Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу. Реактивний рух.

Мета уроку:

Навчальна: Формувати поняття імпульсу тіла та імпульсу сили; формувати знання про реактивний рух як прояв закону збереження імпульсу, використання реактивної техніки в освоєнні космічного простору; формувати знання про закон збереження імпульсу та межі його застосування.

Розвивальна. Розвивати пізнавальні навички учнів.

Виховна. Виховувати уважність, зібраність, спостережливість.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

Хід уроку

І. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

ІІ. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

Багато хто з вас бачив іграшку «колиска Ньютона» – кілька сталевих кульок, підвішених упритул одна до одної.

Як пояснити дію цієї іграшки? (дію цієї іграшки легко пояснити, якщо скористатися законом збереження енергії та законом збереження імпульсу

ІІІ. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

1. Імпульс тіла

Імпульс тіла $\vec{p}$ – це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m тіла на швидкість $\vec{v}$ його руху:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Одиниця імпульсу тіла в СІ – **кілограм-метр за секунду:**

$$[p] = 1 \text{ кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Формула для визначення прискорення: $\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{\upsilon}_0}{t}$

Другий закон Ньютона: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$\frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{v}-\vec{\upsilon}_0}{t} \quad => \quad \vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{\upsilon}_0 \quad \text{або} \quad \vec{F}t = \vec{p} - \vec{p}_0$$

Величину $\vec{F}t$ називають **імпульсом сили.**

Імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла:

$$\vec{F}t = \Delta\vec{p}$$

2. Закон збереження імпульсу

Система тіл – це декілька тіл, що взаємодіють одне з одним.

Внутрішні сили системи – це сили, які характеризують взаємодію тіл системи між собою.

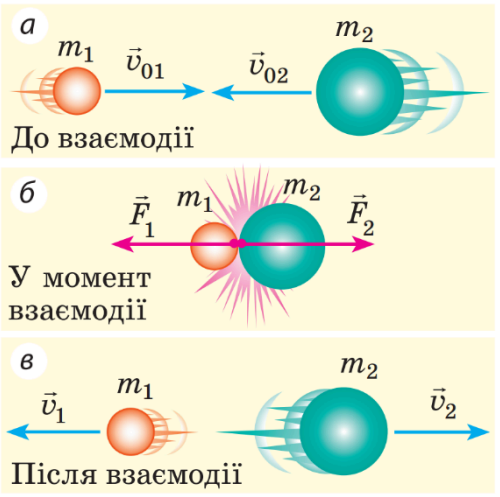
Замкнена система тіл (ізольована) – це така система тіл, на яку не діють зовнішні сили, а будь-які зміни стану системи є результатом дії внутрішніх сил.

Закон збереження імпульсу:

У замкненій системі тіл векторна сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює векторній сумі імпульсів тіл після взаємодії:

$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} + \ldots + \vec{p}_{0n} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n$$

n – кількість тіл системи



$$m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_{0n} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_n$$

n – кількість тіл системи

Розглянемо два приклади застосування цього закону: *реактивний рух* і *зіткнення тіл.*

3. Реактивний рух

Реактивний рух – це рух, що виникає внаслідок відділення з деякою швидкістю від тіла якоїсь його частини.

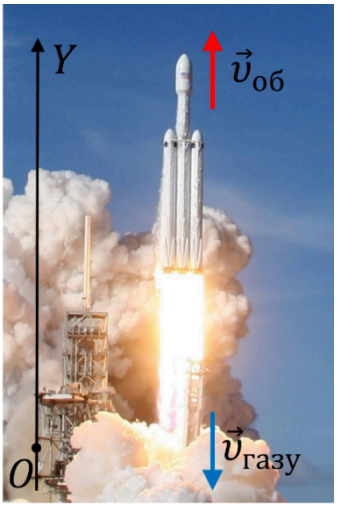
Проблемне питання

• Де зустрічається реактивний рух у нашому житті?

Завдяки реактивному руху пересуваються багато мешканців морів і океанів; «шалений огірок» (огірокпирскач) може подолати відстань до 12 м, розсіюючи по дорозі насіння.

Його широко використовують у техніці: найпростіші поливні системи, автомобілі на реактивній тязі, катери з водометними двигунами, реактивні літаки

Ракета – літальний апарат, який переміщується в просторі завдяки реактивній тязі, що виникає внаслідок відкидання ракетою частини власної маси.



Проблемне питання

• Що є відокремлюваною частиною ракети?

