Câu 23. **[1D5-2.3-3] (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho đồ thị (C): $y=\frac{x+2}{x-1}$, tiếp tuyến với đồ thị (C) tại một điểm bất kì thuộc (C) luôn tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích không đổi. Diện tích đó bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm; $y_0=1+\frac{3}{x_0-1}$.

Ta có $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}$ suy ra $y'(x_0)=\frac{-3}{(x_0-1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $y=\frac{-3}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+1+\frac{3}{x_0-1}$.

Phương trình tiệm cận đứng: $x-1=0$.

Phương trình tiệm cận ngang: $y-1=0$.

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

$A\left(1;1+\frac{6}{x_0-1}\right)$ là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng.

$B(2x_0-1;1)$ là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang.

Diện tích tam giác IAB: $S=\frac{1}{2}.IA.IB=\frac{1}{2}.\frac{6}{|x_0-1|}2|x_0-1|=6$.

Câu 43: **[1D5-2.3-3] (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tìm tổng các phần tử của S.

A. -2. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x_0;x_0^4-2x_0^2+m-2)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có dạng: $k=4x_0^3-4x_0$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục Ox thì $k=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=1\\x_0=-1\end{array}\right.$.

Tại $A(0;m-2)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_1): $y=m-2$.

Tại $B(1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_2): $y=m-3$.

Tại $C(-1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_3): $y=m-3$.

Theo đề, chỉ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox nên: $\left[\begin{array}{l} m-2=0 \\ m-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Vậy $S=\{2;3\}$ do đó ta chọn phương án. **B.**

Câu 45: **[1D5-2.3-3]** **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f^2(1+2x)=x-f^3(1-x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$?

A. $y=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$. **B.** $y=-\frac{1}{7}x+\frac{6}{7}$. **C.** $y=\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$. **D.** $y=\frac{1}{7}x+\frac{6}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f^2(1+2x)=x-f^3(1-x)$.

Suy ra $4.f(1+2x).f'(1+2x)=1+3f^2(1-x)f'(1-x)$.

Cho $x=0$ ta được $f^2(1)=-f^3(1)$, (1)

và $4.f(1).f'(1)=1+3f^2(1)f'(1)$, (2).

Từ (1) suy ra $f(1)=-1$ vì $f(1)=0$ không thỏa mãn (2).

Thay vào (2) ta được $f'(1)=-\frac{1}{7}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$ hay $y=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$.