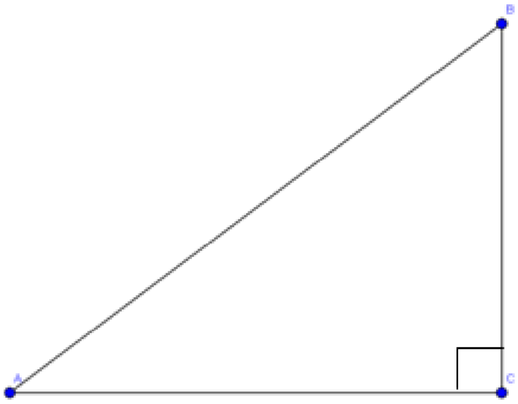
Геометрия 8 класс
Дата : 14.04. 2022 г.

Тема: Решение задач по теме «Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника»

Содержание

Просмотрите **видеоматериал**

Вспомним определения синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника.



ΔABC, $\angle C = 90°$

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

Отношение противолежащего катета к прилежащему называется тангенсом острого угла прямоугольного треугольника.

$$tgA = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \qquad \cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \qquad \sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$tgA = \frac{BC}{AC} \qquad tgB = \frac{AC}{BC}$$

Вывод

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \sin B$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \cos B$$

$$tgA \cdot tgB = 1$$

Углы A и B прямоугольного треугольника ABC называются дополнительными, так как дополняют друг друга до 90°.

$$\angle A + \angle B = 90°.$$

Таблица значений углов

α	30°	45°	60°
$sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Для трех углов значения синуса, косинуса и тангенса найдены. Для всех остальных острых углов значения синуса, косинуса и тангенса можно определить по четырехзначным таблицам Брадиса.

Владимир Модестович Брадис (23 декабря 1890 – 23 мая 1975) — советский математик-педагог, член-корреспондент АПН СССР

Рассмотрим фрагмент таблицы Брадиса.

sin	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	cos	1'	2'	3'
											0.0000	90°			
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°	3	6	9
3°	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86°	3	6	9
4°	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0.0872	85°	3	6	9
5°	0.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84°	3	6	9
6°	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83°	3	6	9
7°	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82°	3	6	9
8°	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81°	3	6	9
9°	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	0.1736	80°	3	6	9
10°	0.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	1908	79°	3	6	9
11°	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78°	3	6	9
12°	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77°	3	6	9
13°	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76°	3	6	8
14°	2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	0.2588	75°	3	6	8

Слева расположен столбец для вычисления синуса, справа – для вычисления косинуса.

Найдем по таблице Брадиса синус 12°. Получим 0,2079.

Косинус 12° можно найти из основного тригонометрического тождества (сумма квадрата синуса некоторого угла и квадрата косинуса этого же угла равна единице).

$$sin^2 12° + cos^2 12° = 1,$$

$$cos^2 12° = 1 - 0,2079^2$$

$$cos^2 12° \approx 0,9568$$

$$cos 12° \approx 0,97815$$

По таблице Брадиса получим значение 0,9781

75°	9659	9664	9668	9673	9677	9681	9686	9690	9694	9699	9703	14°	1	1	2
76°	9703	9707	9711	9715	9720	9724	9728	9732	9736	9740	9744	13°	1	1	2
77°	9744	9748	9751	9755	9759	9763	9767	9770	9774	9778	9781	12°	1	1	2
78°	9781	9785	9789	9792	9796	9799	9803	9806	9810	9813	9816	11°	1	1	2
79°	9816	9820	9823	9826	9829	9833	9836	9839	9842	9845	0.9848	10°	1	1	2
80°	0.9848	9851	9854	9857	9860	9863	9866	9869	9871	9874	9877	9°	0	1	1
81°	9877	9880	9882	9885	9888	9890	9893	9895	9898	9900	9903	8°	0	1	1
82°	9903	9905	9907	9910	9912	9914	9917	9919	9921	9923	9925	7°	0	1	1
83°	9925	9928	9930	9932	9934	9936	9938	9940	9942	9943	9945	6°	0	1	1
84°	9945	9947	9949	9951	9952	9954	9956	9957	9959	9960	9962	5°	0	1	1
85°	9962	9963	9965	9966	9968	9969	9971	9972	9973	9974	9976	4°	0	0	1
86°	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	9986	3°	0	0	0
87°	9986	9987	9988	9989	9990	9990	9991	9992	9993	9993	9994	2°	0	0	0
88°	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9997	9998	9998	0.9998	1°	0	0	0
89°	9998	9999	9999	9999	9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0°	0	0	0
90°	1.0000														
sin	60'	54'	48'	42'	36'	30'	24'	18'	12'	6'	0'	**cos**	1'	2'	3'

По этим таблицам можно вычислять значения синуса и косинуса для углов, заданных не только в градусах, но и в минутах.