Відокремлюваною частиною ракети є струмінь гарячого газу, який утворюється в ході згоряння палива. Коли газовий

струмінь із величезною швидкістю викидається із сопла ракети, то оболонка ракети одержує потужний імпульс, напрямлений у бік, протилежний швидкості руху струменя.

Уявімо неймовірний варіант: *у момент старту все паливо ракети згоряє відразу.*

Оскільки до старту ракета перебуває у спокої, то закон збереження імпульсу після згоряння палива виглядав би так:

$$0 = m_{об}\vec{\upsilon}_{об} + m_{газу}\vec{\upsilon}_{газу} \qquad \vec{\upsilon}_{об} = -\frac{m_{газу}\vec{\upsilon}_{газу}}{m_{об}}$$

Проблемне питання

• Чи може одноступенева ракета покинути Землю?

Якби паливо ракети згоряло миттєво, а руху ракети нічого не заважало б, то швидкість, набрана ракетою, була б достатньою для того, щоб вивести ракету на орбіту Землі.

Однак у реальності паливо згоряє поступово, а на рух ракети помітно впливає опір повітря. Розрахунки показують, що для досягнення необхідної швидкості маса палива має у 200 разів перевищувати масу оболонки, а це нереально реалізувати технічно.

• Як технічно вирішити дану проблему?

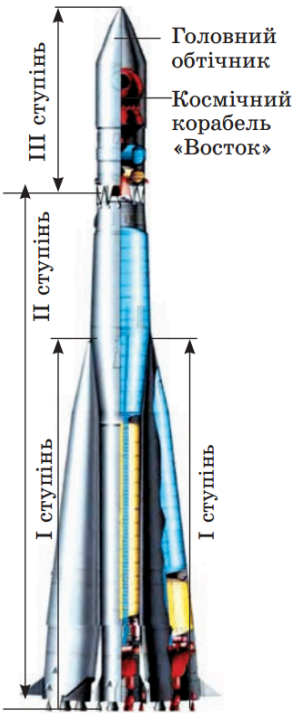
Це можливо тільки за допомогою багатоступеневих ракет: у таких ракетах ступені зі спорожнілими паливними резервуарами відкидаються в польоті (потім вони згоряють в атмосфері через тертя об повітря).

При цьому маса ракети зменшується, відповідно збільшується швидкість її руху. Зазначимо, що всі ракети-носії космічних апаратів, як найперші, так і ті, що використовуються зараз, є багатоступеневими.

12 квітня 1961 р. ракета-носій «Восток» вивела на орбіту космічний корабель «Восток», на борту якого був перший у світі космонавт Ю. О. Гагарін

Цей політ був здійснений за ініціативою та під керівництвом видатного конструктора С. П. Корольова (1907–1966), уродженця м. Житомира.

21 липня 1969 р. американські астронавти Ніл Армстронг і Базз Олдрін уперше висадилися на Місяці.



4. Пружне і непружне зіткнення

Зіткнення – це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої тіла безпосередньо торкаються одне одного.

Якщо після зіткнення сумарна кінетична енергія тіл зберігається $(E_0 = E)$, таке зіткнення називають ***пружним ударом.***

Якщо після зіткнення частина кінетичної енергії перетворюється на внутрішню енергію $\left(E_0 > E\right)$ (витрачається на деформацію та нагрівання тіл), таке зіткнення називають ***непружним ударом.***

Абсолютно непружне зіткнення – це зіткнення тіл, у результаті якого форма тіл не відновлюється і тіла після взаємодії рухаються як одне ціле.

Абсолютно пружне зіткнення – це зіткнення тіл, у результаті якого повністю відновлюється форма та розміри тіл, що взаємодіють.

Центральне зіткнення – це зіткнення при якому швидкості руху тіл до і після зіткнення (пружного чи непружного) напрямлені вздовж прямої, що проходить через центри мас цих тіл.

IV. ЗАКРІПЛЕННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Чи може людина, стоячи на ідеально гладкій горизонтальній поверхні льоду, зрушити з місця, не упираючись нічим гострим у лід?

Так, якщо кине від себе якийсь предмет.

2. Визначте масу африканського слона, якщо, рухаючись зі швидкістю 36 км/год, він має такий самий імпульс, як і 6-тонний кит, що рухається зі швидкістю 27 км/год.

