

ПРЯМА

Визначником прямої лінії в просторі є дві точки, що не збігаються, точка і напрям, дві площини, що перетинаються.

Прямокутні проекції прямої загального положення

На рис.3.1 показано відрізок AB прямої d , розташованої похило до всіх площин проекцій. Така пряма називається прямою загального положення.

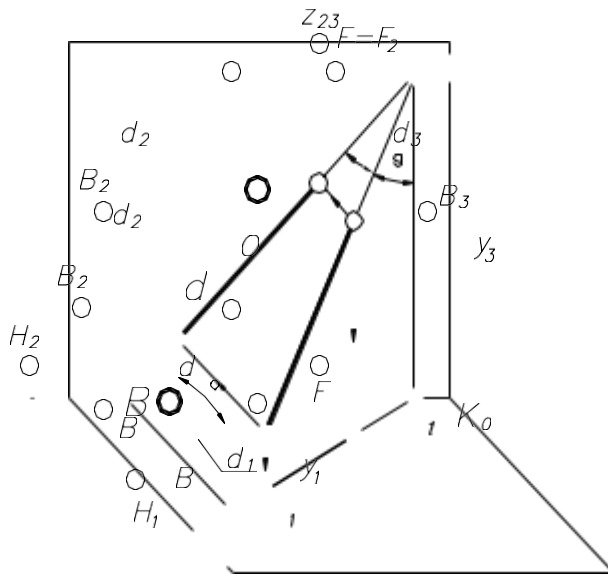


Рис. 3.1

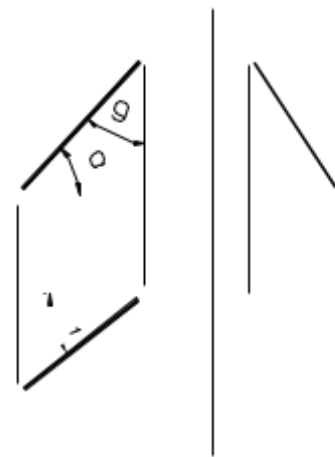


Рис. 3.2

Побудова епюра прямої

1. Будують проекції точок, через які проходить пряма d .
2. Однойменні проекції точок з'єднують.
3. Відрізок AB прямої d визначений своїми проекціями. Проекції такого відрізка розташовані похило до осей проекцій (рис.3.2). Якщо кут, який утворює пряма з площиною Π_1 , позначати через α (рис.3.1, 3.2), з площиною Π_2 – через β , а з площиною Π_3 – через γ , то:

$$A_1B_1 = AB * \cos \alpha;$$

$$A_2B_2 = AB * \cos \beta;$$

$$A_3B_3 = AB * \cos \gamma.$$

Отже, кожна проекція відрізка прямої загального положення менша за цей відрізок.

Пряму на ортогональному рисунку можна визначити не тільки проекціями відрізка, але й проекціями деякої довільної частини її, не вказуючи кінцевих точок цієї частини. У такому випадку позначають проекцію прямої тільки однією малою буквою, яка належить до якої-небудь точки прямої, або ж до проекції в цілому.

Сліди прямої

Пряма загального положення перетинає всі три площини проекцій.

Точки перетину прямої з площинами проекцій називають слідами, або точками нульового рівня.

Залежно від того, з якою площиною проекцій перетинається пряма d (рис.3.1), сліди умовно позначають і називають: **H** - горизонтальний слід прямої, **F** – фронтальний слід прямої, **P** – профільний слід прямої.

$H_1, H_2, H_3, F_1, F_2, F_3, P_1, P_2, P_3$ – відповідно горизонтальна, фронтальна і профільна проекції слів H, F і P . При цьому $H_1 = H, F_2 = F, P_3 = P$ (рис.3.1,3.3).

Проекції слів будують, відповідно до знаходження цих точок прямої до площин проекцій (рис.3.1,3.3):

$$1. H_1 = H, H_2 \in x_{12}, H_3 \in y_{12};$$

$$2. F_2 = F, F_1 \in x_{12}, F_3 \in z_{23};$$

$$3. P_3 = P, P_1 \in y_1, P_2 \in z_{23}..$$

Побудова слів прямої (рис. 3.3)

1. Горизонтальний слід H :

- будують фронтальну проекцію горизонтального сліву H_2 , як результат перетину фронтальної проекції прямої d_2 з x_{12} ;
- через точку H_2 проводять вертикальну лінію зв'язку ;
- будують горизонтальну проекцію горизонтального сліву H_1 , як результат

перетину вертикальної лінії зв'язку з горизонтальною проекцією прямої d_1 .

2. Фронтальний слід F :

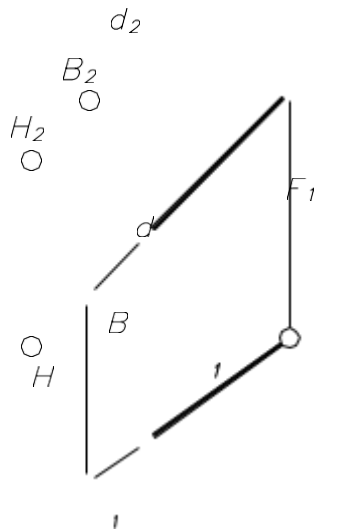


Рис. 3.3

3. Профільний слід P :

- будують горизонтальну проекцію фронтального сліду F_1 , як результат перетину горизонтальної проекції прямої d_1 з x_{12} ;
- через точку F_1 проводять вертикальну лінію зв'язку;
- будують фронтальну проекцію фронтального сліду F_2 , як результат перетину вертикальної лінії зв'язку з фронтальною проекцією прямої d_2 .

- будують горизонтальну проекцію профільного сліду P_1 , як результат перетину горизонтальної проекції прямої d_1 з віссю y_1 ;
- будують фронтальну проекцію профільного сліду P_2 , як результат перетину фронтальної проекції прямої d_2 з віссю z_{23} .

Прямі особливого положення

Відносно площин проекцій пряма може займати особливе положення: паралельне площині, належить площині проекцій, перпендикулярне площині проекцій.

Прямі, які паралельні одній із площин проекцій, називають **прямими рівня**.

1. Горизонтальна пряма – $h \parallel \Pi_1$ (рис. 3.4): $h_2 \parallel x_{12}$; $h_3 \parallel y_{13}$; $A_1B_1 = AB$ (горизонтальна проекція відрізка дорівнює його натуральній довжині), кути β і γ нахилу її до площин Π_2 і Π_3 натуральні.
2. Фронтальна пряма – $f \parallel \Pi_2$ (рис. 3.5): $f_1 \parallel x_{12}$; $f_3 \parallel z_{23}$; $C_2D_2 = CD$

(фронтальна проекція відрізка дорівнює його натуральній довжині), кути α і γ нахилу її до площин Π_1 і Π_3 натуральні.

3. Профільна пряма – $p \perp \Pi_3$ (рис. 3.6): $p_1 \parallel y_1$; $p_2 \parallel z_{23}$; $E_3F_3 = EF$
(профільна проекція відрізка дорівнює його натуральній довжині).

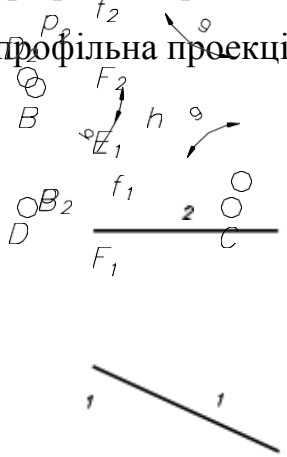


Рис. 3.4



Рис. 3.5



Рис. 3.6

Якщо прямі належать площинам проекцій, то їх називають **прямими нульового рівня**.

Характерною ознакою ортогонального рисунка, який зображує такі прямі, буде належність двох проекцій координатним осям.

1. Пряма $a \in \Pi_1$ – $a_2 \in x_{12}$, $a_3 \in y_3$ (рис. 3.7),
2. Пряма $b \in \Pi_2$ – $b_1 \in x_{12}$, $b_3 \in z_{23}$ (рис. 3.8),
3. Пряма $c \in \Pi_3$ – $c_1 \in y_1$, $c_2 \in z_{23}$ (рис. 3.9).

