

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL
BÀI 7. BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THI

Chú ý : Số nghiệm của phương trình $f(x=0)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành

Chú ý : Đường thẳng $y = m$ có tính chất song song với trục hoành và đi qua điểm có toạ độ $(0; m)$

3. Lệnh Casio : Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng lệnh SHIFT SOLVE

VD1-[Thi thử chuyên KHTN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất các các giá trị của m để phương trình $\log_2 x - \log_2 (x-2) = m$ có nghiệm :

- A. $1 \leq m < +\infty$ B. $1 < m < +\infty$ C. $0 \leq m < +\infty$ D. $0 < m < +\infty$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- ⊙ Đặt $\log_2 x - \log_2 (x-2) = f(x)$ khi đó $m = f(x)$ (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì m thuộc miền giá trị của $f(x)$ hay $f(\min) \leq m \leq f(\max)$
- ⊙ Tới đây bài toán tìm tham số m được quy về bài toán tìm min, max của một hàm số. Ta sử dụng chức năng Mode với miền giá trị của x là Start 2 End 10 Step 0.5

$$w_7^2(Q) \pi^2(Q) p_2 = 2 = 10 = 0.5 =$$

	$\%$	$F(\%)$
15	8	0.3625
16	9.5	0.341
17	10	0.3219

- ☉ Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy $f(10) \approx 0.3219$ vậy đáp số **A** và **B** sai.
 Đồng thời khi x càng tăng vậy thì $F(X)$ càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là $F(X)$ có giảm được về 0 hay không.

Ta tư duy nếu $F(X)$ giảm được về 0 có nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm. Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE

i2\$Q)\$pi2\$Q)p2qr3=

Can't solve Math

[AC] :Cancel

[4][>]:Goto

Máy tính Casio báo phương trình này không có nghiệm. Vậy dấu = không xảy ra

- ☉ Tóm lại $f(x) > 0 \Leftrightarrow m > 0$ và **D** là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Điều kiện : $x > 2$

- Phương trình
$$\Leftrightarrow m = \log_2 \left(\frac{x}{x-2} \right) \Leftrightarrow m = \log_2 \left(1 + \frac{2}{x-2} \right)$$

- Vì $x > 2$ nên $x-2 > 0 \Rightarrow 1 + \frac{2}{x-2} > 1 \Rightarrow \log_2 \left(1 + \frac{2}{x-2} \right) > \log_2 1 = 0$

$$m = \log \left(1 + \frac{2}{x-2} \right) > 0$$

Vậy

❖ **Bình luận :**

- Một bài toán mẫu mực của dạng tìm tham số m ta giải bằng cách kết hợp chức năng lập bảng giá trị MODE 7 và chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE một cách khéo léo
- Chú ý : $m = f(x)$ mà $f(x) > 0$ vậy $m > 0$ một tính chất bắc cầu hay và thường xuyên gặp

VD2-[Thi thử chuyên KHTN –HN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

- A. $-4 < m < 0$ B. $-4 \leq m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 4$ D. $0 < m < 1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- ☉ Cô lập m , đưa phương trình ban đầu về dạng $m = -x^3 + 3x^2$. Đặt $x^3 - 3x^2 = f(x)$ khi đó $m = f(x)$ (1), số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = m$

- ☉ Để khảo sát hàm số $y = f(x)$ ta sử dụng chức năng MODE 7 Start -2 End 5 Step 0.5

w7pQ)^3\$+3Q)d==p2=5=0.5=

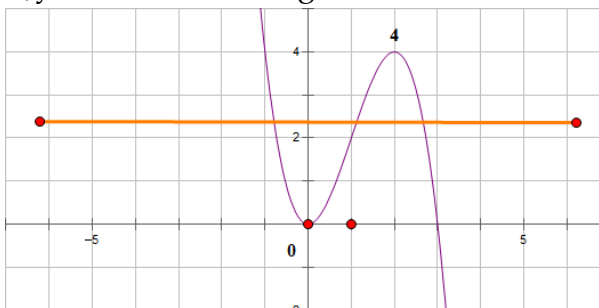
X	F(X)
-0.5	0.875
0.5	0.625

0

X	F(X)
1.5	3.375
2.5	3.125

2

Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy giá trị cực tiểu là 0 và giá trị cực đại là 4 vậy ta có sơ đồ đường đi của $f(x)$ như sau :



- ☉ Rõ ràng hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nếu $0 < m < 4$