Дано:

$v_с = 36\frac{км}{год} = 10\frac{м}{с}$

$m_к = 6\text{ т} = 6{\cdot}10^3$ кг

$v_к = 27\frac{км}{год}$

$= 7,5\frac{м}{с}$

$m_с - ?$

Розв'язання

$$p_с = p_к \quad => \quad m_с v_с = m_к v_к$$

$$m_с = \frac{m_к v_к}{v_с} \qquad \left[m_с\right] = \frac{кг{\cdot}\frac{м}{с}}{\frac{м}{с}} = кг$$

$$m_с = \frac{6{\cdot}10^3{\cdot}7,5}{10} = 4,5{\cdot}10^3\ (кг)$$

Відповідь: $m_с = 4,5$ т.

3. Куля масою 20 г рухалася зі швидкістю 650 м/с. Після того як вона пройшла крізь гіпсокартонну стіну, її імпульс зменшився на 8 кг·м/с. З якою швидкістю стала рухатися куля?

Дано:

$m = 20\text{ г} = 2{\cdot}10^{-2}$

$v = 650\ \frac{м}{с}$

$\Delta p = 8\ кг{\cdot}\frac{м}{с}$

Розв'язання

$$p' = mv' \qquad p' = mv - \Delta p$$

$$mv' = mv - \Delta p$$

$v' - ?$

$$v' = v - \frac{\Delta p}{m} \qquad \left[v'\right] = \frac{\text{м}}{\text{с}} - \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v' = 650 - \frac{8}{2\cdot 10^{-2}} = 250\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v' = 250\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4. 25-тонний вагон рухається по горизонтальній ділянці залізничної колії зі швидкістю 2 м/с. Його наздоганяє 15-тонний вагон, швидкість якого 4 м/с. Якою буде їхня швидкість після зчеплення?

Дано:

$m_1 = 25\text{ т} = 2,5\cdot 10$

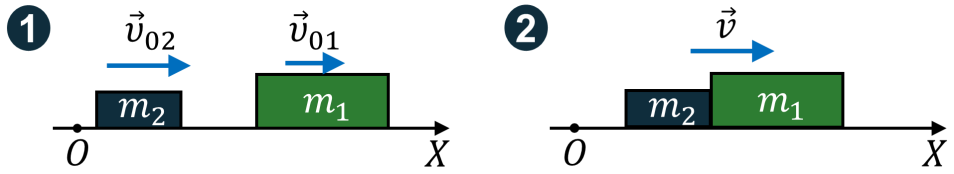
$v_{01} = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$m_2 = 15\text{ т} = 1,5\cdot 10$

$v_{02} = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v - ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = \left(m_1 + m_2\right)\vec{v}$$

Скориставшись рисунком, спроектуємо одержане рівняння на вісь *OX*:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = \left(m_1 + m_2\right)v$$

$$v = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} \qquad [v] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}} + \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}+\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = \frac{2,5\cdot 10^4\cdot 2 + 1,5\cdot 10^4\cdot 4}{2,5\cdot 10^4 + 1,5\cdot 10^4} = 2,75\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v = 2,75\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

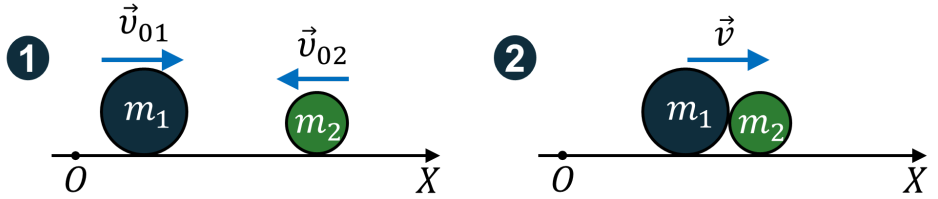
5. Дві кульки, маси яких 30 г і 15 г, рухаються зі швидкостями 2 м/с і 3 м/с назустріч одна одній. З якими швидкостями вони рухатимуться після їхнього непружного удару? На скільки зміниться кінетична енергія системи після зіткнення кульок?

