□ Baøi 05

HEÄ PHÖÔNG TRÌNH MUÕ, HEÄ PHÖÔNG TRÌNH LOGARIT

Để giải hệ phương trình mũ, hệ phương trình logarit ta thường sửa dụng các phương pháp quen thuộc như: phương pháp thế, biến đổi hệ về phương trình Đại số, phương pháp hàm số,… Cuối cùng là tạo ra một hệ đơn giản và kết luận nghiệm.

CAÂU HOÛI TRAÉC NGHIEÄM

Câu 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 4^{x+y^2}=16 \end{cases}$.

A. $(x;y)=(-1;1)$, $(x;y)=(3;-7)$.
B. $(x;y)=(1;-1)$, $(x;y)=(-7;3)$.
C. $(x;y)=(1;1)$, $(x;y)=(3;7)$.
D. $(x;y)=(-1;1)$, $(x;y)=(3;7)$.

Lời giải. Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 4^{x+y^2}=4^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=-1 \\ x+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ y^2-2y-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ y^2-2y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1;\ x=1 \\ y=3;\ x=-7 \end{array}\right..$$

Chọn B.

Cách trắc nghiệm: Thay ngược từng đáp án và bấm máy tính.

Câu 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log x-\log y=2 \\ x-10y=900 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} x=100 \\ y=10 \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1800 \\ y=900 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1000 \\ y=10 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=10 \\ y=1000 \end{cases}$.

Lời giải. Điều kiện: $x,y>0$. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} \log\dfrac{x}{y}=2 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{y}=100 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-100y=0 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1000 \\ y=10 \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 3. Gọi $(x_0;y_0)$ là một nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=25 \\ \log_2 x-\log_2 y=2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0=4y_0$.
B. $x_0=4+y_0$.
C. $y_0=4x_0$.
D. $y_0=4+x_0$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x+y=25 \\ \log_2\dfrac{x}{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ \dfrac{x}{y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20=x_0 \\ y=5=y_0 \end{cases} \longrightarrow x_0=4y_0.$$

Chọn A.

Câu 4. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} \log_4 x+\log_4 2y=1+\log_4 9 \\ x+2y=20 \end{cases}$?

A. $(x;y)=(9;2)$.
B. $(x;y)=(18;1)$.
C. $(x;y)=(1;18)$.
D. $(x;y)=(16;2)$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$. Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} \log_4(2xy) = \log_4 36 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2xy = 36 \\ x + 2y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 18 \\ x = 20 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 20y + 18 = 0 \\ x = 20 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 9 \end{array}\right. \\ x = 20 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1;\ x = 18 \\ y = 9;\ x = 2 \end{array}\right..$$

Chọn B.

Cách 2. Dùng CASIO thử từng đáp án.

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} 2^x.9^y = 162 \\ 3^x.4^y = 48 \end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm $(x;y)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Nhân vế theo vế trong hệ phương trình, ta được $6^x.36^y = 162.48$

$\Leftrightarrow 6^{x+2y} = 6^5 \Leftrightarrow x + 2y = 5$.

Thay $x = 5 - 2y$ và phương trình thứ hai của hệ, ta có $3^{5-2y}.4^y = 48$

$$\Leftrightarrow \frac{3^5}{9^y}.4^y = 2^4.3 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2y} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow 2y = 4 \Leftrightarrow y = 2 \longrightarrow x = 1.$$

Vậy hệ phương trình có duy nhất nghiệm $(x;y) = (1;2)$. **Chọn B.**

Câu 6. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 6^x - 2.3^y = 2 \\ 6^x.3^y = 12 \end{cases}$.

A. $(x;y) = (1;\log_3 4)$.

B. $(x;y) = (\log_6 2;1)$.

C. $(x;y) = (1;\log_3 2)$.

D. $(x;y) = (1;\log_3 2)$, $(x;y) = (\log_6 2;1)$.

Lời giải. Đặt $\begin{cases} 6^x = a > 0 \\ 3^y = b > 0 \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} a - 2b = 2 \\ ab = 12 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 2 \\ (2b + 2)b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 2 \\ b^2 + b - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 2 \\ \left[\begin{array}{l} b = -3 \text{ (loại)} \\ b = 2 \text{ (thoả mãn)} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Suy ra $\begin{cases} 6^x = 6 \\ 3^y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \log_3 2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 7. Gọi $(x_0;y_0)$ là một nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \log_x y = 2 \\ \log_{x+1}(y + 23) = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 = y_0$. **B.** $x_0 > y_0$. **C.** $x_0 < y_0$. **D.** $x_0 = y_0 + 2$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ y > 0 \end{cases}$. Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} y = x^2 \\ y + 23 = (x+1)^3 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + 23 = (x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^3 + 2x^2 + 3x - 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ (x-2)(x^2 + 4x + 11) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 = x_0 \\ y = 4 = y_0 \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của hệ phương trình $\begin{cases} 3^x = 27.3^y \\ \log(x + 2y) = \log 5 + \log 3 \end{cases}$.

A. $S=\{(7;4)\}$. B. $S=\{(4;7)\}$. C. $S=\{(6;3)\}$. D. $S=\{(9;6)\}$.

Lời giải. Điều kiện: $x+2y>0.$ Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x=3^3.3^y \\ \log(x+2y)=\log 15 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+3 \\ x+2y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=4 \end{cases}$. **Chọn A.**

Cách 2. Dùng CASIO thử từng đáp án.

Câu 9. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $\frac{4^x}{2^y}=2$ và $\log(2x+2y)=1$.

A. $(x;y)=(4;1)$. B. $(x;y)=(2;3)$. C. $(x;y)=(3;2)$. D. $(x;y)=(5;9)$.

Lời giải. Điều kiện: $x+y>0$.

- $\frac{4^x}{2^y}=2 \Leftrightarrow 2^{2x-y}=2 \Leftrightarrow 2x-y=1.$ (1)
- $\log(2x+2y)=1 \Leftrightarrow 2x+2y=10.$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x+2y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 10. Cho hệ phương trình $\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y}+6\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-7=0 \\ 3^{\log_9(x-y)}=1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Điều kiện xác định của hệ phương trình là $x>y>0$.

B. Hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $(x;y)$.

C. Hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $(x;y)=(-1;-2)$.

D. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải. Điều kiện: $x-y>0 \Leftrightarrow x>y$. Do đó A sai.

Xét phương trình thứ nhất của hệ: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y}+6\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-7=0$. Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}>0$, phương trình trở thành $t^2+6t-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t=-7 \text{ (loại)} \end{array}\right. \to \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}=1 \Leftrightarrow \frac{2x-y}{2}=0.$

Phương tình thứ hai của hệ: $3^{\log_9(x-y)}=1 \Leftrightarrow 3^{\log_9(x-y)}=3^0 \Leftrightarrow \log_9(x-y)=0 \Leftrightarrow x-y=1.$

Từ đó ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=0 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$: thỏa mãn điều kiện.

Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $(x;y)=(-1;-2)$. **Chọn C.**