VD3-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Đường thẳng $(d): y = x+1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt M, N thì tung độ điểm I của đoạn thẳng MN bằng :

A. -3

B. -2

C. 1

D. 2

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- ☉ Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+2}{x-1} = x+1$. Nhập phương trình này vào máy tính Casio và dò nghiệm :

a2Q)+2RQ)p1\$Q)+1)qr5=qrp5=

X	F(X)
-1	0
3	0

3

X	F(X)
-1	0
3	0

-1

Ta có ngay 2 nghiệm $\begin{cases} x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = x_1 + 1 = 4 \\ x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = x_2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y_1 = \frac{y_1 + y_2}{2} = 2$
 $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD4-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m > 12$ B. $m < -12$ C. $m < 0$ D. Không có m thỏa

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- ☉ Để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3 + mx + 16 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt
 ☉ Với $m = 14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5
 w541=0=14=16=====

X1= Math▼ X2= Math▼▲
 -1.058213891 0.5291069456+3.▶

Ta thấy nghiệm x_2, x_3 là nghiệm ảo $\Rightarrow$ không đủ 3 nghiệm thực $\Rightarrow m = 14$ không thỏa $\Rightarrow$ A sai

- ☉ Với $m = -14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5
 w541=0=4014=16=====

X1= Math▼ X2= Math▼▲
 -4.218186702 2.918522599
 X3= Math ▲
 1.299664103

Ta thấy ra 3 nghiệm thực $\Rightarrow$ Đáp án đúng có thể là **B** hoặc **C**
 Thử thêm một giá trị $m = -1$ nữa thì thấy $m = -1$ không thỏa
 $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

VD5-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị là (C). Biết đường thẳng $y = -4x + 3$ tiếp xúc với (C) tại điểm A và cắt (C) tại điểm B. Tìm tung độ của điểm B

- A. 1 B. 15 C. -3 D. -1

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- ☉ Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3$. Sử dụng SHIFT SOLVE để dò 2 nghiệm phương trình trên

$$\frac{1}{2}X^4 - 3X^2 + \frac{3}{2} = -4X + 3$$

$$X = 1 \quad L-R = 0$$

$$X = -3 \quad L-R = 0$$

- ☉ Nếu A là tiếp điểm thì $y'(x_A) = 0$, B là giao điểm $\Rightarrow y'(x_B) \neq 0$.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{3}{2} \right) \Big|_{x=1} = -4$$

$$\Rightarrow x_B = 1 \Rightarrow y_B = -4x_B + 3 = -1$$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

VD6-[Thi HK1 THPT HN-Amsterdam năm 2017]

Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4$ có đồ thị (C) . Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị (C) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1 ?

A. $-3 < m < -1$

B. $-2 < m < 2$

C. $2 < m < 3$

D.

$$\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$$

GIẢI

❖ Cách 1 : T. CASIO

- ☉ Số nghiệm của đồ thị (C) và trục hoành là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm. $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0$ (1). Đặt $x^2 = t$ thì $(1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$ (2)

- ☉ Ta hiểu 1 nghiệm $t > 0$ sẽ sinh ra 2 nghiệm $x = \pm\sqrt{t}$. Khi phương trình (2) có 2 nghiệm $t_1 > t_2 > 0$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm $-\sqrt{t_1} < -\sqrt{t_2} < \sqrt{t_2} < \sqrt{t_1}$. Vậy để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1 (tức là 1 điểm có hoành độ nhỏ hơn -1) thì $0 < t_2 \leq 1 < t_1$ (*)

Thử với $m = -2.5$ Xét phương trình $t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$

$$w531=p5=2.5dp4==$$

$$X_1 = \frac{9}{2} \quad X_2 = \frac{1}{2}$$

Thỏa mãn (*) $\Rightarrow m = 2.5$ thỏa $\Rightarrow$ C là đáp số chính xác

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Vĩ Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$ có đúng 1 nghiệm dương

- A. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$ D. Không có m thỏa

Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn $-\frac{1}{2}$

- A. $0 < m < 2$ B. $-2 < m < 2$ C. $\frac{9}{8} < m < 2$ D. $-2 \leq m \leq 2$

Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có 3 nghiệm phân biệt ?

- A. $m = 3$ B. $m > 2$ C. $2 \leq m \leq 3$ D. $2 < m < 3$

Bài 4-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Số nguyên dương lớn nhất để phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm ?

- A. 20 B. 35 C. 30 D. 25

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]

Tập giá trị của tham số m để phương trình $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$ có đúng 1 nghiệm ?

- A. $m > 0$ B. $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$ C. Với mọi m D. Không tồn tại m

Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm - HN năm 2017]

Phương trình $\log_3 x - \log_3 (x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ vô nghiệm khi :

A. $m > 1$

B. $m < 0$

C. $0 < m \leq 1$

D. $m \leq 1$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Vĩ Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$ có đúng 1 nghiệm dương

A. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$

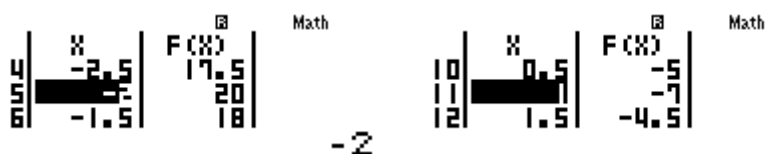
C. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$

D. Không

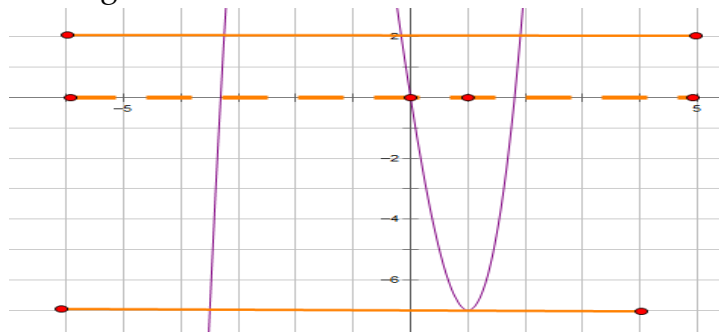
có m thỏa

GIẢI

- Đặt $f(x) = 4x^3 - 2x^{2+2} + 6$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$ (1). Để (1) có đúng 1 nghiệm dương thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 1 điểm có hoành độ dương.
- Khảo sát hàm số $y = f(x)$ với chức năng MODE 7
w72Q)^3\$+3Q)dp12Q)=p4=5=0.5=



- Ta thấy đồ thị có giá trị cực đại là 20 và giá trị cực tiểu là -7 và ta sẽ mô tả được đường đi của $f(x)$ như sau :



Rõ ràng $\begin{cases} y = m > 0 \\ y = -7 \end{cases}$ thì hai đồ thị cắt nhau tại đúng 1 điểm có hoành độ dương. $\Rightarrow$ Đáp án B chính xác

Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn $-\frac{1}{2}$

A. $0 < m < 2$
 $-2 \leq m \leq 2$

B. $-2 < m < 2$

C. $\frac{9}{8} < m < 2$

D.

GIẢI

- Số giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số trên là số giao điểm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$
- Thử với $m = -2$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4
w541=p3=0=2p(p2)===

$X_1 =$

-1

$X_2 =$

2

Ta thấy chỉ có 2 nghiệm $\Rightarrow$ 2 giao điểm $\Rightarrow m = -2$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án **D** sai

- Thử với $m = -1$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4
w541=p3=0=3===

$X_1 =$

-0.8793852416

Ta thấy có nghiệm $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -1$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án **B** sai

- Thử với $m = 1$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4
w541=p3=0=3===

$X_3 =$

-0.5320888862

Ta thấy có nghiệm $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 1$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án **A** sai
 $\Rightarrow$ Đáp án **C** còn lại là đáp án chính xác

Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có 3 nghiệm phân biệt ?

A. $m = 3$
 $2 < m < 3$

B. $m > 2$

C. $2 \leq m \leq 3$

D.

GIẢI

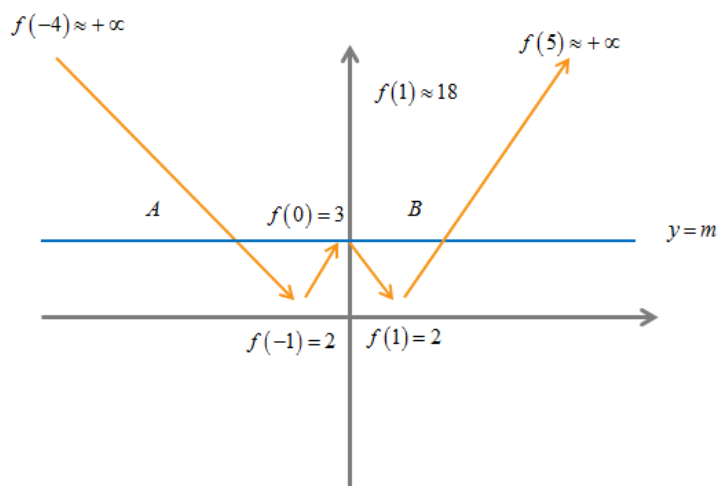
- Đặt $f(x) = 4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5



- 1

- Quan sát bảng biến thiên ta vẽ đường đi của hàm số



Rõ ràng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt vậy đáp án A là chính xác

Bài 4 - [Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Số nguyên dương lớn nhất để phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm ?