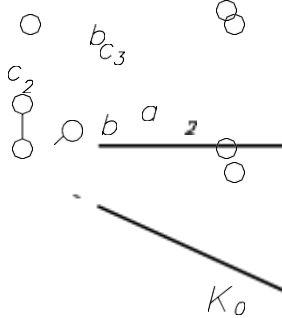


Рис. 3.7

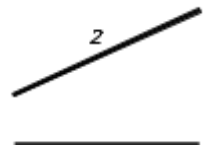


Рис. 3.8

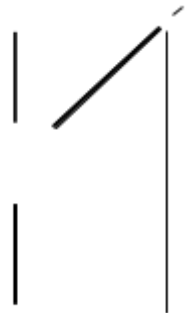


Рис. 3.9

Прямі, які паралельні двом площинам проекцій, тобто перпендикулярні третій, називають **проектуючими прямими**.

1. Горизонтально проектуюча пряма – $a \perp \Pi_1$ (рис. 3.10): горизонтальна проекція – точка $a = a_1 = A_1 = B_1$, $a_2 \parallel z_{23}$, $A_2B_2 = A_3B_3 = AB$.
2. Фронтально проектуюча пряма – $b \perp \Pi_2$ (рис. 3.11): фронтальна проекція – точка $b = b_2 = C_2 = D_2$, $b_1 \parallel y_1$, $b_3 \parallel y_3$, $C_1D_1 = C_3D_3 = CD$.

3. Профільно проектуюча пряма – $c \perp \Pi_3$ (рис. 3.12): профільна проекція – точка $c = c_3 = E_3 = F_3$, $c_1 \parallel x_{12}$, $c_2 \parallel x_{12}$, $E_1F_1 = E_2F_2 = EF$.

Точки, які належать проектуючим прямим, називають конкуруючими відносно площин проєкцій. За допомогою конкуруючих точок визначають видимість елементів фігури в проєкціях. Наприклад, точки A і B належать горизонтально-проектуючій прямій a (рис. 3.10). Горизонтальні проєкції всіх точок збігаються в одну $a_1 = A_1 = B_1$. Точка A конкурує з точкою B відносно площини Π_1 . Оскільки точка B має більшу висоту порівняно з точкою A ($z_B > z_A$), то вона вважається видимою для спостерігача, який дивиться на Π_1 зверху в напрямку проектуючої прямої a .



Рис. 3.10

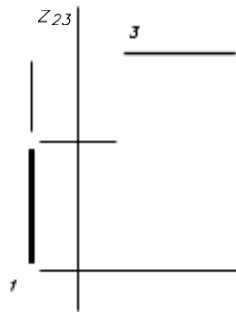


Рис. 3.11

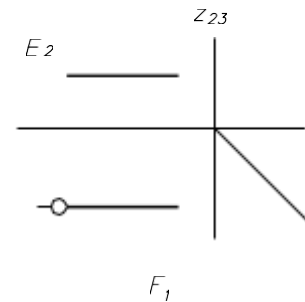


Рис. 3.12

Взаємне положення точки і прямої

Точка може належати і не належати даній прямій.

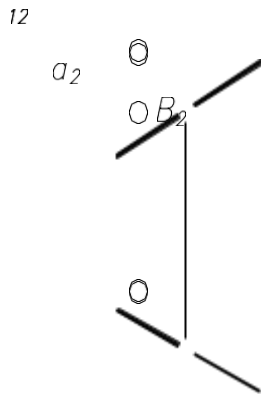


Рис. 3.13



Рис. 3.14

Точка належить прямій, якщо її проєкції лежать на однойменних проєкціях цієї прямої. На рис. 3.13 точки A належить прямій a , оскільки $A_1 \in a_1$, $A_2 \in a_2$, а на рис. 3.14 точка B не належить прямій a .

Для виявлення належності точок прямим особливого положення необхідно будувати їх проекції на три площини.

Взаємне положення двох прямих

Прямі в просторі можуть перетинатись, бути мимобіжними або паралельними.

Якщо прямі в просторі перетинаються, то вони мають одну спільну точку. Отже, на епюрі (рис. 3.15) точки K_1 і K_2 перетину однойменних проекцій прямих знаходиться на одній прямій проекційного зв'язку.

