

Le binaire

1. Qu'est-ce que le système binaire ?

Le **système binaire** est un système de numération qui utilise **seulement deux chiffres : 0 et 1**.

C'est le langage utilisé par les **ordinateurs, processeurs, mémoires et circuits électroniques** pour stocker et traiter l'information.

Exemples :

- En décimal, nous comptons ainsi : **0, 1, 2, 3, 4, 5...**
 - En binaire, nous comptons ainsi : **0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111...**
-

2. Conversion Décimal ↔ Binaire

Conversion d'un nombre décimal en binaire

Pour convertir un nombre décimal en binaire, on le divise successivement par **2**, en gardant les restes.

♦ Exemple : Convertir 13 en binaire

1. $13 \div 2 = 6$, reste 1
2. $6 \div 2 = 3$, reste 0
3. $3 \div 2 = 1$, reste 1
4. $1 \div 2 = 0$, reste 1

✓ **Résultat : $13_{10} = 1101_2$** (on lit les restes de bas en haut).

Conversion d'un nombre binaire en décimal

On additionne les puissances de 2 correspondant aux positions des 1.

♦ Exemple : Convertir 1011_2 en décimal

$$(1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

$$= (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (1 \times 1)$$

$$= 8 + 0 + 2 + 1$$

$$= 11$$

✓ Résultat : $1011_2 = 11_{10}$

3. Addition en Binaire

Les règles sont simples :

- $0 + 0 = 0$
- $0 + 1 = 1$
- $1 + 0 = 1$
- $1 + 1 = 10$ (on met 0 et on retient 1)

♦ Exemple : Addition de 110_2 et 101_2

$$\begin{array}{r} 110 \\ + 101 \\ \hline 1011 \end{array}$$

✓ Résultat : $110_2 + 101_2 = 1011_2$

4. Multiplication en Binaire

La multiplication binaire suit les mêmes règles que la multiplication en décimal :

- $0 \times 0 = 0$
- $0 \times 1 = 0$
- $1 \times 0 = 0$
- $1 \times 1 = 1$

♦ Exemple : Multiplier 101_2 par 11_2

```
  101
×  11
-----
  101 (101 × 1)
+ 1010 (101 × 1, décalé à gauche)
-----
 1111
```

✅ Résultat : $101_2 \times 11_2 = 1111_2$

5. Exercices

Exercice 1 : Conversion Décimal ↔ Binaire

1. Convertis ces nombres décimaux en binaire :

- 8
- 14
- 25
- 37
- 50
- 18
- 23
- 44
- 57
- 75

2. Convertis ces nombres binaires en décimal :

- 1001_2
- 1110_2
- 10110_2
- 11011_2
- 100010_2
- 1011_2
- 11010_2
- 100101_2
- 111000_2
- 1001111

Exercice 2 : Additions Binaires

Effectue les additions binaires suivantes :

1. $100_2 + 11_2$
 2. $1011_2 + 110_2$
 3. $1110_2 + 1001_2$
 4. $10011_2 + 1101_2$
 5. $11101_2 + 1011_2$
-

Exercice 3 : Multiplications Binaires

Effectue les multiplications binaires suivantes :

1. $10_2 \times 11_2$
2. $101_2 \times 10_2$
3. $110_2 \times 101_2$
4. $111_2 \times 100_2$
5. $1011_2 \times 11_2$

Correction des exercices sur le binaire

Exercice 1 : Conversion Décimal $\leftrightarrow$ Binaire

1. Convertis ces nombres décimaux en binaire :

- $8_{10} = 1000_2$
- $14_{10} = 1110_2$
- $25_{10} = 11001_2$
- $37_{10} = 100101_2$
- $50_{10} = 110010_2$
- $18 \rightarrow 10010_2$
- $23 \rightarrow 10111_2$
- $44 \rightarrow 101100_2$
- $57 \rightarrow 111001_2$
- $75 \rightarrow 1001011_2$

2. Convertis ces nombres binaires en décimal :

- $1001_2 = (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = 8 + 0 + 0 + 1 = 9_{10}$
- $1110_2 = (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 8 + 4 + 2 + 0 = 14_{10}$
- $10110_2 = (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 22_{10}$
- $11011_2 = (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27_{10}$
- $100010_2 = (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 32 + 0 + 0 + 0 + 2 + 0 = 34_{10}$
- $1011_2 \rightarrow 11$
- $11010_2 \rightarrow 26$
- $100101_2 \rightarrow 37$
- $111000_2 \rightarrow 56$
- $1001111_2 \rightarrow 79$
-

Exercice 2 : Additions Binaires

1. $100_2 + 11_2$

100

+ 11

111 ($4_{10} + 3_{10} = 7_{10} \rightarrow 111_2$)

 **Résultat : 111_2**

2. $1011_2 + 110_2$

1011
+ 110

10001 ($11_{10} + 6_{10} = 17_{10} \rightarrow 10001_2$)

✓ Résultat : 10001_2

3. $1110_2 + 1001_2$

1110
+ 1001

10111 ($14_{10} + 9_{10} = 23_{10} \rightarrow 10111_2$)

✓ Résultat : 10111_2

4. $10011_2 + 1101_2$

10011
+ 1101

11100 ($19_{10} + 13_{10} = 32_{10} \rightarrow 11100_2$)

✓ Résultat : 11100_2

5. $11101_2 + 1011_2$

11101
+ 1011

101000 ($29_{10} + 11_{10} = 40_{10} \rightarrow 101000_2$)

✓ Résultat : 101000_2

Exercice 3 : Multiplications Binaires

1. $10_2 \times 11_2$

10

×11

10 (10 × 1)

+10 (10 × 1, décalé à gauche)

110 ($2_{10} \times 3_{10} = 6_{10} \rightarrow 110_2$)

✓ **Résultat : 110_2**

2. $101_2 \times 10_2$

101

× 10

000

+ 1010

1010 ($5_{10} \times 2_{10} = 10_{10} \rightarrow 1010_2$)

✓ **Résultat : 1010_2**

3. $110_2 \times 101_2$

110

×101

110

+ 0000

+11000

11110 ($6_{10} \times 5_{10} = 30_{10} \rightarrow 11110_2$)

✓ Résultat : 11110_2

4. $111_2 \times 100_2$

```
111
×100
-----
000
+ 0000
+11100
-----
```

11100 ($7_{10} \times 4_{10} = 28_{10} \rightarrow 11100_2$)

✓ Résultat : 11100_2

5. $1011_2 \times 11_2$

```
1011
× 11
-----
1011
+10110
-----
```

10001 ($11_{10} \times 3_{10} = 33_{10} \rightarrow 100001_2$)

✓ Résultat : 100001_2