

1.- (prueba ordinaria) En una determinada población residen 5000 personas en el centro y 10000 en la periferia. Se sabe que el 95% de los residentes en el centro y que el 20% de los que viven en la periferia opina que el Ayuntamiento debería restringir el acceso de vehículos privados al centro urbano. Se elige al azar un residente de la población

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro de la ciudad?

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{"El ciudadano vive en el centro"}$

$B = \text{"El ciudadano está a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro"}$

Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	A	A^c	Total
B	95% de 5000 = 4750	20% de 10000 = 2000	6750
B^c	5000 - 4750 = 250	10000 - 2000 = 8000	8250
Total	5000	10000	15000

Por la regla de Laplace, $p(B) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6750}{15000} = \frac{9}{20} = 0,45 = 45\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que resida en el centro y esté a favor de la restricción de acceso?

Resolución $p(A \cap B) = \frac{4750}{15000} = \frac{19}{60} \cong 0,3167 = 31,67\%$

c) Si la persona elegida opina que debería restringir el acceso, ¿cuál es la probabilidad de que resida en el centro de la ciudad?

Resolución Se pide $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{4750}{15000}}{\frac{6750}{15000}} = \frac{4750}{6750} = \frac{19}{27} \cong 0,7037 = 70,37\%$.

2.- (prueba ordinaria) Un campus universitario dispone de 3000 plazas numeradas de aparcamiento para vehículos, distribuidas en tres zonas A, B y C. La zona A está constituida por las plazas del 1 al 1500, estando 1350 de ellas protegidas del sol. La zona B la conforman las plazas numeradas desde 1501 a 2500, estando el 80% protegidas del sol. La zona C contiene las plazas numeradas desde 2501 hasta 3000, estando solamente 250 protegidas del sol. Aleatoriamente se elige una de las plazas de aparcamiento del campus.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté en la zona A o en la B?

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{"La plaza es de la zona A"}$

$B = \text{"La plaza es de la zona B"}$

$C = \text{"La plaza es de la zona C"}$

$D = \text{"La plaza está protegida del sol"}$

Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	A	B	C	Total
D	1350	80% de 1000 = 800	250	2400
D^c	1500 - 1350 = 150	1000 - 800 = 200	500 - 250 = 250	600
Total	1500	1000	500	3000

Como un vehículo no puede estar aparcado en dos zonas distintas al mismo tiempo, A y B son incompatibles, luego $p(A \cup B) = p(A) + p(B) = \frac{1500}{3000} + \frac{1000}{3000} = \frac{2500}{3000} = \frac{5}{6} \cong 0,8333 = 83,33\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no esté protegida del sol?

Resolución Por la regla de Laplace, $p(D^c) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{600}{3000} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$

c) Si se ha elegido una plaza protegida del sol, ¿cuál es la probabilidad de que esté ubicada en la zona B?

Resolución Se pide $p(B/D) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)} = \frac{\frac{800}{3000}}{\frac{2400}{3000}} = \frac{800}{2400} = \frac{1}{3} \cong 0,3333 = 33,33\%$

3.- El 80% del alumnado de una determinada universidad accede a los estudios que marca como primera opción. De ellos el 75% termina el Grado, mientras que solo el 40% de los que acceden a estudios que no han marcado como primera opción termina el Grado. Se elige un alumno al azar de esa universidad.

a) Calcule la probabilidad de que no haya terminado el Grado.

Resolución

Sean los sucesos

A = “El alumno accede a los estudios que marca como primera opción”

B = “El alumno termina el grado”

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A ^c	Total
B	75% de 80% = 60%	40% de 20% = 8%	68%
B ^c	80% - 60% = 20%	20% - 8% = 12%	32%
Total	80%	100% - 80% = 20%	100 %

Usando la tabla de porcentajes, $p(B^c) = 32\%$

b) Calcule la probabilidad de que no accediera a los estudios marcados como primera opción, sabiendo que no ha terminado el Grado.

Resolución Usando la tabla de porcentajes,

$$p(A^c/B^c) = \frac{p(A^c \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{12\%}{32\%} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

4.- Una caja contiene 3 bolas negras, 2 blancas y 1 roja. Se realiza el siguiente experimento aleatorio: “Extraer de esa caja dos bolas al azar, una a continuación de otra sin reposición y anotar el color de las bolas en el orden en que han sido extraídas”.

a) Describa el espacio muestral asociado a este experimento aleatorio.

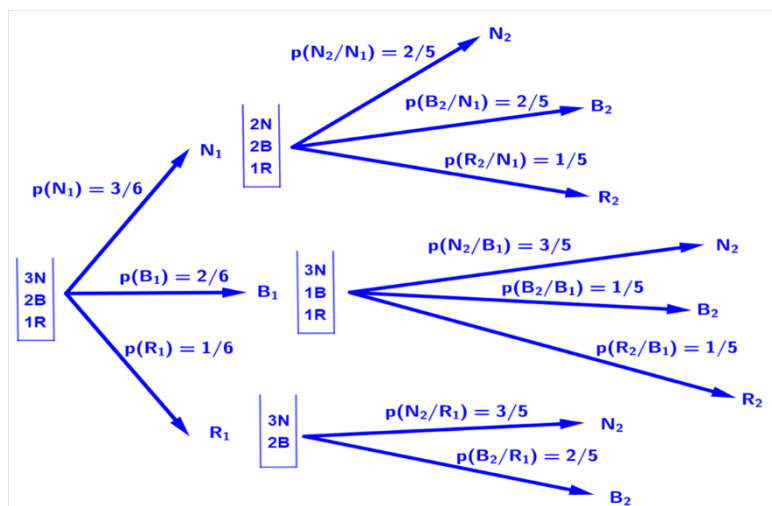
Resolución

Consideramos los sucesos

N₁ = “La 1ª bola es negra” B₁ = “La 1ª bola es blanca” R₁ = “La 1ª bola es roja”

N₂ = “La 2ª bola es negra” B₂ = “La 2ª bola es blanca” R₂ = “La 2ª bola es roja”

Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades:



El espacio muestral está formado por los sucesos elementales y es

$$E = \{ N_1N_2, N_1B_2, N_1R_2, B_1N_2, B_1B_2, B_1R_2, R_1N_2, R_1B_2 \}$$

b) Indique la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

Resolución

$$p(N_1N_2) = p(N_1 \cap N_2) = p(N_1) p(N_2/N_1) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$p(N_1B_2) = p(N_1 \cap B_2) = p(N_1) p(B_2/N_1) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$p(N_1R_2) = p(N_1 \cap R_2) = p(N_1) p(R_2/N_1) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$p(B_1N_2) = p(B_1 \cap N_2) = p(B_1) p(N_2/B_1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$p(B_1B_2) = p(B_1 \cap B_2) = p(B_1) p(B_2/B_1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

$$p(B_1R_2) = p(B_1 \cap R_2) = p(B_1) p(R_2/B_1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

$$p(R_1N_2) = p(R_1 \cap N_2) = p(R_1) p(N_2/R_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$p(R_1B_2) = p(R_1 \cap B_2) = p(R_1) p(B_2/R_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

5.- En un polideportivo municipal hay inscritos 520 usuarios de los que 220 son niños, 208 son adultos menores de 60 años y el resto adultos mayores de 60 años. De los inscritos, 1/5 de los niños, el 75% de los adultos menores de 60 años y 23 adultos mayores de 60 años utilizan las duchas normalmente.

Se elige un usuario al azar.

a) Calcule la probabilidad de que se duche en las instalaciones del polideportivo.

Resolución

Sean los sucesos N = “El usuario es niño”

A = “El usuario es adulto menor de 60 años”

$B = \text{"El usuario es adulto mayor de 60 años"} \quad D = \text{"El usuario usa las duchas normalmente"}$

Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	N	A	B	Total
D	$1/5 \text{ de } 220 = 44$	$75\% \text{ de } 208 = 156$	23	223
D^c	$220 - 44 = 176$	$208 - 156 = 52$	$92 - 23 = 69$	297
Total	220	208	$520 - 220 - 208 = 92$	520

Por la regla de Laplace, $p(D) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{223}{520} \cong 0,4288 = 42,88\%$

b) Calcule la probabilidad de que sea adulto menor de 60 años y utilice las duchas.

Resolución Se pide, $p(A \cap D) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{156}{520} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

c) Sabiendo que utiliza las duchas, halle la probabilidad de que sea un niño.

Resolución Se pide $p(N/D) = \frac{p(N \cap D)}{p(D)} = \frac{\frac{44}{520}}{\frac{223}{520}} = \frac{44}{223} \cong 0,1973 = 19,73\%$

6.- Una almazara recibe cajas de aceitunas de dos productoras, A y B, que cultivan dos variedades, picual y arbequina. El 40% proviene de la productora A, de las cuales el 60% es de la variedad picual. De las que provienen de la productora B, el 30% es de la variedad arbequina. Se elige una caja de aceitunas al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad picual?

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{"La caja de aceitunas es de la productora A"}$

$B = \text{"La caja de aceitunas es de la productora B"} \quad C = \text{"La aceituna es de la variedad picual"}$

$D = \text{"La aceituna es de la variedad arbequina"}$. Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	B	Total
C	$60\% \text{ de } 40\% = 24\%$	$60\% - 18\% = 42\%$	66%
D	$40\% - 24\% = 16\%$	$30\% \text{ de } 60\% = 18\%$	34%
Total	40%	$100\% - 40\% = 60\%$	100%

Usando la tabla de porcentajes, $p(C) = 66\%$.

b) Si se sabe que es de la variedad picual, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la productora A?

Resolución Usando la tabla de porcentajes,
 $p(A/C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{24\%}{66\%} = \frac{24}{66} = \frac{4}{11} \cong 0,3636 = 36,36\%$

c) Calcule la probabilidad de que sea de la productora A o de la variedad picual.

Resolución $p(A \cup C) = p(A) + p(C) - p(A \cap C) = 40\% + 66\% - 24\% = 82\%$

7.- Se ha realizado un referéndum en el que se ha convocado a la ciudadanía a expresar con “SÍ” o con “NO” su opinión sobre cierta cuestión. En una determinada mesa electoral hay tres urnas que contienen las siguientes papeletas: la urna A tiene 200 papeletas con “SÍ” y 300 con “NO”, la urna B, 500 “SÍ” y 400 “NO” y la urna C contiene 200 “SÍ” y 100 “NO”.

Se elige una urna al azar y de ella se extrae aleatoriamente una papeleta.

a) Calcule la probabilidad de que sea un “SÍ”.

Resolución

Sean los sucesos

A = “La papeleta se ha extraído de la urna A” B = “La papeleta se ha extraído de la urna B”

C = “La papeleta se ha extraído de la urna C” S = “En la papeleta pone SÍ”

N = “En la papeleta pone NO”. Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	A	B	C	Total
S	200	500	200	900
N	300	400	100	800
Total	500	900	300	1700

Por la regla de Laplace, $p(S) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{900}{1700} = \frac{9}{17} \cong 0,5294 = 52,94\%$

b) Si la papeleta extraída es “NO”, calcule la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.

Resolución Se pide $p(A/N) = \frac{p(A \cap N)}{p(N)} = \frac{\frac{300}{1700}}{\frac{800}{1700}} = \frac{300}{800} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$

8.- En una concentración de 250 deportistas hay 120 que juegan al fútbol, 60 que juegan al tenis y 70 que juegan al baloncesto. El 75% de los que juegan al fútbol, el 65% de los que juegan al tenis y el 60% de los que juegan al baloncesto son además aficionados al ciclismo. Se selecciona al azar uno de los deportistas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea aficionado al ciclismo?

Resolución

Sean los sucesos F = “El deportista juega al fútbol” T = “El deportista juega al tenis”

B = “El deportista juega al baloncesto” C = “El deportista es aficionado al ciclismo”

Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	F	T	B	Total
C	75% de 120 = 90	65% de 60 = 39	60% de 70 = 42	171
C ^c	120 - 90 = 30	60 - 39 = 21	70 - 42 = 28	79
Total	120	60	70	250

Por la regla de Laplace, $p(C) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{171}{250} = 0,684 = 68,4\%$

b) Si es aficionado al ciclismo, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al tenis?

Resolución Se pide $p(T/C) = \frac{p(T \cap C)}{p(C)} = \frac{\frac{39}{250}}{\frac{171}{250}} = \frac{39}{171} = \frac{13}{57} \cong 0,2281 = 22,81\%$

9.- (prueba extraordinaria) En una localidad, el 25% de los habitantes asiste periódicamente a la consulta del dentista, el 10% se hace una analítica y el 8% hace ambas cosas.

a) Razone si los sucesos “Asistir a la consulta del dentista” y “Hacerse una analítica” son independientes.

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{“Asistir a la consulta del dentista”}$ $B = \text{“Hacerse una analítica”}$

$$p(A) = 25\% = 0,25, \quad p(B) = 10\% = 0,1, \quad p(A \cap B) = 8\% = 0,08$$

Como $p(A) p(B) = 0,25 \cdot 0,1 = 0,025 \neq p(A \cap B) = 0,08 \Rightarrow A$ y B son dependientes.

b) ¿Qué porcentaje de habitantes ni se hace una analítica ni va al dentista?

Resolución

$$p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)]$$

$$p(A^c \cap B^c) = 1 - (0,25 + 0,1 - 0,08) = 0,73 = 73\%$$

c) Si elegimos un habitante al azar de esa localidad de entre los que no van al dentista, ¿cuál es la probabilidad de que se haga una analítica?

Resolución Se pide $p(B/A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(B \cap A)}{1 - p(A)} = \frac{0,1 - 0,08}{1 - 0,25} = \frac{0,02}{0,75} \cong 0,0267 = 2,67\%$

10.- (prueba extraordinaria) Un hotel dispone de tres lavadoras industriales L_1 , L_2 y L_3 para el servicio de lavandería. El 50% de los lavados los realiza L_1 , el 30% los hace L_2 y el resto L_3 .

La lavadora L_1 produce un 5% de lavados defectuosos, L_2 produce un 15% y L_3 un 20%.

Se elige al azar un lavado del hotel.

a) Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

Resolución

Sean los sucesos

$L_1 = \text{“El lavado es realizado por la lavadora } L_1\text{”}$ $L_2 = \text{“El lavado es realizado por la lavadora } L_2\text{”}$

$L_3 = \text{“El lavado es realizado por la lavadora } L_3\text{”}$ $D = \text{“El lavado es defectuoso”}$

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	L_1	L_2	L_3	Total
D	5% de 50% = 2,5%	15% de 30% = 4,5%	20% de 20% = 4%	11%
D^c	50% - 2,5% = 47,5%	30% - 4,5% = 25,5%	20% - 4% = 16%	89%
Total	50%	30%	100% - 50% - 30% = 20%	100%

Usando la tabla de porcentajes, $p(D^c) = 89\%$

b) Calcule la probabilidad de que el lavado haya sido realizado por L_1 , sabiendo que ha sido defectuoso.

Resolución Usando la tabla de porcentajes, $p(L_1/D) = \frac{p(L_1 \cap D)}{p(D)} = \frac{2,5\%}{11\%} = \frac{2,5}{11} \cong 0,2273 = 22,73\%$

11.- En un centro de enseñanza secundaria el 48% de los estudiantes son chicos. El 85% de los chicos del centro y el 82% de las chicas supera todas las asignaturas. Se elige al azar un estudiante del centro.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que supere todas las asignaturas?

Resolución

Sean los sucesos $A = \text{"El estudiante es chico"}$ $B = \text{"El estudiante supera todas las asignaturas"}$

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A^c	Total
B	85% de 48% = 40,8%	82% de 52% = 42,64%	83,44 %
B^c	48% - 40,8% = 7,2%	52% - 42,64% = 9,36%	16,56 %
Total	48%	100% - 48% = 52%	100%

Usando la tabla de porcentajes, $p(B) = 83,44\%$

b) Si ha superado todas las asignaturas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(A^c/B) = \frac{p(A^c \cap B)}{p(B)} = \frac{42,64\%}{83,44\%} = \frac{42,64}{83,44} \cong 0,511 = 51,1\%$

12.- Sean A, B, C, D, E y F sucesos de un experimento aleatorio.

a) Se sabe que $p(A) = 0,5$, $p(A \cup B) = 0,7$ y $p(A \cap B) = 0,4$. Halle la probabilidad de que ocurra B.

Resolución

Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, despejando

$$p(B) = p(A \cup B) - p(A) + p(A \cap B) = 0,7 - 0,5 + 0,4 = 0,6$$

b) Se sabe que $p(C) = 0,4$, $p(D) = 0,3$ y $p(C \cup D) = 0,5$. Halle la probabilidad de que ocurra C sabiendo que no ocurre D.

Resolución

Se pide, $p(C/D^c) = \frac{p(C \cap D^c)}{p(D^c)} = \frac{p(C) - p(C \cap D)}{1 - p(D)}$. Hallemos $p(C \cap D)$

Como $p(C \cup D) = p(C) + p(D) - p(C \cap D)$, despejando

$$p(C \cap D) = p(C) + p(D) - p(C \cup D) = 0,4 + 0,3 - 0,5 = 0,2$$

$$\text{Luego, } p(C/D^c) = \frac{0,4-0,2}{1-0,3} = \frac{0,2}{0,7} \cong 0,2857$$

c) Se sabe que los sucesos E y F son independientes, que $p(E) = 0,6$ y que $p(F) = 0,8$.
Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

Resolución

Se pide $p(E^c \cap F^c) = p(E \cup F)^c = 1 - p(E \cup F)$. Al ser independientes, $p(E \cap F) = p(E) p(F)$

$$\text{Luego, } p(E^c \cap F^c) = 1 - [p(E) + p(F) - p(E) p(F)] = 1 - (0,6 + 0,8 - 0,6 \cdot 0,8) = 0,08$$