BÀI 3. CỰC TRỊ HÀM SỐ

[redacted]

1.Điểm cực đại, cực tiểu : Hàm số f liên tục trên $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó :

Nếu $f'(x_0)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0

Nếu $f'(x_0)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0

2.Lệnh Casio tính đạo hàm qy

[redacted]

VD1-[Thi thử chuyên KHTN –HN lần 2 năm 2017]

Cho hàm số $y=(x-5)\sqrt[3]{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

D. Hàm số không có cực tiểu

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

◎ Để kiểm tra đáp án **A** ta tính đạo hàm của y tại $x=1$ (tiếp tục màn hình Casio đang dùng)

!o1=

$$\frac{d}{dx}\left((X-5)\sqrt[3]{X^2}\right)\Big|_{X=1}$$

$$-1.666666667$$

Ta thấy đạo hàm $y'(1)\neq 0$ vậy đáp số **A** sai

◎ Tương tự với đáp án **B** (tiếp tục màn hình Casio đang dùng)

!!o2=

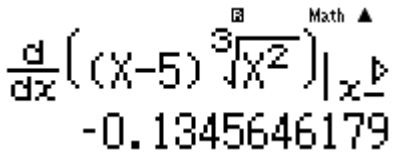
$$\frac{d}{dx}\left((X-5)\sqrt[3]{X^2}\right)\Big|_{X=2}$$

$$0$$

Ta thấy $y'(2)=0$. Đây là điều kiện cần để $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số y

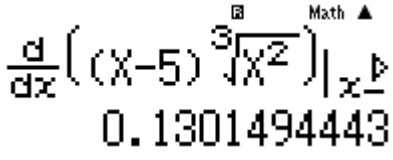
Kiểm tra $y'(2-0.1)=-0.1345...<0$

!!p0.1=



Kiểm tra $y'(2+0.1)=0.1301...>0$

!!oooo+0.1=



Tóm lại $f'(2)=0$ và dấu của y' đổi từ $-$ sang $+$ vậy hàm số y đạt cực tiểu tại $x=2$

$\Rightarrow$ Đáp án **B** là chính xác

❖ **<u>Cách tham khảo</u> : Tự luận**

- Tính đạo hàm : $y'=\sqrt[3]{x^2}+(x-5).\frac{2}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=\frac{3x+2(x-5)}{3\sqrt[3]{x}}=\frac{5(x-2)}{3\sqrt[3]{x}}$
- Ta có $y'=0\Leftrightarrow 5(x-2)=0\Leftrightarrow x=0$
- $y'>0\Leftrightarrow \frac{5(x-2)}{3\sqrt[3]{x}}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-2>0\\x>0\end{cases}\\\begin{cases}x-2<0\\x<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$

  $y'<0\Leftrightarrow 0<x<2$

  Vậy $y'(2)=0$ và y' đổi dấu từ âm sang dương qua điểm $x=2$

❖ **<u>Bình luận</u> :**

- Trong các bài toán tính đạo hàm phức tạp thì cách Casio càng tỏ ra có hiệu quả vì tránh được nhầm lẫn khi tính đạo hàm và xét dấu của đạo hàm.

<u>VD2</u>-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017]

