الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية مستغانم**

امتحان بكالوريا التجريبي — **ثانوية الإخوة عباس - السور-**

الشعبة: تقني رياضي — **دورة : ماي 2018**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 04 سا و 30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوَل

التمرين الأول: (04 ن)

يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل رقم a و 5 كرات تحمل الرقم $(a-1)$ ، $a \in \mathbb{R}$.

نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الصندوق .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B : سحب كرتين بالظبط تحمل نفس العدد.

2) ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بمجموع الاعداد المسجلة على الكرات المسحوبة لكل سحب.

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب- حدد قانون الاحتمال X .

جـ- أحسب الأمل الرياضياتي بدلالة a و حدد a من أجل $E(x)=0$

التمرين الثاني: (4.5ن)

(U_n) متتالية معرفة بـ: $U_0=0$ ، $U_1=1$ ،و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2}=5U_{n+1}-4U_n$.

1- احسب U_2 و U_3 .

2- أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_{n+1}=4U_n+1$

2) تحقق أن : U_n عدد طبيعي ، ثم استنتج أن : U_n و U_{n+1} أوليان بينهما.

3- (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=U_n+\frac{1}{3}$.

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n ثم U_n بدلالة n .

4- أ) احسب $PGCD\left((4^6-1);(4^5-1)\right)$.

ب) عين من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD\left((4^{n+1}-1);(4^n-1)\right)$

5- أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{3n}$.

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n + 8n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث : (04.5 ن)

I. $P(Z)$ كثير حدود المتغير المركب Z حيث : $p(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$.

1) عيّن العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل Z : $p(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$.

II. في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A;B;C$ ذات اللواحق $Z_A = 6$ ، $Z_B = 3 + i\sqrt{3}$ ، $Z_C = \overline{Z_B}$.

أ) أكتب $Z_C \square Z_B \square Z_A$ على الشكل الأسي.

2) أكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

III. ليكن (S) التشابه المباشر الذي مركزه C و نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) أوجد الكتابة المركبة للتشابه المباشر (S) .

ب) بين أن النقط $A' \square B \square A$ على استقامية علما أن $A' = S(A)$.

التمرين الرابع: (07 ن)

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln(x)$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0,52\ ;\ 0,53[$ حلا وحيدا α .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب) تحقق أن : $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصرا له.

3) أ) احسب $\lim_{x\to\infty}[f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

جـ)بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيها x_0 ، x_1 حيث :

$0,22 < x_0 < 0,23$ و $2,11 < x_1 < 2,13$

أنشئ (T) ، (Δ) ، (C_f) .

5) احسب مساحة الحيز A المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y=-x$ ، $x=2$ ، $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

اختارت مجلة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى و مكونة من 4 كتب في الرواية ، 4 كتب في العلوم و كتابين في التاريخ .

و قررت اعداد لائحة تتضمن ترتيبا لعناوين ثلاث كتب من بين العشرة عن طريق القرعة لسحب ثلاث عناوين واحد تلو الاخر دون ارجاع .

1) بين أن عدد اللوائح الممكنة هو 720.

2) احسب احتمال الحادثتين

A : الحصول على لائحة يكون أولها عنوان كتاب التاريخ.

B : الحصول على لائحة تتضمن اي عنوان لكتب التاريخ.

3) X المتغير العشوائي الذي يربط كل لائحة بعدد عناوين كتب التاريخ .

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب) أعط قانون الاحتمال X ثم أحسب الأمل الرياضياتي $E(x)$.

التمرين الثاني: (04.5 ن)

1) أ) n عدد طبيعي ، عين قيم n حيث: $2n+27 \equiv 0[n+1]$.

ب) عين الثنائيات الطبيعية $(a;b)$ التي تحقق $(b-a)(b+a)=24$.

2) α و β عددان طبيعيان يكتبان في النظام ذو الأساس 5 كما يلي : $\alpha=\overline{10141}^5$ ، $\beta=\overline{3403}^5$

أ) اكتب α و β في النظام العشري .

ب) عين الثنائيات $(a;b)$ التي تحقق : $\begin{cases} a^2-b^2=24 \\ \alpha\ a-\beta\ b=9 \end{cases}$

3) اوجد $PGCD(1434;2013)$ و $PGCD(478;671)$.

4) حل في $\mathbf{Z}$ المعادلة $2013x-1434y=27$.

التمرين الثالث: (04.5 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=-i$ $Z_B=2+3i$ ، $Z_C=-4+i$

1) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$.

ب) عين طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) نعتبر التحويل النقطي (T) في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z'=iZ-1-i$

1) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل T .

3) لتكن D النقطة ذات اللاحقة $Z_D=-6+2i$.

1) بين أن النقط A B C على استقامية .

ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C الى النقطة D .

جـ) عين العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A و يحول B الى D

التمرين الرابع: (07 ن)

I. لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-\frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$]وحدة 3cm[.

1. احسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

2. احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3. بين ان المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,3<\alpha<-1,2$.

4. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

5. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$ ،ثم أدرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ) .

6. انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) .

II. نفرض المتتالية (U_n) المعرفة بـ $U_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

1) أ- مثل على محور الفواصل U_0 ، U_1 ، U_2 .

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n) .

2) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<U_n<0$.

3) بين أن (U_n) متتالية متناقصة و استنتج تقاربها.

4) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0<U_{n+1}+1<\frac{3}{4}(U_n+1)$.

5) استنتج أن $0<U_n+1<\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ،ماهي نهاية (U_n) ؟

بالتوفيق و النجاح في شهادة الباكالوريا مع دعوات استاذة المادة