Дано:

$m_1 = 30\text{ г} = 3\cdot 10^{-2}$

$m_2 = 15\text{ г} = 1,5\cdot 10$

Розв'язання



$v_{01} = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_{02} = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v - ?$

$\Delta E_k - ?$

$$m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = \vec{v}(m_1 + m_2)$$

Знайдемо проекції швидкостей на вісь *OX*:

$$m_1 v_{01} - m_2 v_{02} = v(m_1 + m_2)$$

$$v = \frac{m_1 v_{01} - m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} \qquad [v] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}} - \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = \frac{3\cdot 10^{-2}\cdot 2 - 1{,}5\cdot 10^{-2}\cdot 3}{3\cdot 10^{-2} + 1{,}5\cdot 10^{-2}} \approx 0{,}33\ \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

$$\Delta E_k = E_k - E_{k0}$$

$$E_{k0} = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}$$

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\left((m_1 + m_2)v^2 - m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2\right)$$

$$\left[\Delta E_k\right] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \text{кг}\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - (\text{кг} + \text{кг}) \bullet \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Дж}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \bullet \left(\left(3\cdot 10^{-2} + 1{,}5\cdot 10^{-2}\right)\cdot 0{,}33^2 - 3\cdot 10^{-2} \bullet 2^2 + 1,\right.$$

Відповідь: $v \approx 0{,}33\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta E_k \approx -125$ мДж.

6. Дві кульки, маси яких 30 г і 15 г, рухаються з однаковою швидкістю 3 м/с назустріч одна одній. З якими швидкостями вони розлетяться після абсолютно пружного центрального удару?

Дано:

$m_1 = 30\ \text{г} = 3\cdot 10^{-2}$

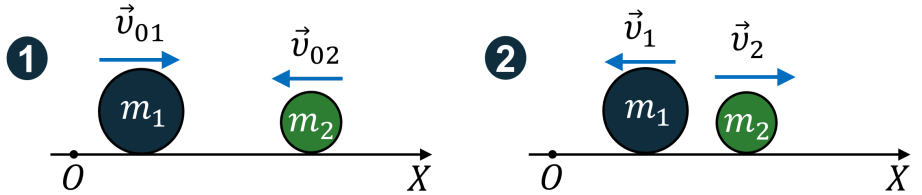
$m_2 = 15\ \text{г} = 1{,}5\cdot 10$

$v_{01} = v_{02} = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_1 - ?$

$v_2 - ?$

Розв'язання



$$\{m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 \quad \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} +$$

Знайдемо проекції швидкостей на вісь *OX*:

$$\{m_1 v_{01} - m_2 v_{02} = - m_1 v_1 + m_2 v_2 \; m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2 = m_1 v_1$$

$$v_{01} = v_{02}$$

$$\{m_1 v_{01} - m_2 v_{01} = m_2 v_2 - m_1 v_1 \; m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{01}^2 = m_1 v_1^2$$

$$\{m_1 v_{01} + m_1 v_1 = m_2 v_2 + m_2 v_{01} \; m_1 v_{01}^2 - m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 -$$

$$\{m_1\left(v_{01} + v_1\right) = m_2(v_2 + v_{01}) \; m_1(v_{01}^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 -$$

$$\frac{v_{01}+v_1}{v_{01}^2-v_1^2} = \frac{v_2+v_{01}}{v_2^2-v_{01}^2}$$

$$\frac{v_{01}+v_1}{(v_{01}+v_1)(v_{01}-v_1)} = \frac{v_2+v_{01}}{(v_2+v_{01})(v_2-v_{01})}$$

$$\frac{1}{v_{01}-v_1} = \frac{1}{v_2-v_{01}}$$

$$v_{01} - v_1 = v_2 - v_{01}$$

$$v_1 = 2v_{01} - v_2$$

$$m_1 v_{01} - m_2 v_{01} = m_2 v_2 - m_1(2v_{01} - v_2)$$

$$m_1 v_{01} - m_2 v_{01} = m_2 v_2 - 2m_1 v_{01} + m_1 v_2$$

$$3m_1 v_{01} - m_2 v_{01} = v_2(m_1 + m_2)$$

$$v_2 = \frac{v_{01}(3m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$\left[v_2\right] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot (\text{кг} - \text{кг})}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot (3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-2})}{1{,}5 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2}} = 1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

$$v_1 = 2 \cdot 3 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Відповідь: $v_1 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_2 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

Бесіда за питаннями

1. Охарактеризуйте імпульс тіла як фізичну величину.

2. Сформулюйте другий закон Ньютона в імпульсному вигляді.

3. Сформулюйте та запишіть закон збереження імпульсу.

4. Який рух називають реактивним? Наведіть приклади.

5. Чому для запуску з поверхні Землі космічних кораблів використовують багатоступеневі ракети?

6. Яке зіткнення називають непружним? Абсолютно непружним? пружним? центральним? Наведіть приклади.

