

(1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$$

أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $D =] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right); x \in] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أ - أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب - بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم فسرها للنتيجة بيانياً.

ج - بين أنه من أجل كل x من $] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات

الدالة f .

(3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm).

(4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x) = f(-1-x)$.

أ - بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $] -\infty; -1[\cup] 0; +\infty[$.

ب - عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة) ثم شكل جدول تغيراتها.

ج - بين أن (C_h) منحنى الدالة h و المنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x = -\frac{1}{2}$.

(5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.

(متتالية عددية معرفة على (u_n) $\mathbb{N} 1$:

$$u_0 = 1 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 4 - \frac{4}{1 + u_n}$$

أ - أحسب u_1 ، u_2 .

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n \leq 3$.

ب : n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي (v_n) (2) نعتبر $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .