

АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ ОПОРНИЙ КОНСТЕКТ



Послідовність, в якій кожен наступний член можна знайти, додавши до попереднього одне і те ж число d , називається арифметичною прогресією.

Якщо послідовність (a_n) є арифметичною прогресією, тоді для будь-якого натурального значення n справедлива залежність $a_{n+1} = a_n + d$



Число d називається різницею арифметичної прогресії.

Якщо відомий перший член арифметичної прогресії a_1 і різниця d , тоді можливо обчислити будь-який член арифметичної прогресії:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$$

і т.д.

n -ий член арифметичної прогресії можна отримати, якщо до першого члену прогресії додати $(n - 1)$ різниць, тобто,

$$a_n = a_1 + d(n - 1),$$

де n - порядковий номер члена прогресії, a_1 - перший член прогресії, d - різниця.

Ця рівність називається загальною формулою арифметичної прогресії.

Її використовують, щоб обчислити n -ий член арифметичної прогресії (наприклад, десятий, сотий та ін.), якщо відомі перший член послідовності і різниця.

Приклад:

Дано арифметичну прогресію (a_n) , де $a_1 = 0$ і $d = 2$.

Написати:

а) перші п'ять членів прогресії;

б) десятий член прогресії.

а. Щоб знайти наступний член прогресії, потрібно до попереднього додати різницю:

$$a_2 = a_1 + d = 0 + 2 = 2$$

$$a_3 = a_2 + d = 2 + 2 = 4$$

$$a_4 = a_3 + d = 4 + 2 = 6$$

$$a_5 = a_4 + d = 6 + 2 = 8$$

б. Використовується загальна формула $a_n = a_1 + d(n - 1)$

Якщо $n = 10$, тоді замість n до формули підставляється 10:

$$a_{10} = a_1 + 2 \cdot (10 - 1)$$

$$a_{10} = 0 + 2 \cdot 9$$

$$a_{10} = 18$$

Сума перших n членів арифметичної прогресії

Суму перших n членів арифметичної прогресії можна знайти, використовуючи формулу:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \text{ де } n - \text{число членів послідовності.}$$

Приклад:

Дано арифметичну прогресію (a_n) , де $a_1 = 0$ і $d = 2$.

Написати суму перших п'яти членів послідовності.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \text{ де } n = 5 \text{ і } a_n = a_5 = 8 \text{ (з попереднього прикладу)}$$

$$S_5 = \frac{(a_1 + a_5) \cdot 5}{2} = \frac{(0 + 8) \cdot 5}{2} = 20$$