Với giá trị nguyên nào của k thì hàm số $y=kx^4+(4k-5)x^2+2017$ có 3 cực trị

A. $k=1$ **B.** $k=2$ **C.** $k=3$ **D.** $k=4$

GIẢI

❖ **<u>Cách 1</u> : CASIO**

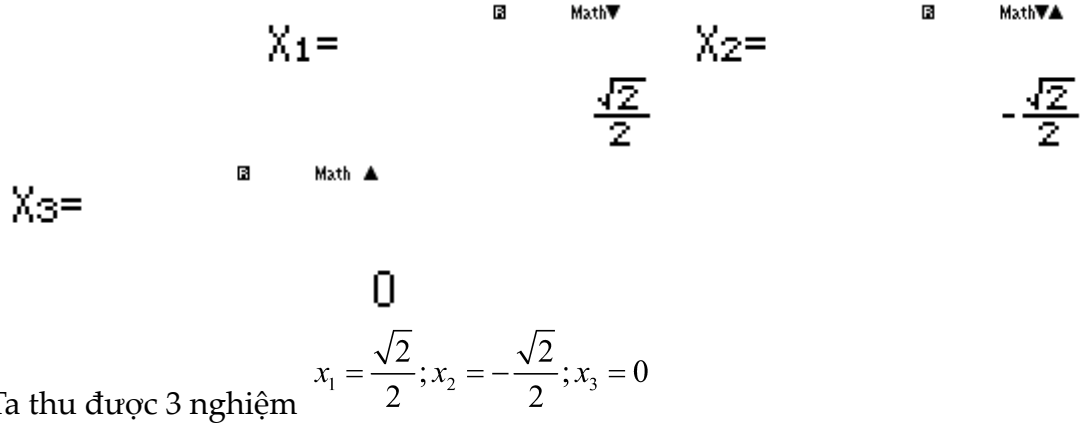
◎ Tính đạo hàm $y'=4kx^3+2(4k-5)x$

Ta hiểu : Để hàm số y có 3 cực trị thì $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt (khi đó đương nhiên sẽ không có nghiệm kép nào)

Ta chỉ cần giải phương trình bậc 3 : $4kx^3+2(4k-5)x=0$ với $a=4k,b=0,c=8k-10,d=0$. Để làm việc này ta sử dụng máy tính Casio với chức năng giải phương trình bậc 3 : MODE 5

- Thử đáp án A với $k=1$

w544=0=8p10=0==



Ta thu được 3 nghiệm $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2};x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2};x_3=0$

$\Rightarrow$ Đáp án **A** là chính xác

❖ **<u>Cách tham khảo</u> : Tự luận**

- Tính đạo hàm $y'=4kx^3+2(4k-5)x$
- Ta hiểu : Để hàm y có 3 cực trị thì $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt (khi đó đương nhiên sẽ không có nghiệm kép nào)
- $$y'=0\Leftrightarrow 4kx^3+2(4k-5)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\4kx^2-(10-8k)=0\ \ (2)\end{array}\right.$$

  Để $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

  $\Leftrightarrow x^2=\frac{18-8k}{4k}>0\Leftrightarrow 0<k<2$

  Vậy $k=1$ thỏa mãn

❖ **<u>Bình luận</u> :**

- Đạo hàm là phương trình bậc 3 có dạng $ax^3+bx^2+cx+d=0\ (a\neq 0)$ nếu có 3 nghiệm thì sẽ tách được thành $a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$ nên vế trái luôn đổi dấu qua các nghiệm. $\Rightarrow$ Có 3 cực trị

  Tuy nhiên nếu đạo hàm là phương trình bậc 3 chỉ có 2 nghiệm thì sẽ tách thành $a(x-x_1)(x-x_2)^2=0$ và sẽ có 1 nghiệm kép. $\Rightarrow$ có 1 cực trị

  Mở rộng thêm : nếu đạo hàm là 1 phương trình bậc 3 có 1 nghiệm thì chỉ đổi dấu 1 lần $\Rightarrow$ có 1 cực trị

<u>VD3</u>-[Thi thử THPT Kim Liên – Hà Nội lần 1 năm 2017]

Số điểm cực trị của hàm số $y=|x|^3-4x^2+3$ bằng :

A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

GIẢI

❖ **<u>Cách 1</u> : T. CASIO**

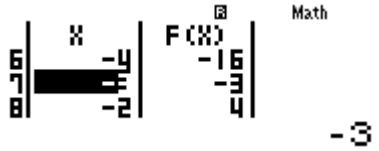
◎ Tính đạo hàm chứa dấu giá trị tuyệt đối

$$\left(|x|^3\right)'=\left[\left(\sqrt{x^2}\right)^3\right]'=\left[\left(x^2\right)^{\frac{3}{2}}\right]'=\frac{3}{2}\left(x^2\right)^{\frac{1}{2}}.2x=3x|x|$$