7. Яким є результат пружного центрального зіткнення тіл однакової маси?

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Опрацювати § 17, Вправа № 17 (2 (рис. 2, 3))

Додаткові задачі

1. Визначте імпульс каменя масою 120 г, який кинули зі швидкістю 5 м/с.

Дано:

$m = 120\ \text{г} = 0,12$ к

$v = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$p\ -\ ?$

Розв'язання

$$p = mv \qquad [p] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$p = 0,12\cdot 5 = 0,6\left(\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $p = 0,6\ \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Тенісист б'є ракеткою по м'ячу із силою 0,6 кН. Удар триває 0,001 с. На скільки змінюється імпульс м'яча?

Дано:

$F = 0,6\ \text{кН}$

$= 6\cdot 10^{2}\text{Н}$

$t = 10^{-3}\ \text{с}$

$\Delta p\ -\ ?$

Розв'язання

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{\upsilon}_0$$

$$\vec{F}t = \vec{p} - \vec{p}_0$$

$$\Delta p = Ft$$

$$[\Delta p] = \text{Н}\cdot\text{с} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{с} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Delta p = 6\cdot 10^{2}\bullet 10^{-3} = 0,6\left(\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: збільшиться на $\Delta p = 0,6\ \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3. З іграшкового пістолета вилітає кулька зі швидкістю 4 м/с. Визначте швидкість «віддачі» пістолета, якщо його маса становить 100 г, а маса кульки 5 г.

Дано:

$v_{\text{к}} = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$

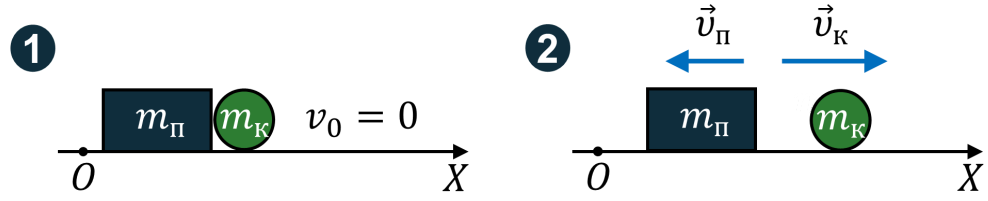
$m_{\text{п}} = 100\ \text{г} = 10^{-}$

$m_{\text{к}} = 5\ \text{г} = 5\cdot 10^{-}$

$v_{0\text{к}} = v_{0\text{п}} = 0$

$v_{\text{п}}\ -\ ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_{\text{п}}\vec{\upsilon}_{0\text{п}} + m_{\text{к}}\vec{\upsilon}_{0\text{к}} = m_{\text{п}}\vec{\upsilon}_{\text{п}} + m_{\text{к}}\vec{\upsilon}_{\text{к}}$$

Скориставшись рисунком, спроектуємо одержане рівняння на вісь *OX*:

$$0 = -m_{\text{п}}v_{\text{п}} + m_{\text{к}}v_{\text{к}}$$

$$m_{\text{п}} v_{\text{п}} = m_{\text{к}} v_{\text{к}}$$

$$v_{\text{п}} = \frac{m_{\text{к}} v_{\text{к}}}{m_{\text{п}}} \qquad \left[v_{\text{п}}\right] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{п}} = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 4}{10^{-1}} = 0,2\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v_{\text{п}} = 0,2\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

4. Визначте середню силу тиску на долоню під час стрільби з пістолета Макарова, якщо темп стрільби становить 30 пострілів за хвилину, маса кулі дорівнює 8 г, а швидкість, з якою вона вилітає зі стволу,— 315 м/с.

Дано:

$N = 30$

$t = 1\text{ хв} = 60\text{ с}$

$m_{\text{к}} = 8\text{ г} = 8\cdot 10^{-3}$ к

$v = 315\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_0 = 0$

$F - ?$

Розв'язання

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{\upsilon}_0$$

$$Ft = Nm_{\text{к}} v$$

$$F = \frac{Nm_{\text{к}} v}{t} \qquad [F] = \frac{1\cdot\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{с}} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F = \frac{30\cdot 8\cdot 10^{-3}\cdot 315}{60} = 1,26\ (\text{Н})$$

Відповідь: $F = 1,26$ Н.

5. Мисливець стріляє з легкого надувного човна, що перебуває у стані спокою. Якої швидкості набуває човен після пострілу, якщо маса мисливця разом з човном дорівнює 120 кг, маса дробу — 35 г, а швидкість вильоту дробу з рушниці становить 320 м/с? Ствол рушниці під час пострілу напрямлений під кутом 60° до горизонту.

Дано:

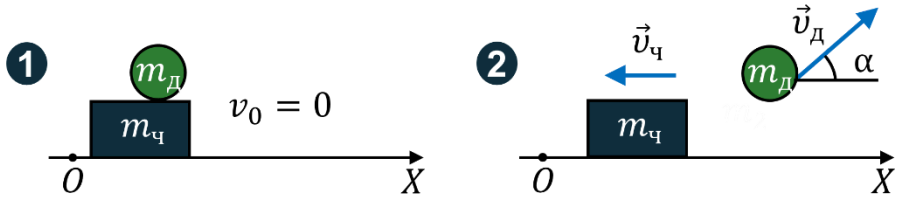
$v_0 = 0$

$m_{\text{ч}} = 120\text{ кг}$

$m_{\text{д}} = 35\text{ г} = 3,5\cdot 10$

$v_{\text{д}} = 320\frac{\text{м}}{\text{с}}$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_{\text{ч}}\vec{\upsilon}_{0\text{ч}} + m_{\text{д}}\vec{\upsilon}_{0\text{д}} = m_{\text{ч}}\vec{\upsilon}_{\text{ч}} + m_{\text{д}}\vec{\upsilon}_{\text{д}}$$

$\alpha = 60°$

$v_ч - ?$

Скориставшись рисунком, спроектуємо одержане рівняння на вісь *OX*:

$$0 = -m_ч v_ч + m_д v_д \cos cos\,\alpha$$

$$m_ч v_ч = m_д v_д \cos cos\,\alpha$$

$$v_ч = \frac{m_д v_д \cos cos\,\alpha}{m_ч} \qquad \left[v_ч\right] = \frac{кг\cdot\frac{м}{с}}{кг} = \frac{м}{с}$$

$$v_ч = \frac{3{,}5\cdot10^{-2}\cdot320\cdot\cos cos\,60°}{120} \approx 0{,}047\left(\frac{м}{с}\right)$$

Відповідь: $v_ч \approx 4{,}7\,\frac{см}{с}$.

6. Хлопчик, маса якого 50 кг, переміщується з одного кінця платформи в інший. Визначте, наскільки переміститься відносно землі платформа, довжина і маса якої дорівнюють відповідно 12 м і 100 кг, якщо до початку руху хлопчика вона була нерухомою. Тертям можна знехтувати.

Дано:

$m_х = 50$ кг

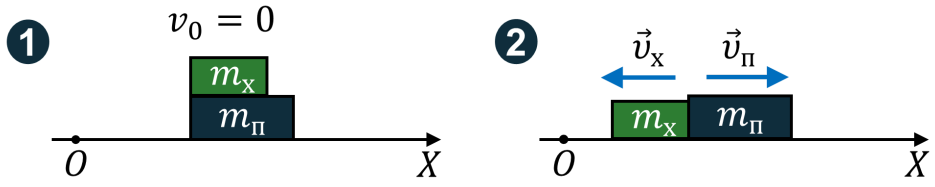
$l = 12$ м

$m_п = 100$ кг

$v_{0х} = v_{0п} = 0$

$l' - ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_п\vec{\upsilon}_{0п} + m_х\vec{\upsilon}_{0х} = m_п\vec{\upsilon}_п + m_х(\vec{\upsilon}_х - \vec{\upsilon}_п)$$

Скориставшись рисунком, спроектуємо одержане рівняння на вісь *OX*:

$$0 = m_п v_п - m_х(v_х - v_п)$$

$$0 = m_п\frac{l'}{t} - m_х\frac{l}{t} + m_х\frac{l'}{t}$$

$$l'(m_п + m_х) = m_х l$$

$$l' = \frac{m_х l}{m_п + m_х} \qquad [l'] = \frac{кг\cdot м}{кг+кг} = м$$

$$l' = \frac{50\cdot12}{100+50} = 4\ (м)$$

Відповідь: на 4 м проти руху хлопчика ($l' = 4$ м).

7. Граната, кинута під кутом до горизонту, розривається на дві частини у верхній точці траєкторії, коли має швидкість 10 м/с. Більший осколок, маса якого становить 60% від маси гранати, продовжує рухатись у тому ж напрямку, і швидкість його руху становить 25 м/с. Визначте швидкість і напрямок руху меншого осколку.

