

SALINAN SOAL OLIMPIADE MATHEMATICS SAINS COMPETITION

MSC USU SMP 2023

13 MEI 2023

A. PILIHAN BERGANDA

1. Hasil dari:

$$\frac{22^{1001} - 21^2 \cdot 22^{999} + 86}{22^{999} + 2}$$

adalah...

- A. 22
- B. 1
- C. 43
- D. 64
- E. 21

2. Diketahui $3^x = 2$ dengan $x \in R$, nilai dari $27^{2x+1} = \dots$

- A. 1618
- B. $-1/7$
- C. 1728
- D. 1828
- E. 1721

3. Nilai jumlah bilangan $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 2023^2$ adalah...

- A. 2.047.276
- B. 2.048.562
- C. 1.500.000
- D. 2.000.000
- E. 2.232.450

4. Diketahui suatu fungsi memenuhi:

$$x^2 \cdot f(2024 - x^2) + x \cdot f(2023^{-1}) = 2x + 2003$$

dengan x bilangan real. Nilai dari $f(2023^{-1})$ adalah...

- A. -2
- B. 2
- C. 0
- D. 3
- E. 1

5. Zoro dan Sanji mendapat tugas merakit sebuah perahu kecil. Zoro dapat merakit sebuah perahu kecil dalam waktu 60 hari, sedangkan Sanji dalam waktu 75 hari. Jika Zoro dan Sanji bekerja secara bersama – sama, mereka dapat menyelesaikan perahu kecil tersebut dalam waktu... hari

- A. $\frac{2}{5} \log \log 10^{100}$
- B. $\frac{20^2}{5}$
- C. $3 \sqrt{\frac{10000}{81}}$
- D. $3 \sqrt{\frac{160000}{64}}$
- E. 56,25

6. Probabilitas terdapatnya 53 hari senin pada tahun 2023 adalah...

- A. $1/7$
- B. $1/49$
- C. $1/53$
- D. $53/2023$
- E. $16/49$

7. Sisa pembagian pada persamaan $Ax^{2000} + x^{1999} - B(x - 2)^2$ dibagi oleh $x^2 - 1$ adalah $5x - 4$. Nilai dari $A^B + B^A$.
- A. 4
 - B. 2
 - C. 0
 - D. -2
 - E. -4
8. Pada ajang olimpiade matematika terdiri dari 25 pertanyaan dengan jawaban benar diberi skor 4 poin, jawaban yang salah diberi skor -2 poin dan 0 poin untuk setiap soal yang tidak dijawab. Banyaknya cara agar Angel mendapatkan 60 poin adalah...
- A. 2
 - B. 4
 - C. 6
 - D. 7
 - E. 8
9. Tentukan banyaknya bilangan yang tidak habis dibagi 5 diantara bilangan 100 – 900.
- A. 810
 - B. 700
 - C. 540
 - D. 720
 - E. 360

10. Naruto menjalankan suatu misi untuk menangkap seorang penyusup yang merupakan ninja kelas atas. Naruto memutuskan untuk menjaga semua pintu keluar dengan kagebushin (bayangan) miliknya. Dia meninggalkan kagebushinnya untuk berjaga di setiap pintu keluar desa Konoha. Jika terdapat empat pintu keluar A, B, C, dan D, dimana jarak pintu A ke pintu C dan jarak pintu C ke pintu B berturut – turut adalah 32 km dan 24 km. Pintu A dan pintu B berada di arah yang sama dan dibatasi oleh pintu D. Naruto hanya perlu berjalan lurus dari pintu C. Bila AC tegak lurus BC maka sudut yang dibentuk oleh pintu B terhadap pintu A dan C dan jarak pintu C ke pintu D agar Naruto dapat memberikan sinyal kepada setiap kagebushinnya berturut – turut adalah...
- A. 19,2 dan $\arcsin 0,8$
 - B. 19,2 dan $\arcsin 0,6$
 - C. 19 dan $\operatorname{arccsc} 0,8$
 - D. 19 dan $\arctan 0,6$
 - E. 19 dan $\operatorname{arcsec} 0,8$
11. Diketahui tepat terdapat tujuh data yang membentuk barisan aritmatika. Jika suku pertama adalah 7 dan jumlah tujuh suku pertama adalah 133. Varians barisan tersebut adalah...
- A. 99
 - B. 89
 - C. 64
 - D. 56
 - E. 90

12. Diberikan segitiga ABC dan lingkaran L yang berdiamater AB. Lingkaran L memotong sisi AC dan BC berturut – turut di D dan E. Jika $AB = 30$, $AD : AC = 1 : 3$, dan $BE : BC = 1 : 4$, maka luas segitiga ABC adalah...
- A. 510
 - B. 520
 - C. 530
 - D. 540
 - E. 550
13. Dalam sebuah acara di suatu kelas Playgroup ada 12 orang yang terdiri dari 5 orang ibu dan 7 orang anak. Jika harus mengikutsertakan minimal 3 ibu, maka ada berapa banyak cara yang dapat dibentuk untuk memuat kelompok yang berisi 6 orang?
- A. 462
 - B. 562
 - C. 455
 - D. 554
 - E. 426
14. Banyaknya solusi bilangan bulat dari persamaan:
- $$(x^3 - x - 1)^{x+2023} = 1$$
- adalah...
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
 - E. -2023

15. Misalkan f suatu fungsi yang memenuhi:

$$f\left(\frac{2}{3a}\right) - \frac{2}{3a}f(-2a) = 6a$$

untuk setiap bilangan real $a \neq 0$. Misalkan $f(2) = x$, tentukan nilai $7x$!

- A. 21
- B. 61
- C. 121
- D. 141
- E. 151

16. Terdapat sebuah kantin FMIPA USU yang menjual berbagai makanan. Kantin tersebut menjual 9 jenis gorengan, 7 jenis kue basah, dan 6 jenis buah salad. Kantin tersebut memberikan promo pada hari Rabu, yaitu dengan hanya membayar Rp. 16.000,00, mahasiswa yang membeli dapat memilih 3 jenis gorengan, 2 jenis kue basah, dan 2 jenis buah salad. Maka, banyaknya berbagai macam pilihan makanan yang berbeda dengan uang Rp. 32.000,00 (formasi memilih makanan disesuaikan dengan sebelumnya) dan hari ini adalah hari Rabu adalah... pilihan

- A. 43.700
- B. 44.100
- C. 44.800
- D. 45.100
- E. 45.700

17. Diketahui segitiga FGH merupakan segitiga siku – siku dengan luas 21. Misalkan R dan r berturut – turut menyatakan panjang jari – jari lingkaran luar dan jari – jari lingkaran dalam segitiga FGH. Jika $R + r = 11$, maka panjang sisi miring dari FGH adalah ...

- A. 19
- B. 20
- C. 21
- D. 22
- E. 23

18. Jika $\cos \cos (x + 10^\circ) = a$, dengan $0^\circ < x < 30^\circ$, maka nilai $\cos \cos (2x + 65^\circ)$ adalah ...

- A. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}\left((2a^2 - 1) - 2a\sqrt{1 - a^2}\right)$
- B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}\left((2a^2 - 1) - 2a\sqrt{1 - a^2}\right)$
- C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}\left((2a^2 - 1) + 2a\sqrt{1 - a^2}\right)$
- D. $\frac{1}{4}\sqrt{2}\left((2a^2 - 1) + a\sqrt{1 - a^2}\right)$
- E. $-\frac{1}{4}\sqrt{2}\left((2a^2 - 1) - a\sqrt{1 - a^2}\right)$

19. Tiga unit mesin scanner memiliki kecepatan yang sama antara satu dengan yang lain.

Jika mesin – mesin tersebut digunakan secara bersamaan, ketiga scanner dapat memindai 285 halaman selama 2 menit. Jika hanya digunakan dua scanner, banyak halaman yang dapat dipindai selama 5 menit adalah ... lembar

- A. 400
- B. 450
- C. 475
- D. 525

E. 550

20. Jika x dan y merupakan bilangan real positif, maka nilai dari:

$$\frac{\sqrt{56+\sqrt{56+\sqrt{56+\dots}}}}{\sqrt{20+\sqrt{20-\sqrt{20-\dots}}}}$$

adalah ...

- A. 2
- B. 6
- C. 2,8
- D. 3
- E. 9

21. Nazwa mendapatkan persoalan persamaan polynomial, yang akar – akar persamaannya

adalah $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + c = 0$. Namun, persamaan tersebut haruslah membentuk barisan aritmatika dengan beda 2. Maka, nilai pada a , b , dan c pada persamaan tersebut haruslah...

- A. $a = 14, b = -8, c = -15$
- B. $a = 14, b = -8, c = 15$
- C. $a = -8, b = -15, c = 16$
- D. $a = 8, b = 15, c = -16$
- E. $a = -16, b = 8, c = -15$

22. Seorang dosen Matematika membuat sebuah buku matematika yang berjudul “Cara Menjadi Seorang Matematikawan” dengan harga Rp. 70.000,00. Buku tersebut telah terjual sebanyak 600 buah. Honorarium yang didapatkan dosen Matematika tersebut adalah 30% dan pajaknya 15%. Besar honorarium yang diterima oleh dosen tersebut setelah dipotong pajak adalah...

- A. Rp. 12.210.000,00
- B. Rp. 11.870.000,00
- C. Rp. 11.310.000,00
- D. Rp. 10.710.000,00
- E. Rp. 10.270.000,00

23. Hasil dari

$$\left[\left(2 - \frac{1^4}{5000} \right) \times \left(2 - \frac{2^4}{5000} \right) \times \left(2 - \frac{3^4}{5000} \right) \times \dots \times \left(2 - \frac{2023^4}{5000} \right) \right] \times (1 - 2 + 3 - 4 - \dots - 4046)$$

adalah...

- A. 2
- B. -2022
- C. 0
- D. 2023
- E. 1

24. Budi yang bertempat tinggal di Medan ingin pergi ke Yogyakarta via Jakarta untuk menemui sanak saudaranya setelah 3 tahun tak berjumpa. Rute dari Medan ke Jakarta ada 3 rute penerbangan, dan rute dari Jakarta ke Yogyakarta ada 5 rute penerbangan. Banyak semua pilihan rute penerbangan dari Medan ke Yogyakarta pergi dan pulang jika tidak melalui rute yang sama ...
- A. 120 rute
 - B. 150 rute
 - C. 27 rute
 - D. 180 rute
 - E. 200 rute
25. Kubus ABCD.PQRS memiliki sisi – sisi yang panjangnya 8 cm. Jika titik T terletak pada perpanjangan garis CR sehingga $RT = CR$, maka luas daerah TBD adalah ...cm².
- A. 252
 - B. 304
 - C. 352
 - D. 384
 - E. 400

B. ISIAN

1. Solusi terkecil dari persamaan $x - x = 1$ adalah ...
2. Diketahui himpunan $S = \{a \mid a \in \mathbb{Z}\}$. Jika a , b , dan c merupakan elemen himpunan S dan memenuhi:

$$ab + c = 2022$$

$$a + bc = 2023$$

maka nilai $a + b + c$ adalah ...

C. URAIAN

1. Terdapat bilangan real a , b , dan c dan sebuah bilangan positif α sehingga

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ memiliki tiga akar real x_1 , x_2 , dan x_3 memenuhi:

a. $x_1 - x_2 = \alpha$

b. $x_3 > \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

Tentukan nilai maksimum dari :

$$\frac{2a^3 + 27c - 9ab}{\alpha^3}$$