

$(-\infty;1) \cup (2;3)$

GIẢI

❖ Casio cách 4

- Kiểm tra các giá trị $1;2;3$
h(Q)p1)(Q)p2)(Q)p3)+1)r1=r2=r3=

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

0

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

0

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

0

Cả 3 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 4 khoảng nghiệm $(-\infty;1);(1;2);(2;3);(3;+\infty)$

- CALC với 4 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là $0;\frac{3}{2};\frac{5}{2};4$
EE\$(!!)P(Q)pQz)qr=5=qJx

$$\text{Math ERROR}$$

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

$$\text{[AC] :Cancel}$$

$$0.3184537311$$

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

$$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$$

$$-0.4700036292$$

$$1.945910149$$

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 và khoảng 4 $\Rightarrow$ A là đáp số chính xác

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$$

là :

A.

$[1;+\infty)$

B.

$\left(1;\frac{3}{2}\right]$

C.

$(1;+\infty)$

D.

$\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$

GIẢI

❖ Casio cách 4

- Tập xác định $\Leftrightarrow \log_2(x-1)-1 \geq 0$. Kiểm tra các giá trị $1;\frac{3}{2}$
i0.5\$Q)p1\$p1r1=!r3P2=

Math ERROR $\log_{0.5}(X-1)-1$

[AC] : Cancel

[←][→]: Goto 0

Cả 2 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 3 khoảng nghiệm

$$(-\infty; 1); \left(1; \frac{3}{2}\right); \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

- CALC với 3 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là 0; 1.25; 2

EE\$(!!)P(Q)pQz)qr=5=qJx

Math ERROR $\log_{0.5}(X-1)-1$

[AC] : Cancel

[←][→]: Goto 1

$\log_{0.5}(X-1)-1$

-1

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 $\Rightarrow$ B là đáp số chính xác

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình

$\log_{x-1}(x^2 + x - 6) > 1$ là :

- A. $x > 1$ B. $x > \sqrt{5}$ C. $x > 1; x \neq 2$ D.

$1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

GIẢI

❖ Casio cách 3

- Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{x-1}(x^2 + x - 6) - 1 > 0$. Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị 1; 2; $\sqrt{5} \approx 2.23$. Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 3 Step 0.25

w7iQ)p1\$Q)d+Q)p6\$p1==0=3=0.25=

Math

9	8	F(X)
10	2.25	ERROR
11	2.5	1.4949

2

Rõ ràng $x > \sqrt{5} \approx 2.23$ làm cho vế trái bất phương trình nhận dấu dương $\Rightarrow$ B là đáp án chính xác

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình

$\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

- A. $x \leq -2$ B. $x \geq 4$ C. $-2 \leq x \leq 4$ D. $x \leq -2$ hoặc

$x \geq 4$

GIẢI

❖ Casio cách 3

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \leq 0$
- Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị $-2; 4$. Sử dụng MODE 7 với Start -4 End 5 Step 0.5

qw4w7laqKR7\$)^Q)dpQ)p9\$plaqKR7\$)^Q)p1==p4=5=0.5=

X	F(X)
-2	0.132
4	-0.071

Quan sát bảng giá trị. Rõ ràng $x \leq -2$ và $x \geq 4$ làm cho vế trái bất phương trình $\geq 0 \Rightarrow \mathbf{D}$ là đáp án chính xác

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2} \cdot 3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

A. 1

B. Vô số

C. 0

D. 2

GIẢI

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $2^{x^2} \cdot 3^x - 1 < 0$
- Tìm cận thứ nhất bằng chức năng SHIFT SOLVE

2^X^2d\$O3^X)p1=qr1=

$2^{X^2} \times 3^X - 1$
 $X = 0$
 $L-R = 0$

- Khử cận thứ nhất và tiếp tục dò cận thứ hai

\$(!!)PQ)qr1=

$(2^{X^2} \times 3^X - 1) \div X$
 $X = -1.584962501$
 $L-R = 0$

Vậy ta dự đoán khoảng nghiệm là $(-1.5849...; 0)$. Kiểm tra dấu bằng cách lấy giá trị đại diện $x = -1$

Erp1=

$2^{X^2} \times 3^X - 1$
 $X = -1$
 $L-R = -\frac{1}{3}$

Ta thấy dấu $-$ vậy khoảng nghiệm là $(-1.5849...; 0) \Rightarrow$ có 1 nghiệm nguyên $x = -1$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

A. $(-5; -2)$

B. $(-4; 0)$

C. $(1; 4)$

D. $(-3; 1)$

GIẢI

❖ Casio cách 3

- Sử dụng MODE 7 với Start -6 End 6 Step 1

w73204^Q)\$p1802^Q)\$+1==p6=6=1=



Quan sát bảng giá trị . Rõ ràng khoảng nghiệm làm cho vế trái $-$ thuộc khoảng $(-4;0)$
 $\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác.