

23.09.2022

Тема: Площа ортогональної проекції многокутника

Посилання

на

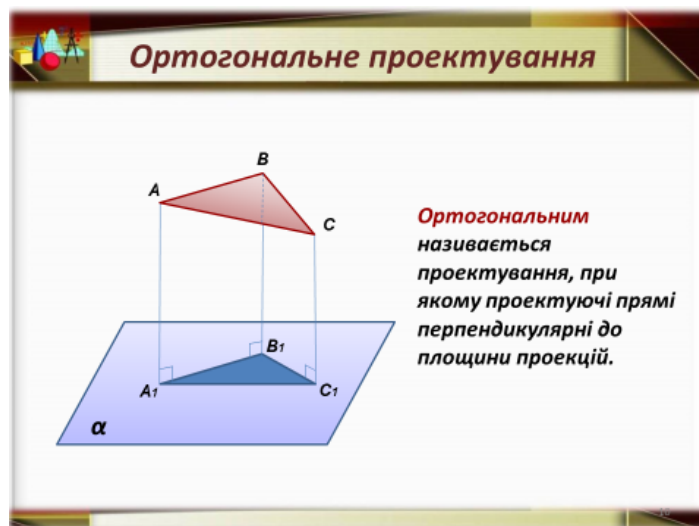
підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Означення. Ортогональним називається проектування, при якому проєктуючі прямі перпендикулярні до площини проектування.

Таке проектування широко використовується не лише в геометрії, а і в технічному кресленні. Ортогональні проєкції фігури на три взаємно перпендикулярні площини дають повне уявлення про неї.



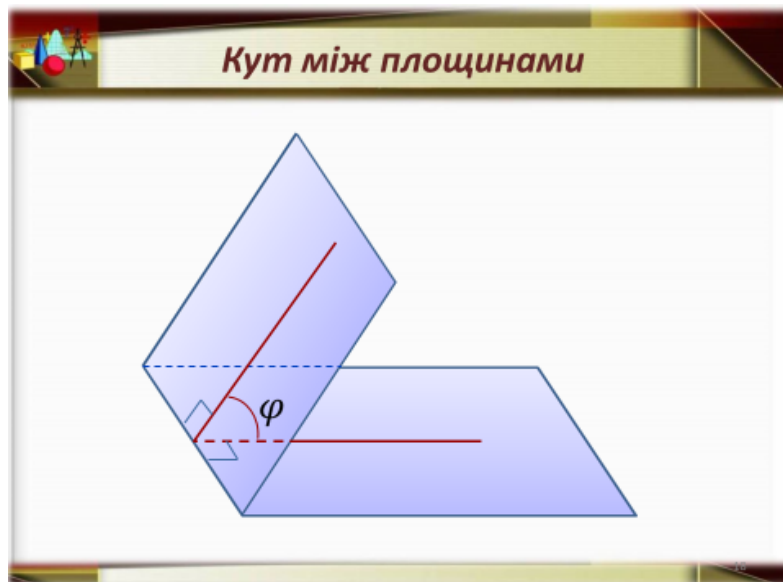
Оскільки ортогональне проектування є різновидом паралельного, то воно зберігає і всі його властивості, зокрема точки зображаються точками, відрізки – відрізками або точками, прямі – прямими або точками і т. д. Довжини відрізків, як відомо, не зберігаються, а як саме вони можуть змінюватися? Чому? пояснення може ґрунтуватися на наслідку з теореми Піфагора, яка, до речі, на мові ортогонального проектування може бути перефразована так: «Квадрат довжини будь-якого відрізка

дорівнює сумі квадратів його ортогональних проекцій на 2 взаємно перпендикулярні прямі».

Аналогічне твердження правильне і для простору, воно називається просторовою теоремою Піфагора і може бути сформульоване так: «Квадрат довжини будь-якого відрізка дорівнює сумі квадратів довжин його проекцій на три взаємно перпендикулярні прямі».

Давайте з'ясуємо, як саме залежить площа ортогональної проекції многокутника від кута між площиною многокутника та площиною проекції.

Для початку розглянемо найпростіший випадок, коли многокутником є трикутник, одна сторона якого належить площині проектування.

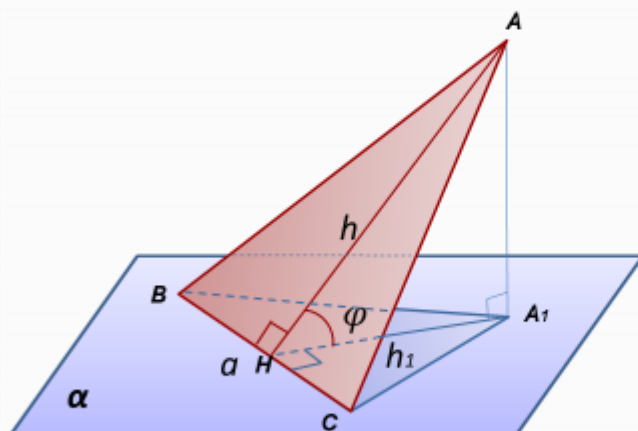


Висновок: $S_{\pi} = S \cos \varphi$.

Теорема: Площа ортогональної проекції многокутника на площину дорівнює добутку його площі на косинус кута між площиною многокутника та площиною проекції.



Площа ортогональної проекції многокутника



$$S = \frac{1}{2} ah;$$

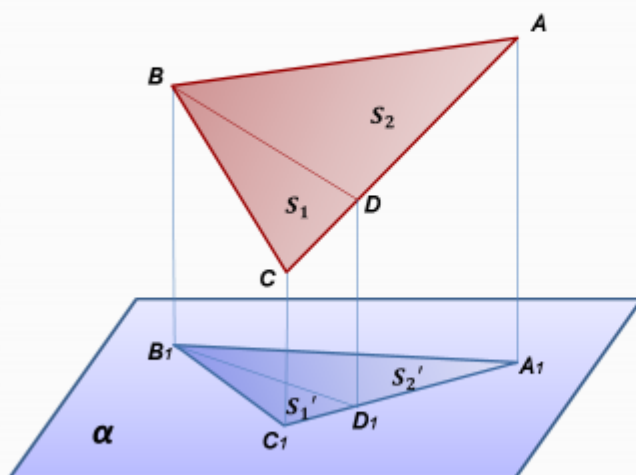
$$S_{\Pi} = \frac{1}{2} ah_1 =$$

$$= \frac{1}{2} ah \cos \varphi;$$

$$S_{\Pi} = S \cos \varphi$$



Площа ортогональної проекції многокутника



$$S_1' = S_1 \cos \varphi$$

$$S_2' = S_2 \cos \varphi$$

$$S_{\Pi} = S_1' + S_2' =$$

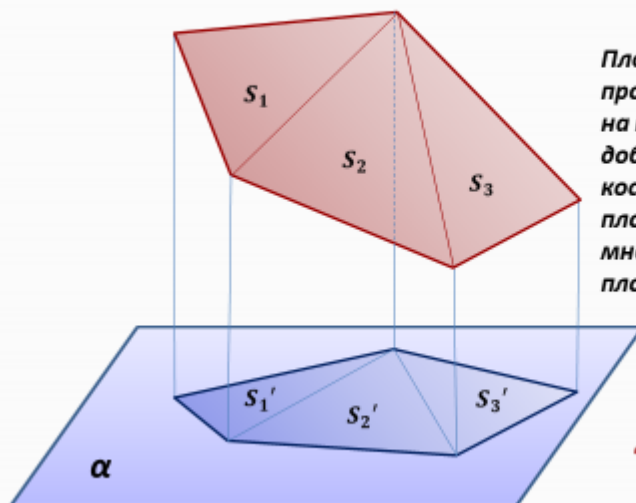
$$= S_1 \cos \varphi + S_2 \cos \varphi =$$

$$= (S_1 + S_2) \cos \varphi =$$

$$= S \cos \varphi$$



Площа ортогональної проекції многокутника

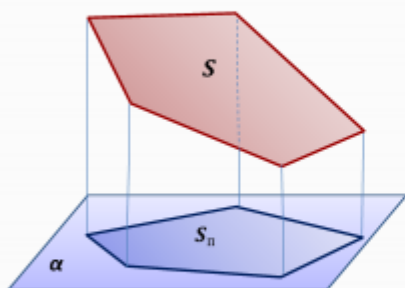


Площа ортогональної проекції многокутника на площину дорівнює добутку його площі на косинус кута між площиною многокутника та площиною проекції.

$$S_{\Pi} = S \cos \varphi$$



Задача 1



$$S = 50 \text{ см}^2$$

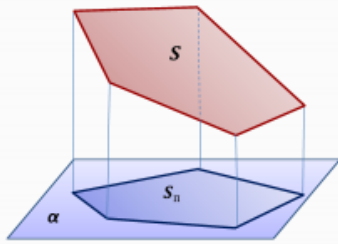
$$\varphi = 60^\circ$$

$$S_{\Pi} = ?$$

$$S_{\Pi} = S \cos \varphi = 50 \cos 60^\circ = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: 25 см^2 .

Задача 2



$$S_n = 50 \text{ см}^2$$

$$\varphi = 45^\circ$$

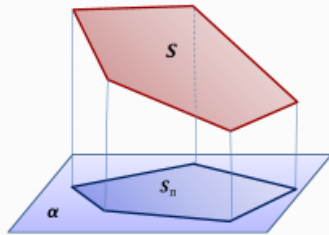
$S = ?$

$$S_n = S \cos \varphi$$

$$S = \frac{S_n}{\cos \varphi} = \frac{50}{\cos 45^\circ} = \frac{50}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{50 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: $50\sqrt{2} \text{ см}^2$.

Задача 3



$$S = 64 \text{ см}^2$$

$$S_n = 32\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$\varphi = ?$

$$S_n = S \cos \varphi;$$

$$\cos \varphi = \frac{S_n}{S} = \frac{32\sqrt{3}}{64} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\varphi = 30^\circ.$$

Відповідь: 30° .

Задача. Знайти площу ортогональної проекції трикутника зі сторонами 13 см, 14 см, 15 см на площину α , яка утворює з площиною трикутника кут 60° .

Розв'язання:

$$S_1 = S \cos \varphi;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \quad p = \frac{a+b+c}{2},$$

$$p = \frac{13+14+15}{2} = 21 \text{ (см)};$$

$$S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$S_1 = S \cos \varphi; \quad S_1 = 84 \cos 60^\circ = 84 \cdot \frac{1}{2} = 42 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: 42 см^2

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §5, п.37.
2. Законспектувати теорему.
3. Виконати письмово вправи: 37.12, 37.13.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=7oCw69reu6A>

<https://vseosvita.ua/library/ortogonalne-proektuvanna-28338.html>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .