

الفرض المحروس الثاني في مادة الرياضيات المستوى: 3 رياضي المدة: 2 سا

الجزء الاول: f دالة معرفة بـ $f(x) = x + \ln\left(\frac{x}{2x+1}\right)$ و (C_f) التمثيل البياني لها في مستوى

منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) - عين مجموعة تعريف الدالة f واحسب النهايات عند اطراف مجموعة تعريفها

(ب) - ادرس الفروع الانتهائية لـ (C_f) وبين ان المستقيم الذي معادلته $y = x - \ln 2$ مستقيم مقارب لـ

(C_f) في جوار $+\infty$ ثم ادرس وضعه النسبي مع المنحني (C_f)

(ج) - ادرس تغيرات الدالة f وانشئ جدول تغيراتها

(د) - بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $\left[1; \frac{5}{4}\right]$

(2) - لتكن الدالة g المعرفة بـ $g(x) = (2x+1)e^{-x}$

(ا) - ادرس تغيرات الدالة g وكذا الفروع الانتهائية والمستقيمات المقاربة لـ C_g

(ب) - انشئ C_g

الجزء الثاني: (1) - بين ان α حل للمعادلة $g(x) = x$

(2) - بين انه اذا كان $1 \leq x \leq \frac{5}{4}$ فان $1 \leq g(x) \leq \frac{5}{4}$

(3) - ادرس اشارة $g''(x)$ ثم استنتج تغيرات $g'(x)$ وبين انه من اجل كل $x \in \left[1; \frac{5}{4}\right]$ فان

$$|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$$

(4) (U_n) متتالية معرفة بـ $\begin{cases} \ddot{U}_0 = 1 \\ U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$ نفرض انه من اجل كل عدد طبيعي n فان

$1 \leq U_n \leq \frac{5}{4}$ بين ان $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |U_n - \alpha|$ ثم استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n فان

$$|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^{n+2}}$$

(5) - استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(6) عين عدد طبيعي p بحيث يكون U_p قيمة مقربة الى 10^{-3} الى العدد α ثم عين قيمة مقربة لـ α