A. 20

B. 35

C. 30

D. 25

GIẢI

$$m = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot 5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$$

- Cô lập m ta được

$$f(x) = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot 5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$$

- Đặt $f(x) = m$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -1 End 1 Step 2

$$w7a25^1+s1pQ)d$$$p2O5^1+s1pQ)d$$$+1R5^1+s1pQ)d$$$p2==p1=1=0.2=$$

Math

$f(x) = 5.3333 - 0.8x - 0.6x^2$

- 1

- Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f(x) \leq f(0) = 25.043...$ hay $m \leq f(0)$ vậy m nguyên dương lớn nhất là 25 $\Rightarrow$ D là đáp án chính xác

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]

Tập giá trị của tham số m để phương trình $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$ có đúng 1 nghiệm ?

- A. $m > 0$ B. $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$ C. Với mọi m D. Không tồn tại m

GIẢI

- Cô lập m ta được $m = \frac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$
- Đặt $f(x) = \frac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$
- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -9 End 10 Step 1
w7a5O16^Q)\$p2O81^Q)R36^Q)==p9=10=1=

Math

$f(x) = 7389.4 - 3284.2x - 1459.6x^2$

- 9

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ luôn giảm hay hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến.

Điều này có nghĩa là đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 1 điểm $\Rightarrow$ C chính xác

Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm - HN năm 2017]

Phương trình $\log_3 x - \log_3 (x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ vô nghiệm khi :

- A. $m > 1$ B. $m < 0$ C. $0 < m \leq 1$ D. $m \leq 1$

GIẢI

- Điều kiện : $x > 2$. Phương trình ban đầu
 $\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x}{x-2} \right) = 2 \log_3 m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3 \left(\frac{x}{x-2} \right) = \log_3 m$
 $\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{\frac{x}{x-2}} = \log_3 m \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$

Để phương trình ban đầu vô nghiệm thì đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start 2 End 10 Step 0.5
w7saQ)RQ)p2==2=10=0.5=



- Để khảo sát chính xác hơn ta tính giới hạn của hàm $f(x)$ khi x tiến tới 2 cận là 2 và $+\infty$

$$\text{saQ)RQ)p2r10^9)=$$

$$\sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

$$1.000000001$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow +\infty} = 1$$

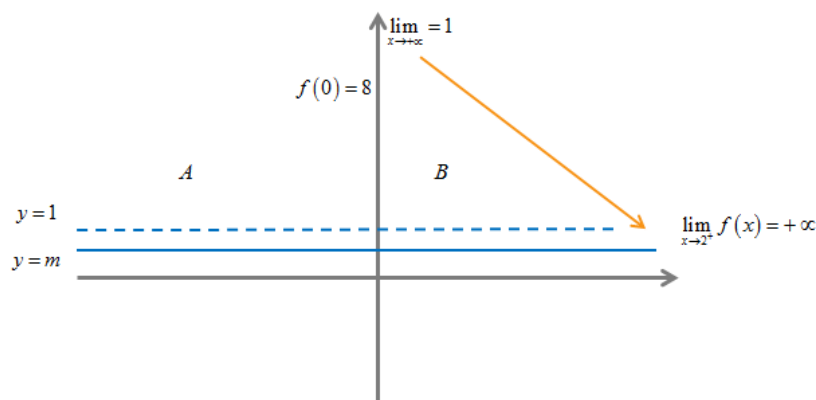
$$\text{saQ)RQ)p2r2+0.0000001=}$$

$$\sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

$$4472.136067$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

- Quan sát bảng giá trị và 2 giới hạn ta vẽ đường đi cả đồ thị hàm số $y = f(x)$ và sự tương giao



Ta thấy ngay $m \leq 1$ thì 2 đồ thị không cắt nhau hay phương trình ban đầu vô nghiệm.