

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN EN Z

Material elaborado por el profesor Joel Fariñez

Multiplicación de números enteros

El conjunto de los números enteros se caracteriza por tener la operación de multiplicación incluida entre las operaciones básicas que lo conforman, pero para poder multiplicar números enteros es necesario conocer la regla de multiplicación de signos la cual es muy importante. Veamos a continuación dicha regla

Regla de multiplicación de signos

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

veamos unos ejemplos de aplicación de dicha regla

$$(-7) \cdot (+4) = -28 ; \quad (+11) \cdot (-5) = -55$$

$$(-8) \cdot (-9) = +72 = 72$$

$$(+6) \cdot (+4) = +24 = 24$$

esto también aplica para multiplicaciones de más de dos números, por ejemplo.

$$(-5) \cdot (-4) \cdot (+7) = +140 \text{ aquí primero multiplicamos } (-5) \cdot (-4) = +20, \\ \text{luego ese resultado lo multiplicamos por } +7, \text{ es decir,} \\ (+20) \cdot (+7) = 20 \cdot 7 = 140$$

La multiplicación en Z tiene sus propiedades, veamos a continuación dichas propiedades.

a.) *Propiedad conmutativa*

Esta propiedad se expresa de la siguiente forma: Dados dos números enteros cualesquiera: a, b

$a \cdot b = b \cdot a$ de aquí la muy conocida frase el orden de los factores no altera el producto, veamos unos ejemplos

$$\begin{aligned}(-11) \cdot (+7) &= (+7) \cdot (-11) \\ -77 &= -77\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-99) \cdot (-10) &= (-10) \cdot (-99) \\ 990 &= 990\end{aligned}$$

b.) Propiedad asociativa

Esta propiedad se expresa de la siguiente forma: Dados tres números enteros cualesquiera: a, b, c se tiene que

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

veamos unos ejemplos de aplicación de esta propiedad

$$\begin{aligned}((-8) \cdot (+9)) \cdot (-4) &= (-8) \cdot ((+9) \cdot (-4)) \\ (-72) \cdot (-4) &= (-8) \cdot (-36) \\ +288 &= +288\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((-5) \cdot (-6)) \cdot (-9) &= (-5) \cdot ((-6) \cdot (-9)) \\ (+30) \cdot (-9) &= (-5) \cdot (+54) \\ -270 &= -270\end{aligned}$$

c.) Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición

Esta propiedad se expresa de la siguiente manera: Dados tres números enteros cualesquiera a, b, c se tiene que

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

veamos unos ejemplos de aplicación de esta propiedad

$$(-3) \cdot ((+7) + (-9)) = (-3) \cdot (+7) + (-3) \cdot (-9)$$

$(-21) + (+27) = +6 = 6$ aquí aplicamos la regla de la adición de números enteros cuando tienen diferentes signos

d.) ***Elemento Neutro***

El elemento neutro de la multiplicación en \mathbb{Z} es el 1 y verifica la propiedad de que

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ es decir que todo número multiplicado por 1 da el mismo número, por ejemplo

$$(-540) \cdot 1 = -540, \quad 1 \cdot 70 = 70$$

e.) ***Elemento absorbente***

El elemento absorbente en la multiplicación en \mathbb{Z} es el 0 y es tal que se cumple lo siguiente para cualquier número entero

$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ es decir todo número multiplicado por 0 da 0, por ejemplo

$$(-75) \cdot 0 = 0, \quad 489 \cdot 0 = 0$$

División de números enteros

La división de números enteros también se caracteriza por tener unas reglas de división de signos que exponemos a continuación

Regla de división de signos

$$+ \div + = +$$

$$+ \div - = -$$

$$- \div + = -$$

$$- \div - = +$$

veamos unos ejemplos

$$(-740) \div (+20) = +37 = 37$$

$$(+500) \div (-10) = -50$$

$$(-880) \div (-40) = +22$$

$$(+600) \div (+30) = +20$$

Ejercicios propuestos

a.) Realizar las siguientes multiplicaciones

$$(-7) \cdot (+44) =$$

$$(-10) \cdot (+11) \cdot (-8) =$$

$$(-6) \cdot (-7) \cdot (+5) \cdot (-4) =$$

b.) Aplicar la propiedad conmutativa a las siguientes multiplicaciones

$$(-10) \cdot (+7)$$

$$(+14) \cdot (-12)$$

$$(-9) \cdot (-11)$$

c.) Aplicar la propiedad asociativa en la siguiente multiplicación

$$(-10) \cdot (+11) \cdot (-8)$$

c.) Aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición y hallar el resultado de la operación

$$(-7) \cdot ((-10) + (-5))$$

$$(-5) \cdot ((-8) + (+4))$$

$$(-6) \cdot ((+4) + (-8) + (-10))$$

d.) Efectuar las siguientes divisiones de números enteros

$$(-280) \div (+14) =$$

$$(-640) \div (-32) =$$

$$(+380) \div (-60) =$$