Дано:

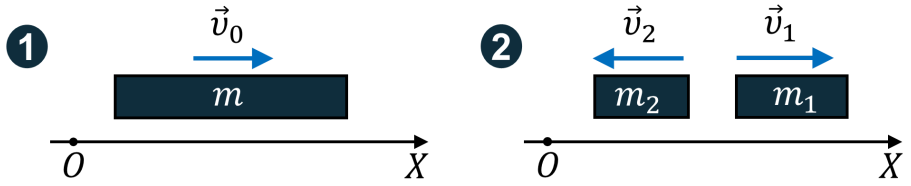
$v_0 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$m_1 = 0,6m$

$v_1 = 25\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 - \ ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляд, :

$$m\vec{\upsilon}_0 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$$

$$OX: \quad mv_0 = m_1v_1 - m_2v_2$$

$$mv_0 = 0,6mv_1 - 0,4mv_2$$

$$v_2 = \frac{0,6v_1 - v_0}{0,4} \qquad \left[v_2\right] = \frac{\text{м}}{\text{с}} - \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{0,6\cdot 25 - 10}{0,4} = 12,5\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v_2 = 12,5\frac{\text{м}}{\text{с}}$; у напрямку, протилежному до руху більшого осколку.

8. Візок масою 12 кг, рухаючись зі швидкістю 10 м/с, наштовхується на нерухомий візок масою 20 кг. Яку відстань візки пройдуть після зчеплення, якщо зупинились вони через 2 с? Вважайте рух після зіткнення до зупинки рівноприскореним.

Дано:

$m_1 = 12$ кг

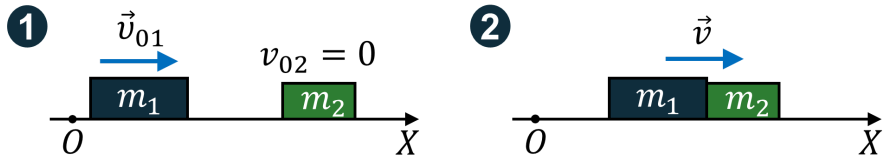
$v_{01} = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_{02} = 0$

$m_2 = 20$ кг

$t = 2$ с

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = \left(m_1 + m_2\right)\vec{v}$$

$s\ -\ ?$	Скориставшись рисунком, спроектуємо одержане рівняння на вісь *OX*: $$m_1 v_{01} = \left(m_1 + m_2\right)v$$ $$v = \frac{m_1 v_{01}}{m_1+m_2}$$ $$s = \frac{v}{2}\cdot t = \frac{m_1 v_{01} t}{2\left(m_1+m_2\right)}$$ $$s = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\text{с}}{\text{кг}+\text{кг}} = \text{м}$$ $$s = \frac{12\cdot 10\cdot 2}{2\cdot(12+20)} = 3,75\ (\text{м})$$ ***Відповідь:*** $s = 3,75$ м.

9. Снаряд масою 10 кг мав швидкістю 300 м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша масою 2 кг одержала швидкість 500 м/с. З якою швидкістю і в якому напрямку полетить більша частина, якщо менша полетіла вперед під кутом α = 60° до площини горизонту?

Дано:

$m = 10$ кг

$v_0 = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$m_1 = 2$ кг

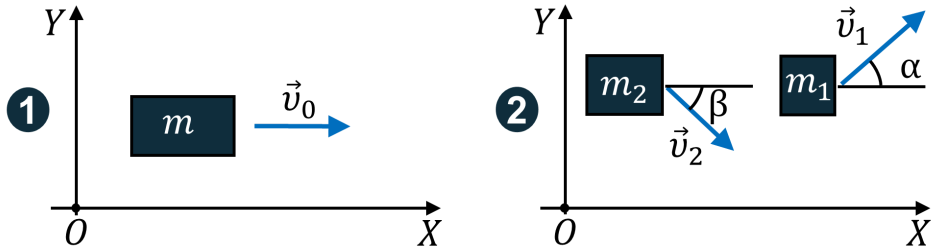
$v_1 = 500\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\alpha = 60°$

$v_2\ -\ ?$

$\beta\ -\ ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляд:

$$m\vec{\upsilon}_0 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$$

$$\{OX:\ mv_0 = m_1 v_1 \cos\cos\alpha\ + m_2 v_2 \cos\cos\beta\ \ OY:\ 0 = m_1 v$$

$$\{OX:\ mv_0 - m_1 v_1 \cos\cos\alpha\ = m_2 v_2 \cos\cos\beta\ \ OY:\ m_1 v_1 \sin$$

$$\frac{\cos\cos\beta}{\sin\sin\beta} = \frac{mv_0 - m_1 v_1 \cos\cos\alpha}{m_1 v_1 \sin\sin\alpha} \qquad \beta = \frac{mv_0 - m_1 v_1 \cos\cos\alpha}{m_1 v_1 \sin\sin\alpha}$$

$$\beta = \frac{10\cdot 300 - 2\cdot 500\cdot 60°}{2\cdot 500\cdot \sin 60°} \approx 2,887$$

$$\beta = 2,887 \approx 19,1°$$

$$m_1 v_1 \sin\alpha = m_2 v_2 \sin\beta \quad => \quad v_2 = \frac{m_1 v_1 \sin\alpha}{(m - m_1)\sin\beta}$$

$$[v_2] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}-\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{2\cdot 500\cdot \sin 60°}{(10-2)\cdot \sin 19,1°} \approx 331\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v_2 \approx 331 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\beta \approx 19,1°$.

10. Снаряд, який летів горизонтально на висоті 30 м зі швидкістю 100 м/с, розірвався на два однакові осколки. Один із них полетів вертикально вниз зі швидкістю 150 м/с. На якій відстані один від одного осколки впали на землю?

Дано:

$h = 30$ м

$v_0 = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

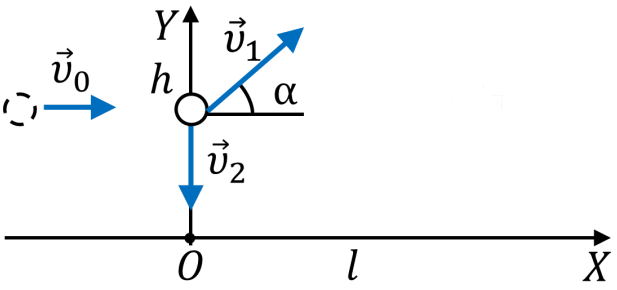
$v_2 = 150 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$m_1 = m_2 = m$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$l - ?$

Розв'язання



Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$2m\vec{\upsilon}_0 = m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2$$

$$\{OX: 2mv_0 = mv_1 \cos\alpha \quad OY: 0 = mv_1 \sin\alpha - mv$$

$$2v_0 = v_1 \cos\alpha$$

$$v_2 = v_1 \sin\alpha$$

Після вибуху один осколок, згідно з умовою, летить вертикально вниз і падає під точкою вибуху. Перший осколок летить під кутом α до горизонту, тому рівняння його руху по осі OY матиме вигляд:

$$y = y_{01} + v_{1y}t + \frac{g_y}{2}t^2$$

$$h + v_1 \sin\alpha\, t - \frac{g}{2}t^2 = 0$$

$$v_2 = v_1 \sin sin\,\alpha \quad => \quad v_1 = \frac{v_2}{\sin sin\,\alpha}$$

$$h + v_1 = \frac{v_2}{\sin sin\,\alpha} \bullet \sin sin\,\alpha\, t - \frac{g}{2}t^2 = 0$$

$$gt^2 - 2v_2 t - 2h = 0$$

$$D = 4v_2^2 + 8gh$$

$$t_1 = \frac{2v_2 + \sqrt{4v_2^2 + 8gh}}{2g} = \frac{v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g}$$

$$t_2 = \frac{v_2 - \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g} -$$ не задовільняє умову

Перший осколок летить під кутом α до горизонту, тому рівняння його руху по осі *OX* матиме вигляд:

$$l = x = v_1 \cos cos\,\alpha\, t$$

$$2v_0 = v_1 \cos cos\,\alpha \quad => \quad v_1 = \frac{2v_0}{\cos cos\,\alpha}$$

$$l = \frac{2v_0}{\cos cos\,\alpha} \bullet \cos cos\,\alpha \bullet \frac{v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g} = \frac{2v_0}{g}\left(v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2gh}\right)$$

$$[l] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \bullet \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}\right) = \text{с}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{м}$$

$$l = \frac{2\cdot 100}{10} \bullet \left(150 + \sqrt{150^2 + 2\cdot 10\cdot 30}\right) \approx 6040\ (\text{м})$$

Відповідь: $l \approx 6,04$ км.