Паралельні прямі – це такі прямі, які перетинаються в точці, яка віддалена у нескінченність. На епюрі (рис.3.16) однойменні проекції таких прямих паралельні ($c_1 \parallel d_1, c_2 \parallel d_2$).

Мимобіжні прямі – це такі прямі, які не мають спільної точки. Отже, на епюрі (рис.3.17) точки перетину однойменних проекцій прямих m і n не лежать на одній прямій проекційного зв'язку. Однойменні проекції таких прямих можуть перетинатись. Проте точки перетину однойменних проекцій є проекціями двох конкуруючих точок. У точці $1_2 = 2_2$ збігаються проекції точок 1 і 2 , які лежать на одній проєктуючій прямій: видима точка 1 належить прямій n ($1 \in n$), а невидима точка $2 \in m$. Відносно площини Π_1 видимою буде точка 4 , не видимою – точка 3 .

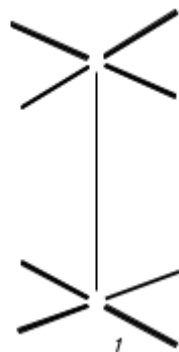


Рис. 3.15

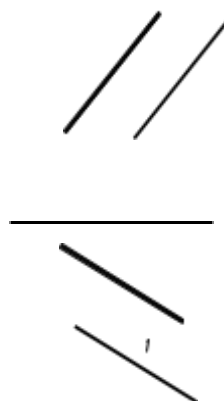


Рис. 3.16

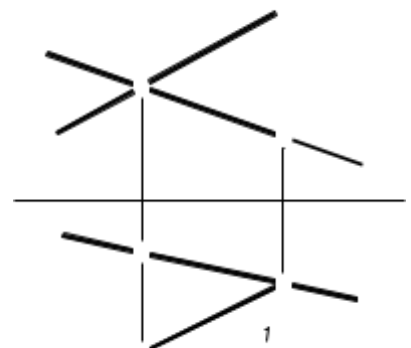


Рис. 3.17

Проекції прямих, які перетинаються під прямим кутом

Теорема: Прямий кут проектується ортогонально без спотворення, якщо принаймні одна з його сторін паралельна площині проєкцій, а друга сторона не перпендикулярна до цієї площини.

Для доведення цієї теореми звернемось до рис. 3.18. Фігура ABB_1A_1 – прямокутник. Отже, AB перпендикулярний до проєктуючої площини BCC_1B_1 , оскільки він перпендикулярний до двох прямих, що перетинаються і лежать у цій площині ($AB \perp BC$ за умовою і $AB \perp BB_1$ за побудовою). Оскільки $AB \parallel A_1B_1$, то $AB \perp$ площині BCC_1B_1 . Тому $A_1B_1 \perp B_1C_1$, тобто $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$.

На рис. 3.19 побудована в точці S проєкція прямого кута, у якого $BC \parallel \Pi_1$, а на рис. 3.20 – $BC \parallel \Pi_2$.

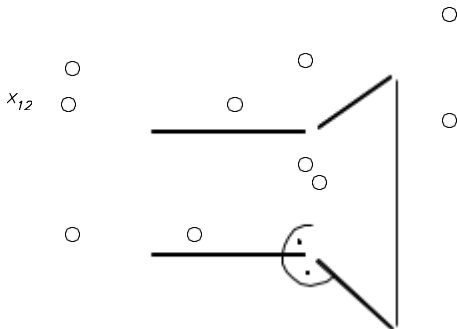


Рис. 3.18

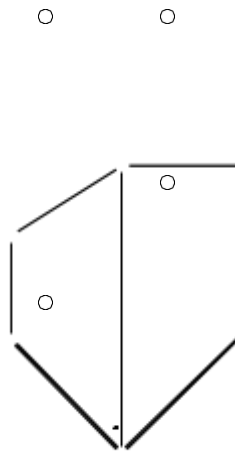


Рис. 3.19

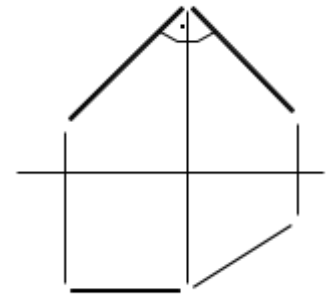


Рис. 3.20