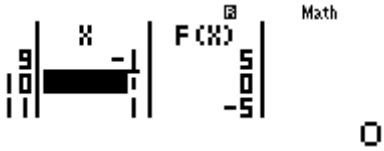
Vậy $y'=\left(|x|^3-4x^2+3\right)'=3x|x|-8x$

◎ Số điểm cực trị tương ứng với số nghiệm của phương trình $y'=0$. Ta sử dụng chức năng MODE 7 để dò nghiệm và sự đổi dấu của y' qua nghiệm.

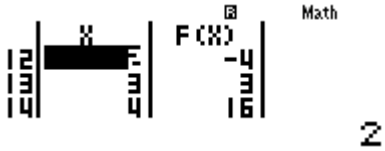
w73Q)qcQ)$p8Q)==p9=10=1=



-3



0



2

Ta thấy y' đổi dấu 3 lần $\Rightarrow$ Có 3 cực trị

$\Rightarrow$ Đáp án **C** là chính xác

<u>VD4</u>-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Tìm tất các các giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2+5$ đạt cực đại tại $x=1$

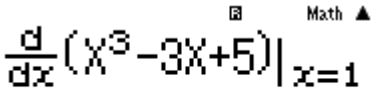
A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$ **B.** $m=2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=0$

GIẢI

❖ **<u>Cách 1</u> : CASIO**

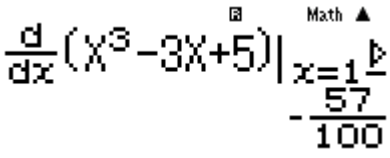
◎ Kiểm tra khi $m=0$ thì hàm số có đạt cực đại tại $x=1$ không.

qyQ)^3$p3Q)+5$1=

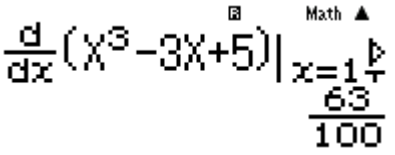


0

!!p0.1=



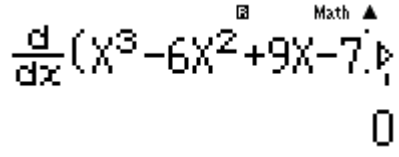
!!oooo+0.1=



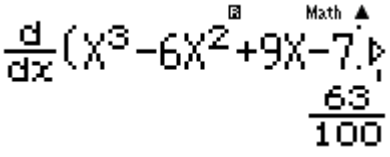
Vậy y' đổi dấu từ âm sang dương qua giá trị $x=1 \Rightarrow m=0$ loại $\Rightarrow$ Đáp án **A** hoặc **D** sai

- Tương tự kiểm tra khi $m=2$

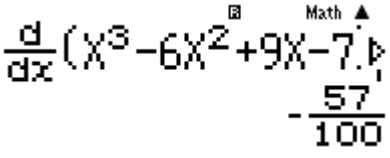
qyQ)^3$p6Q)d+9Q)p7$1=



!!p0.1=



!!!!!o+=



Ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow$ hàm y đạt cực đại tại $x=1 \Rightarrow$ Đáp án **B** chính xác

❖ **<u>Cách tham khảo</u> : Tự luận**

- Tính đạo hàm : $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$
- Ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \end{array}\right.$

Điều kiện cần : $x=1$ là nghiệm của phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=1 \\ m+1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$

- Thử lại với $m=2$ khi đó $y'=3x^2-12x+9$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

$y'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<1 \end{array}\right.$ và $y'<0 \Leftrightarrow 1<x<3$

Vậy y' đổi dấu từ dương sang âm qua điểm $x=1 \Rightarrow$ Hàm y đạt cực đại tại $x=1$

❖ **<u>Bình luận</u> :**

- Việc chọn giá trị m một cách khéo léo sẽ giúp chúng ta rút ngắn quá trình chọn để tìm đáp án đúng.

