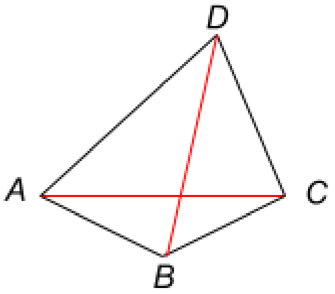

31 صفحة 28

$ABCD$ رباعي محيطه P

برهن أن : $AC + BD < P$.

الحل :

في المثلث مجموع ضلعين يكون أكبر تماما من الضلع الثالث

في المثلث ABD لدينا : $AD + AB > BD$

و في المثلث CBD لدينا : $DC + CB > BD$

و في المثلث ACD لدينا : $AD + DC > AC$

و في المثلث ACB لدينا : $AB + BC > AC$

وبجمع طرف إلى طرف المتباينات الأربعة نجد :

$$AD + AB + DC + CB + AD + DC + AB + BC > 2\,BD + 2\,AC$$

ومنه : $2(AD + AB + DC + CB) > 2(BD + AC)$

أي : $2P > 2(BD + AC)$ وهذا يكافئ أن : $P > BD + AC$.