Синус 12° 36′ равен 0,2181

sin	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	**cos**	1'	2'	3'
											0.0000	90°			
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°	3	6	9
3°	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86°	3	6	9
4°	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0.0872	85°	3	6	9
5°	0.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84°	3	6	9
6°	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83°	3	6	9
7°	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82°	3	6	9
8°	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81°	3	6	9
9°	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	0.1736	80°	3	6	9
10°	0.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	1908	79°	3	6	9
11°	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78°	3	6	9
12°	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77°	3	6	9
13°	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76°	3	6	8
14°	2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	0.2588	75°	3	6	8

Синус 12° 40′ можно найти с помощью поправочных столбцов. Ближайшее значение для 40 минут – это 42 минуты

sin	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	**cos**	1'	2'	3'
											0.0000	90°			
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°	3	6	9
3°	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86°	3	6	9
4°	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0.0872	85°	3	6	9
5°	0.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84°	3	6	9
6°	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83°	3	6	9
7°	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82°	3	6	9
8°	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81°	3	6	9
9°	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	0.1736	80°	3	6	9
10°	0.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	1908	79°	3	6	9
11°	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78°	3	6	9
12°	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77°	3	6	9
13°	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76°	3	6	8
14°	2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	0.2588	75°	3	6	8

Разность составит: $sin 12°40' = sin 12°42' - 2' = 0{,}2198 - 0{,}0006 = 0{,}2192$

Правило. Для синуса поправка имеет положительный знак, а для косинуса отрицательный.

Примеры:

$$cos\ 78°40' = cos 78°42' - 2' = 0{,}2279 - (-0{,}0006) = 0{,}2285$$

$$cos\ 78°27' = cos 78°24' + 3' = 0{,}1977 + (-0{,}0009) = 0{,}1968$$

Такие же правила верны и для определения значений тангенсов.

На инженерном калькуляторе можно получить аналогичные результаты.

Таблицы Брадиса служат и для определения острого угла. Пусть синус острого угла примерно равен 0,19.

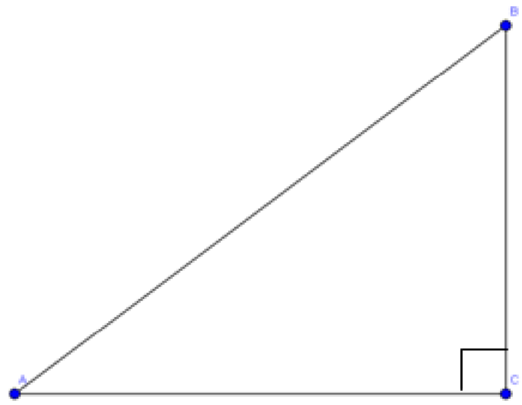
Находим ближайшее к этому значению число. Оно примерно равно 0,1908

sin	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	cos	1'	2'	3'
											0.0000	90°			
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°	3	6	9
3°	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86°	3	6	9
4°	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0.0872	85°	3	6	9
5°	0.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84°	3	6	9
6°	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83°	3	6	9
7°	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82°	3	6	9
8°	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81°	3	6	9
9°	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	0.1736	80°	3	6	9
10°	0.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	1908	79°	3	6	9
11	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78°	3	6	9
12°	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77°	3	6	9
13°	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76°	3	6	8
14°	2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	0.2588	75°	3	6	8

Подведем итоги о соотношениях между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Первое.

Для того чтобы найти острый угол прямоугольного треугольника, зная другой острый угол, надо из девяносто градусов вычесть известный угол.



$\Delta ABC,\ \angle C = 90°$

$\angle A = 90° - \angle B$

Второе.

Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего угла.

Или катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на косинус прилежащего угла.

Или катет прямоугольного треугольника равен произведению другого катета на тангенс противолежащего угла.

$$AC = AB \cdot cos\angle A$$

или

$$AC = AB \cdot sin\angle B$$

или

$$AC = BC \cdot tg\angle B$$

Третье.

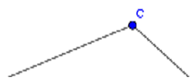
Гипотенуза прямоугольного треугольника равна частному от деления катета на косинус прилежащего угла.

Или гипотенуза равна частному от деления катета на синус противолежащего угла.

$$AB = \frac{AC}{cos\angle A}$$

$$AB = \frac{AC}{\sin\angle B}$$

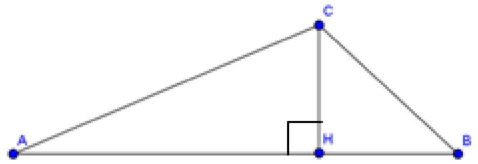
Рассмотрим треугольник, в котором известны стороны и заключенный между ними угол. Нужно найти площадь этого треугольника.



$$\Delta ABC,\ AB = a,\ AC = b, \angle A = \alpha$$

Найти: площадь треугольника.

Опустим высоту *CH* на сторону *AB*.



Треугольник *ACH* прямоугольный, *CH* – катет, *AC* – гипотенуза, α – острый угол.

$$CH = AC \bullet \sin\alpha = b \bullet \sin\alpha$$

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними

$$S_{\text{треугольника}} = \frac{1}{2} AB \bullet CH = \frac{1}{2} a \bullet b \bullet \sin\alpha$$

Площадь параллелограмма равна произведению двух его сторон на синус угла между ними

$$S_{\text{параллелограмма}} = 2S_{\text{треугольника}} = a \bullet b \bullet \sin\alpha$$

Домашнее задание

С.159 № 594 а, 596

Работы присылать на почту учителя

nastya-poluban@yandex.ru или в сообщения в вк.