VD5-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Cho hàm số $y=a\sin x+b\cos x+x\ \ (0<x<2\pi)$ đạt cực đại tại các điểm $x=\dfrac{\pi}{3}$ và $x=\pi$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b\sqrt{3}$

A. $T=2\sqrt{3}$ **B.** $T=3\sqrt{3}+1$ **C.** $T=2$ **D.** $T=4$

GIẢI

❖ **Cách 1 : T. CASIO**

◎ Tính đạo hàm $y'=\left(a\sin x+b\cos x+x\right)'=a\cos x-b\sin x+1$

Hàm số đạt cực trị tại $x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow a\cos\dfrac{\pi}{3}-b\sin\dfrac{\pi}{3}+1=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}a-\dfrac{\sqrt{3}}{2}b+1=0$ (1)

Hàm số đạt cực trị tại $x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow a\cos\pi-b\sin\pi+1=0\Leftrightarrow -a-0b+1=0$ (2)

Từ (2) ta có $a=1$. Thế vào (1) $\Rightarrow$ $b=\sqrt{3}$

Vậy $T=a+b\sqrt{3}=4$ $\Rightarrow$ Đáp án **D** là chính xác

VD6-[Thi thử chuyên Hạ Long – Quảng Ninh lần 1 năm 2017]

Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x$

A. $2x+3y+9=0$ **B.** $2x+3y-6=0$ **C.** $2x-3y+9=0$ **D.** $-2x+3y+6=0$

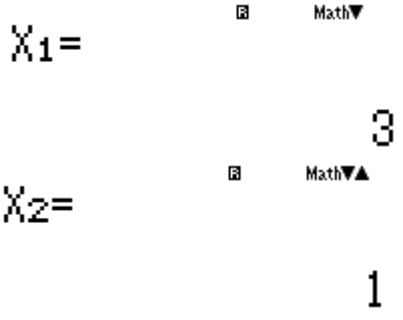
GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

◎ Gọi 2 điểm cực trị của đồ thị là $A\left(x_1;y_1\right),B\left(x_2;y_2\right)$. Ta không quan tâm đâu là điểm cực đại, đâu là điểm cực tiểu. Chúng ta chỉ cần biết đường thẳng cần tìm sẽ đi qua 2 điểm cực trị trên.

$x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y'=0$. Để tìm 2 nghiệm này ta sử dụng chức năng giải phương trình bậc 2 MODE

w531=p4=3==



Ta tìm được $x_1 = 3; x_2 = 1$

- Để tìm $y_1; y_2$ ta sử dụng chức năng gán giá trị CALC

a1R3$Q)^3$p2Q)d+3Q)r3=

$\frac{1}{3}X^3 - 2X^2 + 3X$

0

Khi $x = 3$ thì $y = 0$ vậy $A(3;0)$

r1=

$\frac{1}{3}X^3 - 2X^2 + 3X$

$\frac{4}{3}$

Khi $x = 1$ thì $y = \frac{4}{3}$ vậy $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$

Ta thấy đường thẳng $2x + 3y - 6 = 0$ đi qua A và B $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **B**

❖ **<u>Cách tham khảo</u> : Tự luận**

- Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là phần dư của phép chia y cho y'
- Tính $y' = x^2 - 4x + 3$

Thực hiện phép chia được : $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x = \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)\left(x^2 - 4x + 3\right) - \frac{2}{3}x - 2$

Vậy phương trình cần tìm có dạng $y = -\frac{2}{3}x + 2 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$

❖ **<u>Bình luận</u> :**

- Cách Casio có vẻ hơi dài hơn nhưng lại có ưu điểm tránh phải thực hiện phép chia y cho y' .

<u>Bài 1</u>-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ đạt cực tiểu tại :

A. $x = -1$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = 0$ **D.** $x = -2$

<u>Bài 2</u>-[Thi thử THPT Yên Thế – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Giá trị của m để hàm số $y = -x^3 - 2x^2 + mx + 2m$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ là :

A. $m < -1$ **B.** $m \neq -1$ **C.** $m = -1$ **D.** $m > -1$

<u>Bài 3</u>-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

A. 4 **B.** 1 **C.** 0 **D.** -1

Bài 4-[Thi HK1 THPT Chu Văn An – Hà Nội năm 2017]

Đồ thị hàm số $y=e^{x}\left(x^{2}-3x-5\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Bài 5-[Thi HK1 THPT Việt Đức – Hà Nội năm 2017]

Hàm số $y=|x|^{3}-x^{2}+4$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Bài 6-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)^{2}\left(2x+3\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là :

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Bài 7-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017]

Cho hàm số $y=\left(x-1\right)\left(x+2\right)^{2}$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây.

Bài 8-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^{3}-3x^{2}+mx$ có 2 điểm cực trị trái dấu .

A. $m<0$ **B.** $0<m<3$ **C.** $m<3$ **D.** Không có m thỏa

Bài 9-[Thi HK1 THPT Chu Văn An – Hà Nội năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^{4}+\left(m-1\right)x^{2}+2$ có đúng 1 cực đại và không có cực tiểu

A. $m<1$ **B.** $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m>1\end{array}\right.$ **C.** $m<0$ **D.** $m\ge 1$

Bài 10-[Thi thử chuyên KHTN –HN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất cả các tham số m để đồ thị hàm số $y=x^{3}+x^{2}+mx-m-2$ có 2 cực trị nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau với bờ là trục hoành

A. $\left(-\infty;0\right)$ **B.** $\left(-\infty;-1\right)\backslash\left\{-5\right\}$ **C.** $\left(-\infty;0\right]$ **D.** $\left(-\infty;1\right)\backslash\left\{-5\right\}$

[redacted]

Bài 1-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

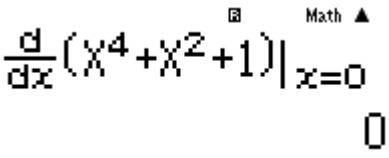
Hàm số $y=x^{4}+x^{2}+1$ đạt cực tiểu tại :

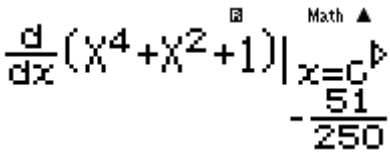
A. $x=-1$ **B.** $x=1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=-2$

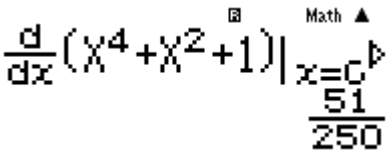
GIẢI

- Ngoài cách thử lần lượt từng đáp án để lấy kết quả. Nếu ta áp dụng một chút tư duy thì phép thử sẽ diễn ra nhanh hơn. Đồ thị hàm bậc 4 đối xứng nhau qua trục tung. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì sẽ đạt cực tiểu tại $x=1$. $\Rightarrow$ Đáp án A và B loại vì ta chỉ được chọn 1 đáp án.
- Thử với $x=0$

qyQ)^4$+Q)d+1$0=!!p0.1=!!!!o+=







Ta thấy $f'(0)=0$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow$ $x=-1$ là cực tiểu $\Rightarrow$ Đáp án **C** chính xác

<u>Bài 2</u>-[Thi thử THPT Yên Thế – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

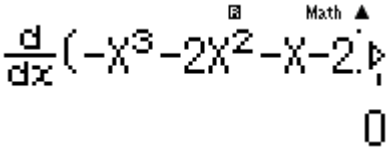
Giá trị của m để hàm số $y=-x^3-2x^2+mx+2m$ đạt cực tiểu tại $x=-1$ là :

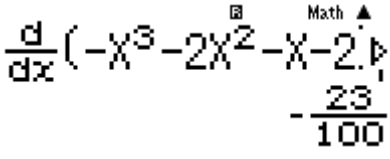
A. $m<-1$ **B.** $m\neq -1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m>-1$

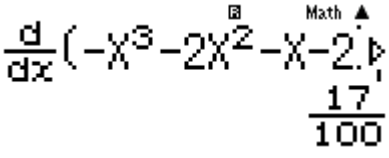
GIẢI

- Thử đáp án, ưu tiên thử giá trị xác định trước. Với đáp án C khi $m=-1$ $\Rightarrow y=-x^3-2x^2-x-2$

qypQ)^3$p2Q)dpQ)p2$p1=!!p0.1=!!!!o+=







Ta thấy $f'(-1)=0$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow$ $x=-1$ là cực tiểu $\Rightarrow$ Đáp án **C** chính xác

Bài 3-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$

A. 4 **B.** 1 **C.** 0 **D.** -1

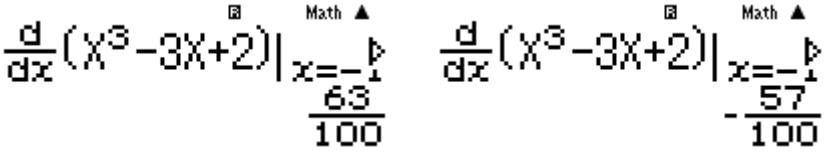
GIẢI

- Tính $y'=3x^2-3$. Tìm điểm cực đại của hàm số là nghiệm phương trình $y'=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

- Khảo sát sự đổi dấu qua điểm cực trị $x=-1$ bằng cách tính $f'(-1-0.1)$ và $f'(-1+0.1)$

qypQ)^3$p2Q)dpQ)p2$p1=!!p0.1=!!!!o+=



Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow$ $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số

- Giá trị cực đại $f(-1)=(-1)^3-3(-1)+2=4$ $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **A** chính xác

Bài 4-[Thi HK1 THPT Chu Văn An – Hà Nội năm 2017]

Đồ thị hàm số $y=e^x\left(x^2-3x-5\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

GIẢI

- Tính $y'=e^x\left(x^2-3x-5\right)+e^x(2x-3)$

- Dùng MODE 7 để tìm điểm cực trị và khảo sát sự đổi dấu qua điểm cực trị

w7QK^Q)$(Q)dp3Q)p5)+QK^Q)$(2Q)p3)==p9=10=1=



Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần $\Rightarrow$ Hàm số có hai điểm cực trị

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **A** chính xác

Bài 5-[Thi HK1 THPT Việt Đức – Hà Nội năm 2017]

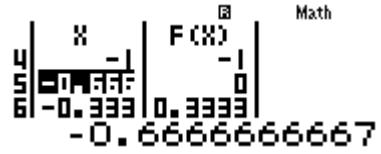
Hàm số $y=|x|^3-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

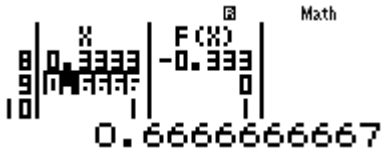
GIẢI

- Tính $y'=3x|x|-2x$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\frac{2}{3}\end{array}\right.$. Dùng MODE 7 với thiết lập sao cho x chạy qua 3 giá trị này ta sẽ khảo sát được sự đổi dấu của y'

w73Q)qcQ)$p2Q)=po=p2=2=1P3=







Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **C** chính xác

<u>Bài 6</u>-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(2x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là :

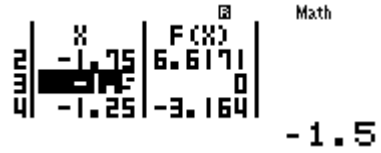
A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

GIẢI

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

- Tính . Dùng MODE 7 với thiết lập sao cho x chạy qua 3 giá trị này ta sẽ khảo sát được sự đổi dấu của y'

w7Q)(Q)p1)d(2Q)+3)==p2=1.5=0.25=





Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **A** chính xác

Chú ý : Nếu quan sát tinh tế thì ta thấy ngay $(x-1)^2$ là lũy thừa bậc chẵn nên y' không đổi dấu qua $x=1$ mà chỉ đổi dấu qua hai lũy thừa bậc lẻ x (hiểu là x^1) và $2x+3$ (hiểu là $(2x+3)^1$)

Bài 7-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017]

Cho hàm số $y=(x-1)(x+2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây.

A. $2x-y-4=0$ **B.** $2x-y+4=0$ **C.** $2x+y+4=0$ **D.** $2x+y-4=0$

GIẢI

- Hàm số có dạng $y=(x-1)(x+2)^2 \Leftrightarrow y=x^3+3x^2-4$ Có đạo hàm $y'=3x^2+6x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=4 \end{array}\right.$$

- Vậy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $M(-2;0), N(0;4)$. Trung điểm của hai điểm cực trị này là $I(-1;2)$. Điểm này thuộc đường thẳng $2x+y+4=0$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

Bài 8-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ có 2 điểm cực trị trái dấu .

A. $m<0$ **B.** $0<m<3$ **C.** $m<3$ **D.** Không có m thỏa

GIẢI

- Tính $y'=3x^2-6x+m$. Để hàm số có 2 điểm cực trị trái dấu thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Rightarrow$ Tích hai nghiệm là số âm $\Leftrightarrow \frac{m}{3}<0 \Leftrightarrow m<0$

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **A** chính xác

Chú ý : Nếu quên định lý Vi-et ta có thể dùng phép thử. Với đáp án A chọn $m=-5$ chẳng hạn sẽ thấy luôn $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và hai nghiệm này đổi dấu.

Bài 9-[Thi HK1 THPT Chu Văn An – Hà Nội năm 2017]

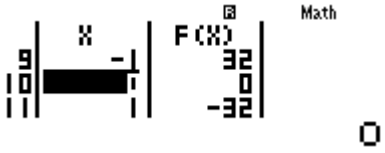
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+2$ có đúng 1 cực đại và không có cực tiểu

A. $m<1$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>1 \end{array}\right.$ **C.** $m<0$ **D.** $m\ge 1$

GIẢI

- Tính $y'=4mx^3+2(m-1)x$. Để hàm số có đúng 1 cực đại và không có cực tiểu thì $y'=0$ có đúng 1 nghiệm và $y'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua điểm đó.
- Chọn $m=-5$. Dùng MODE 7 tính nghiệm $y'=0$ và khảo sát sự đổi dấu của $y'(x)$

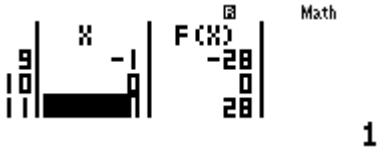
w74O(p5)Q)^3$+2(p5p1)Q)==p9=10=1=



Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 1 lần từ dương sang âm $\Rightarrow$ $m=-5$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp án đúng có thể là **A**, **B**, **C**

- Chọn $m=5$. Dùng MODE 7 tính nghiệm $y'=0$ và khảo sát sự đổi dấu của $y'(x)$

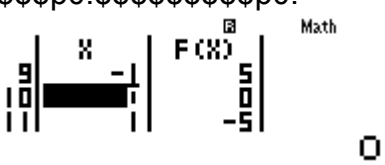
C$$$o$$$$$$$$$o=====



Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 1 lần từ âm sang dương $\Rightarrow$ $m=5$ loại $\Rightarrow$ Đáp án **B** sai

- Chọn $m=0.5$. Dùng MODE 7 tính nghiệm $y'=0$ và khảo sát sự đổi dấu của $y'(x)$

C$$$p0.$$$$$$$$$p0.=====



Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 1 lần từ dương sang âm $\Rightarrow$ $m=0.5$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp án **A** chính xác

Bài 10-[Thi thử chuyên KHTN –HN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất cả các tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+mx-m-2$ có 2 cực trị nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau với bờ là trục hoành

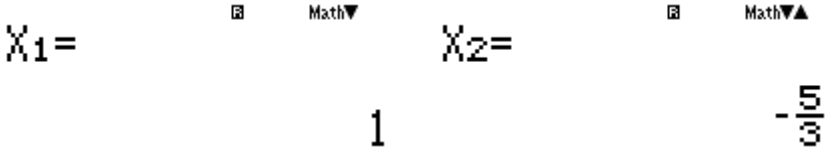
A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-\infty;-1)\setminus\{-5\}$ **C.** $(-\infty;0]$ **D.** $(-\infty;1)\setminus\{-5\}$

GIẢI

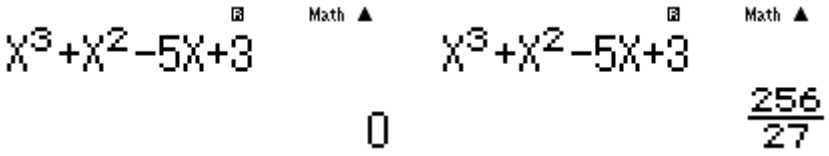
- Tính $y'=3x^2+2x+m$. Để hàm số có đúng 2 cực đại thì $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=1-3m>0\Leftrightarrow m<\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ Cả 4 đáp án đều thỏa

- Chọn $m=-5$. Hàm số có dạng $y=x^3+x^2-5x+3$. Tính hai điểm cực trị của hàm số bằng lệnh giải phương trình MODE 5

w533=2=p5===



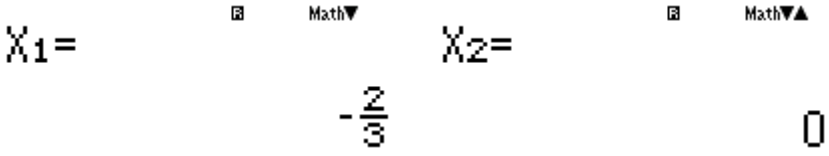
Từ đó suy ra $f(x_1)=f(1)=0; f(x_2)=f\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{256}{27}$



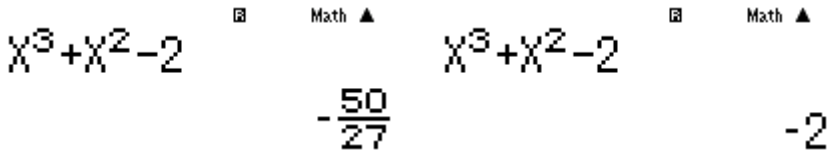
Để hai cực trị nằm về hai phía trục hoành thì $f(x_1)f(x_2)<0$. $\Rightarrow m=-5$ loại $\Rightarrow$ **B** hoặc **D** có thể đúng.

- Chọn $m=0$. Hàm số có dạng $y=x^3+x^2-2$. Tính hai điểm cực trị của hàm số bằng lệnh giải phương trình MODE 5

w533=2=0===



Từ đó suy ra $f(x_1)=f\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{50}{27}; f(x_2)=f(0)=-2$



- Để hai cực trị nằm về hai phía trục hoành thì $f(x_1)f(x_2)<0$. $\Rightarrow m=0$ loại $\Rightarrow$ **B** là đáp số chính xác.