

Aquí se publicaran problemas de ADE a medida que los alumnos los vayan pidiendo.

v.1.0 29 de Octubre del 2012

1º) Haz la factorización LU del siguiente sistema, y resuélvelo utilizando la factorización

Ejercicio 1

$$x+y+z=3$$

$$2x+3y+z=4$$

$$3x+3y+z=5$$

Ejercicio 2

$$x+z=0$$

$$x+y+z=0$$

$$x+2y+4z=3$$

Haz la derivada de la siguiente función de 1 variable (soluciones al final de la hoja)

Ejercicio 3 $f(x) = x^3 \ln(\sin^2 x)$

Ejercicio 4 $f(x) = \frac{\ln(x^2) \sin(x)}{x^3}$

Ejercicio 5 Haz la derivada de la siguiente función

$$f(x) = \ln(x^2) \sin(\cos^2(x^3 e^x))$$

Ejercicio 6 Haz las derivadas parciales primeras y segundas de la función de 3 variables.

$$f(x, y, z) = x^3 e^z + \ln(x) \sin(y)$$

Ejercicio 7:

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

a) Representa el mismo en forma matricial y resuélvelo por Gauss Jordan.

b) Representa el sistema por filas, (rectas) y destaca la solución del sistema y como se interpreta.

c) Representa el sistema por columnas y destaca la solución del sistema y como se interpreta.

$$2x + 3y = 1$$

Ejercicio 7.1 $4x + 6y = 2$

$$3x + 2y = 1$$

Ejercicio 7.2 $x + 4y = -3$

$$2x - y = 0$$

Ejercicio 7.3 $-4x + 2y = 1$

Ejercicio 8

Discute este sistema de ecuaciones lineales, según los valores de los parámetros: “a” y “b”

Ejercicio 8.1
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 1 \\ 0 & a & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & b & | & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 8.2
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 1 \\ 0 & a & a & | & b \\ 0 & 0 & 0 & | & a \end{pmatrix}$$

Ejercicio 8.3
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & a & | & b \end{pmatrix}$$

Ejercicio 9 Haz las derivadas de 1º orden de las siguientes funciones de 2 variables

Ejercicio 9.1 $f(x, y) = \text{sen}(\ln(x^2y))$

Ejercicio 9.2 $f(x, y) = \text{sen}(x^2 + \ln(y))$

Ejercicio 10 Haz las derivadas de 1º orden y de 2º orden de las siguientes funciones de 2 ó 3 variables

Ejercicio 10.1 $f(x, y) = \text{sen}(x)\ln(y)$

Ejercicio 10.2 $f(x, y, z) = x^2y + z^3 - y^2z^2$

Ejercicio 10.3 $f(x, y, z) = \ln(x)y + z^4 - xy$

Integrales

11.1 Calcula el área encerrada entre las curvas

$$f(x) = x^2 \text{ y } g(x) = 1$$

11.2 Calcula el área encerrada entre estas dos rectas y el eje 0x

$$f(x) = x + 1 \text{ y } g(x) = -x + 1$$

11.3 Calcular el área encerrada entre estas dos curvas

$$f(x) = x^2 \text{ y } g(x) = -x^2 + 2$$

11.4 Calcula el área encerrada entre la recta y la curva

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ y } g(x) = x + 1$$

12 Áreas y volúmenes de revolución

12.1) Calcula el área encerrada entre esta curva $f(x) = x^2$ y esta recta

$$g(x) = -x$$

12.2) Calcula el área encerrada entre la curva $f(x) = x^2 + 3$ y $g(x) = x + 3$

12.3) Calcula el volumen que generaría la curva $f(x) = x^2$ entre 0 y 10 cm
Y cual sería la altura que tendría que tener la copa para que fuera la mitad.

12.4) Generamos un cono como volumen de revolución de la curva $f(x) = \frac{1}{2}x$ cual
tendrá que ser la altura del cono para que el volumen de sea de 1000 cm^3

Soluciones (Si detectais algún error decirlo)

Ejercicio 1

$$x+y+z=3$$

$$2x+3y+z=4$$

$$3x+3y+z=5$$

Solución: $x=0$, $y=1$, $z=2$

Ejercicio 2

$$x+z=0$$

$$x+y+z=0$$

$$x+2y+4z=3$$

Solución: $x=-1, y=0, z=1$

Ejercicio 3 $f(x) = x^3 \ln(\operatorname{sen}^2 x)$

Solución: $f'(x) = 3x^2 \ln(\operatorname{sen}^2(x)) + x^3 \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x)} 2\operatorname{sen}(x)\cos(x)$

Ejercicio 4 $f(x) = \frac{\ln(x^2)\operatorname{sen}(x)}{x^3}$

Solución $f'(x) = \frac{(\frac{1}{x^2} 2x\operatorname{sen}(x) + \ln(x^2)\cos(x))x^3 - \ln(x^2)\operatorname{sen}(x)3x^2}{x^6}$

11.1 Calcula el área encerrada entre las curvas

$$f(x) = x^2 \text{ y } g(x) = 1$$

Solución: $\frac{2}{3}$

11.2 Calcula el área encerrada entre estas dos rectas y el eje 0x

$$f(x) = x + 1 \text{ y } g(x) = -x + 1$$

Solución: 1

Es un triángulo, no hay que restar una menos la otra.

Será la integral entre -1 y 0 de $x+1$, y la integral entre 0 y 1 de $-x+1$

11.3 Calcular el área encerrada entre estas dos curvas

$$f(x) = x^2 \text{ y } g(x) = -x^2 + 2$$

Solución: $\frac{8}{3}$

11.4 Calcula el área encerrada entre la recta y la curva

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ y } g(x) = x + 1$$

Solución: $\frac{1}{6}$

Para el 2º Parcial

1º) Ecuaciones diferenciales

1º Problema de Población

1º A) Empezamos con una población de conejos de 100 conejos
Sabemos que a los 2 meses tenemos 120 conejos

Con esa proporción de crecimiento, utilizando ecuaciones diferenciales, cuantos conejos esperamos tener en 12 meses.

1º B) Tenemos una población de infectados por el Colera en Haití
Datos de la OMS

http://new.paho.org/hq/index.php?option=com_content&task=view&id=4500&Itemid=3527&lang=es

El 1 de Noviembre había 4700 casos

El 3 de Noviembre había 6700 casos

para el 30 de Noviembre cuantos casos se esperan. (30 días)

Para el 30 de Diciembre cuantos caso se esperan (60 días)

2º Problema de movimiento.

2.a) Nos subimos al Empire State 380 metros de altura, y desde allí tiramos una pelota hacia arriba a una velocidad de 20 m/s, que por la acción de la gravedad caerá al suelo en la 5th Avenue. A qué velocidad impactará contra el suelo.

2º B) Problema de movimiento.

Tomamos una piedra, la tiramos hacia arriba a una velocidad de 20 m/s .

¿Hasta donde llegará la piedra de alto? ¿Cuanto tiempo tardará en llegar hasta lo más alto?

¿Cuanto tiempo tardará en llegar de nuevo al suelo?

¿Tarda más en subir o en bajar? ¿Que piensas que tardará más, subir o bajar, antes de hacer el ejercicio?

2º C) Nos subimos a un puente que dista del suelo 300 metros, y desde allí lanzamos una piedra, tirándola hacia abajo con una velocidad de -10 m/s. ¿Cuanto tardará en llegar al suelo?

3º Áreas o volúmenes

3º A) Sean las funciones $f(x) = x^2$, y $g(x) = -x^2 + 2$, calcular el área encerradas entre las dos curvas.

3º B) Calcula el volumen que se generará al girar estas dos curvas $f(x) = \sqrt{x}$, y

$$g(x) = x^2 \quad \text{En el 1º Cuadrante.}$$

Métodos numéricos

5) Calcula el área de la función $f(x) = x^3 + 1$, entre (0,1) por los siguientes métodos.

Método de la mediana: Haz dos pasos (es decir 1º con un intervalo, y después con dos intervalos)

Método de los trapecios: Haz dos pasos (es decir 1º con un intervalo, y después con dos intervalos)

EJERCICIOS QUE SALIERON EN EL 2º Parcial del año pasado

1 Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

a) Resuélvelo por Gaus Jordan

b) Representa el mismo en forma matricial. Como producto de matrices

c) Representa el sistema por filas, (rectas) y destaca la solución del sistema y como se interpreta.

d) Representa el sistema por columnas, destaca la solución del sistema y como se

$$2x - y = 4$$

interpreta. $-2x + y = -4$

2 Discute este sistema de ecuaciones lineales, según los valores de los parámetros: “a” y”

$$b'' \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & a & a & | & a \\ 0 & b & 0 & | & b \end{pmatrix}$$

3 Haz la factorización LU del siguiente sistema, y resuélvelo utilizando la factorización

$$x + y + z = 6$$

$$-x - 2y + z = -6$$

$$x + 2y + 2z = 9$$

5 **Métodos numéricos.** Sea la función $f(x) = e^x - 3$

a) Calcula cuatro pasos del método de Bisección comenzando por el intervalo (0,2)

b) Calcula cuatro pasos del método de Newton comenzando por el punto $x=2$

7 Calcula el volumen de una copa de sidra generado por la curva $f(x) = x^3$ sobre el eje OX. Entre los puntos 0 y 1.

Ahora calcula hasta donde hay que llenar la copa para que tenga la mitad del liquido.

1º) Haz el ajuste **lineal** de los siguientes datos que hemos obtenido de un experimento (0,2) (1,4) (2,10) (3,20), y haz una estimación de lo que esperamos que valga y, cuando $x=10$

3º) Queremos calcular por métodos numéricos el área de la función $f(x) = -x^2 + 1$, en el intervalo $[0,1]$

1º Hazlo por el método del rectángulo, con 1 intervalo, y con dos intervalos

2º Hazlo por el método del punto medio, con 1 intervalo, y con dos intervalos

3º Hazlo por el método del trapecio, con 1 intervalo, y con dos intervalos

5º) Discute el siguiente sistema según los valores de los parámetros a y b.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ a & a & a & a \\ a & 0 & a & b \end{array} \right)$$

1º) Haz un ajuste lineal de los siguientes datos que hemos obtenido de un experimento (0,2) (1,4) (2,6) (3,9), y haz una estimación de lo que esperamos que valga y, cuando $x=10$

Nota los pares son de la forma (x,y)

2º) Hacer mediante ecuaciones diferenciales

Tenemos 1000 euros (año 0) depositados en el banco, al año 1 tenemos 1012 euros, cuantos euros tendremos en el año 10.

3º) Queremos calcular por métodos numéricos el área de la función $f(x) = x^2$, en el intervalo $[0,2]$

1º Hazlo por el método del rectángulo, con 1 intervalo, y con dos intervalos

2º Hazlo por el método del punto medio, con 1 intervalo, y con dos intervalos

3º Hazlo por el método del trapecio, con 1 intervalo, y con dos intervalos

4º) Calcula el área encerrada entre las curvas $f(x) = -x + 1$ y la curva $g(x) = -x^2 + 1$

5º) Discute el siguiente sistema según los valores de los parámetros a y b.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & b & 1 \\ 0 & a & a & a \end{array} \right)$$

6º) Deriva la siguiente función de 1 variable $f(x) = e^{\sin(x^2 \ln x^3)}$

1º Resuelve mediante ecuaciones diferenciales

Estamos sobre la luna (gravedad de -1,62) y a una nave que esta sobre la luna se le cayó una llave inglesa. Nosotros queremos devolverla, la lanzamos hacia arriba a 100 m/s, cuál sería la altura máxima que alcanzará la llave inglesa.

2º Ajuste lineal

Estamos haciendo un experimento controlando la cantidad de tiempo que gotea un grifo y la cantidad de litros que recogemos. 1 hora 2 litros, 2 horas 5 litros, 3 horas 7 litros, 4 horas 10 litros.

Haz un ajuste lineal, y dinos cuantos litros podemos esperar a las 10 horas.

3º Volúmenes de revolución

Vamos a calcular el volumen de la copa generada por la función $f(x) = 2x^2$ al girar sobre el eje OX entre 0 y 10 cm.

Queremos calcular su volumen, y después queremos saber hasta donde tendríamos que llenarla, para que solamente estuviera llena a la mitad de su volumen.

4º Métodos numéricos:

Sea la función $f(x) = x^3 - 2$

Por el método de bisección, haz 4 pasos, siendo el primero el intervalo [0,2], y por el método de Newton, también haz 4 pasos, siendo el primer punto el $x_0 = 2$

5º Areas

Calcula el área encerrada entre las curvas $f(x) = x^2$ y $g(x) = 1$

Nota: Primero dibuja y después calcula.

6º Discutir el sistema

Según los parámetros
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 & a \\ 0 & b & 0 & 1 \end{array} \right)$$

1º) Problema de Ecuaciones diferenciales

Acabamos de hacer una tarta que se encuentra a 100° , para enfriarla la metemos en un frigorífico a 0° . A los 10 minutos la tarta ya se encuentra a 50° , cuanto tiempo debera de pasar para que la tarta se encuentra a 10° .

2º) Ajuste Exponencial

En un estudio experimental con un nuevo virus muy contagioso, tenemos los siguientes datos.

En el día 1 tenemos 2 infectados, en el día 2 tenemos 5 infectados, el día 3 tenemos 10 infectados, y en e 4º día tenemos 20 infectados.

Haz un ajuste exponencial, y dinos cuántos infectados podemos esperar en el día 10.

3º Volúmenes de revolución:

Calcula el volumen de revolución que queda al girar estas dos curvas sobre el eje OX.

$$f(x) = x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = 1$$

4º Métodos numéricos:

Sea la función $f(x) = x^3 - 2$

Por el método de bisección, haz 4 pasos, siendo el primero el intervalo $[0,2]$, y por el método de Newton, también haz 4 pasos, siendo el primer punto el $x_0 = 2$

5º Discutir el sistema

Según los parámetros
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 & a \\ 0 & b & 0 & 1 \end{array} \right)$$